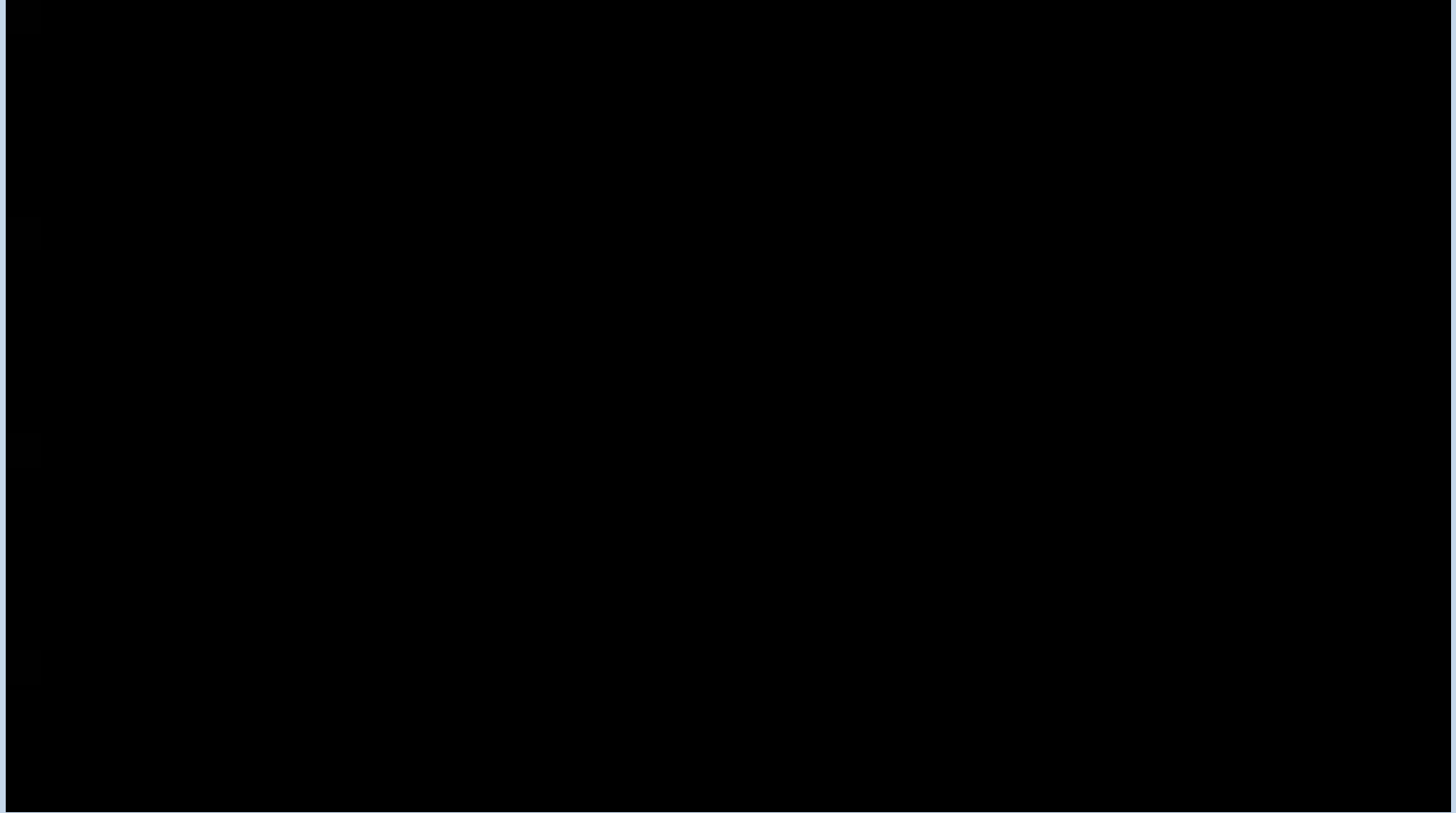


LA SCOPERTA DELLE ONDE GRAVITAZIONALI

F. BOFFELLI

A. PIAZZOLI



1 – EINSTEIN 1916

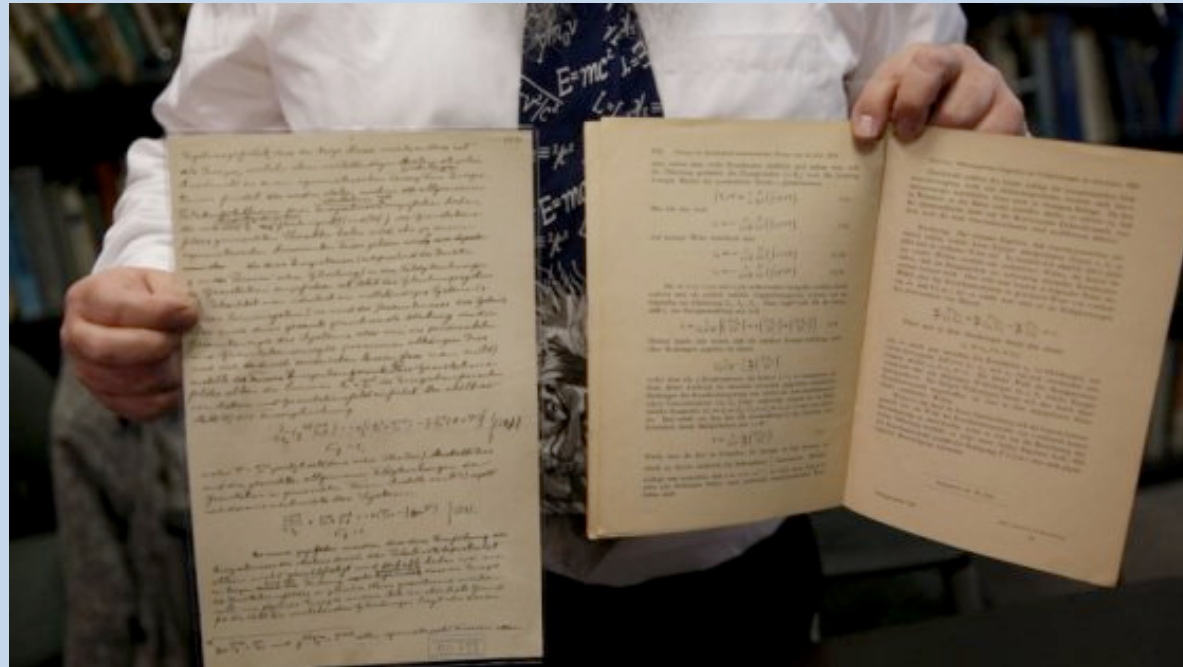
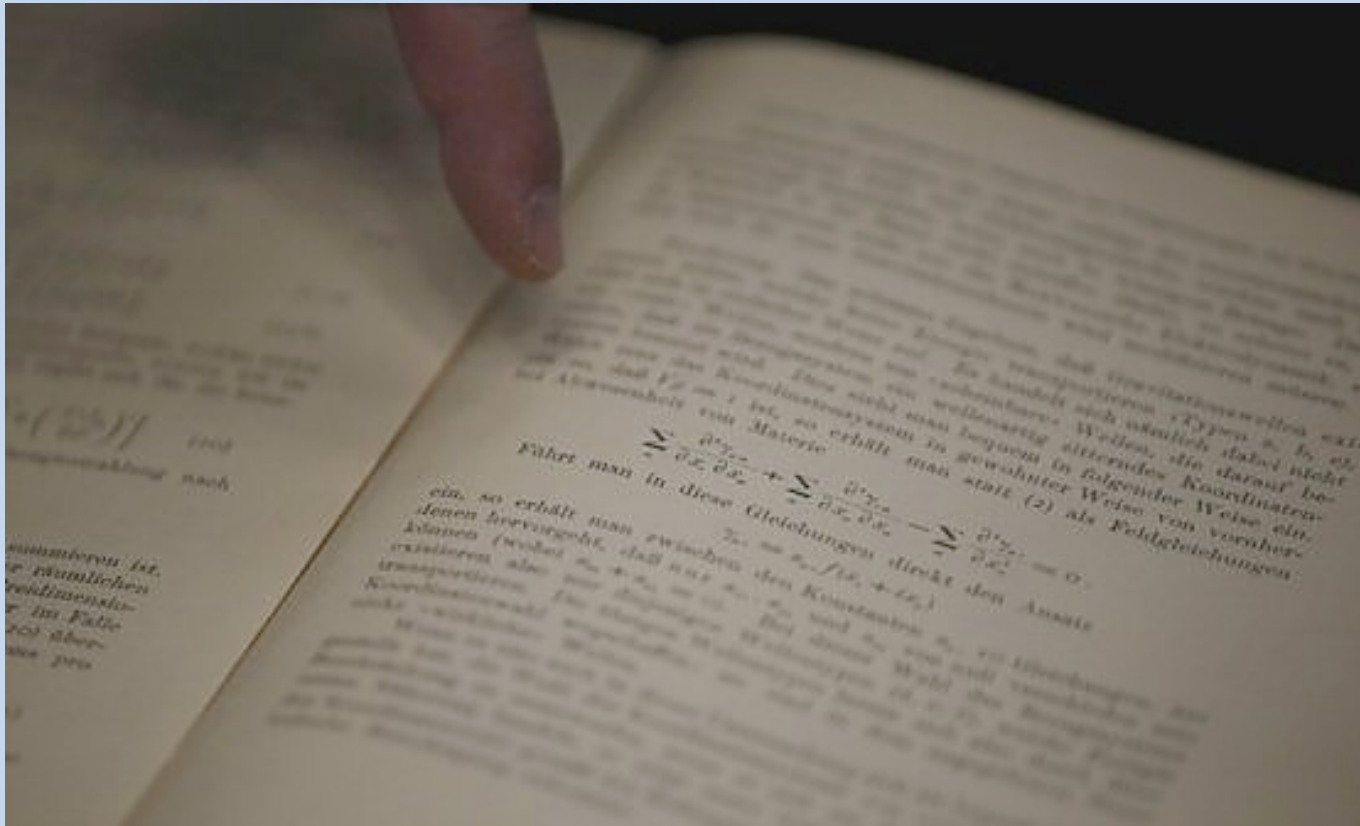


Fig. 1

- Dagli archivi dell'Università ebraica di Gerusalemme



[conseguenza della relatività generale]

ma incertezza sulla loro reale esistenza (persino...Einstein)
e scetticismo sulla possibilità di rivelarle sperimentalmente

- ANTENNA GRAVITAZIONALE (j. Weber)

- cilindro di Al (100 x 60 cm) sospeso in camera a vuoto con rivelatori piezoelettrici

(risonanza a 1660 Hz)

- “rumore” termico $\sim 10^{-14}$ cm

- “rumore” sismico: coincidenze tra due antenne distanti ~ 1000 km

- nel 1969: ~ 1 impulso al giorno per 18 mesi!

Grande interesse, pochi ci credono ma parte la ricerca di OG con altre antenne.

Definizione naif delle onde gravitazionali

“Increspature” dello spaziotempo che si propagano alla velocità della luce. Sicuramente debolissime, perché tra due protoni:

$$\frac{F_{EL}}{F_{GR}} \approx 10^{40}!$$

- Si costruiscono altre antenne criogeniche, tra le quali
 “GEOGRAV” (Roma) – “NAUTILUS” (Frascati) * – “EXPLORER” (Cern) *
 – AURIGA (Padova)

* ambedue cilindri di Al 300 x 60

Si impegnano E. Amaldi – G. Pizzella – I. Modena $\left(\nu_R = \frac{V_s}{2L} \approx 915 \text{ Hz} \right)$

- La supernova SN1987A nella nube di Magellano (≈ 160000 anni luce)
 alle 2,56,30 (UT) del 23 Feb. 1987:

5 neutrini al Monte Bianco

5 neutrini a Kamiokande (Giappone)

(dopo 20' ancora 7 neutrini)



Laboratori

GEOGRAV (T. ambiente!): qualche...emozione ma...non convincente.
 (in coincidenza con Maryland (Weber))

- Poi arrivano gli interferometri a due bracci, discendenti da quello storico di Michelson e Morley (1887)

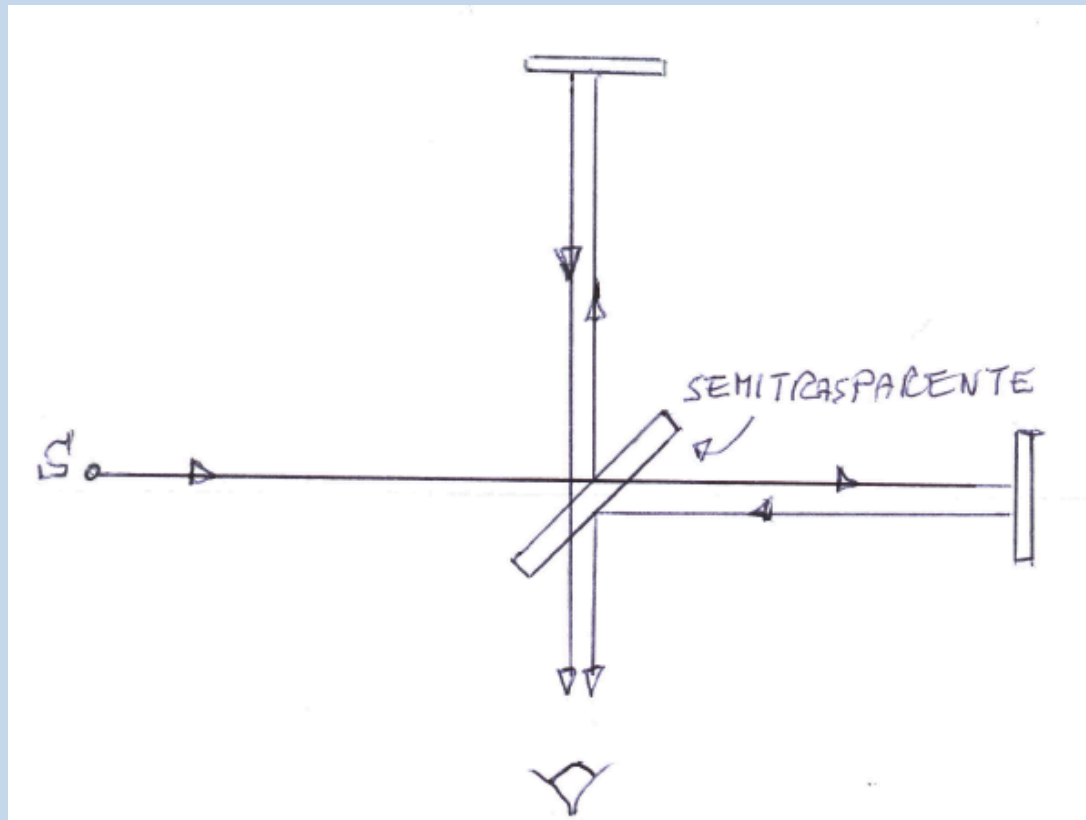


Fig. 2

dimostrò l'inesistenza dell'etere
(ma Einstein dirà che non ne sapeva nulla)

- La rete attuale di interferometri (a laser) a “banda larga”: $10 - 10^4$ Hz (la teoria delle OG. prevede $10^{-8} / 10^5$ Hz):

LIGO 1 (USA – Hanford)

LIGO 2 (USA – Livingston)

} L = 4 km
d ~ 3000 km

Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory

VIRGO (ITA – Cascina) [L=3 km]

GEO 600 (GER – Hannover)

LCGT (GIAPP – Kamioka)

AIGO (Australia)

- La strategia è quella di rivelare le “vibrazioni” della lunghezza dei bracci, sicuramente estremamente piccole ($\sim 10^{-16}$ cm)
- epica lotta segnale / rumore
- tubi a vuoto ($< 1 \mu\text{Pa}$)
- laser a $\sim 20 \text{ W}$, $\lambda=1064 \text{ nm}$ (infrarosso)
- ogni testmass sospesa con un sistema di 4 pendoli (LIGO e VIRGO)

- LISA (spaziale) [Laser Interferometer Space Antenna]

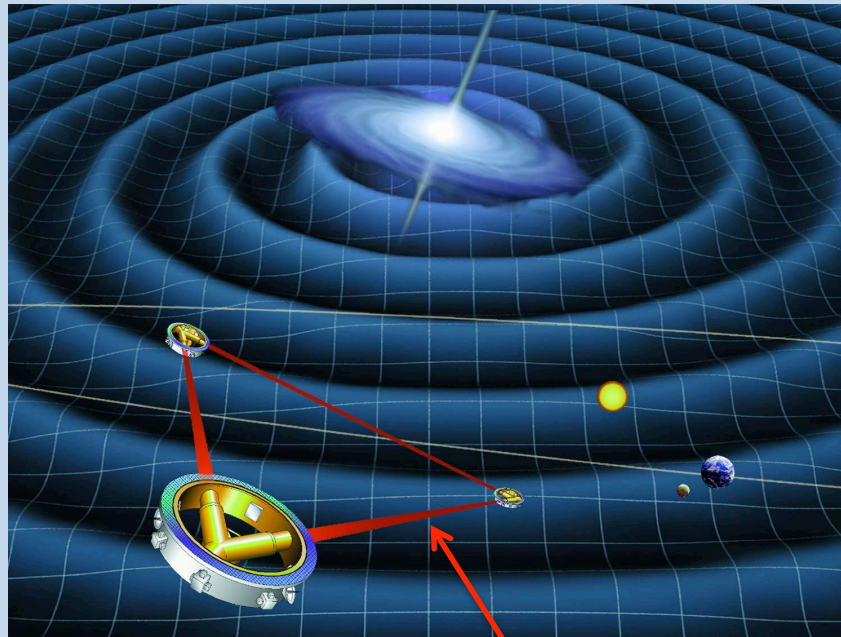


Fig. 3

5 ML km ($\Delta=10^{-12}$ m)

Lancio 2034

3 DIC. 2015 satellite di prova LISA Pathfinder

2 – LA SCOPERTA

- Nel 1974 J. Taylor e R. Hulse scoprono un sistema binario (pulsar/stella di neutroni) che spiralizza perché perde energia irraggiando OG: nobel 1993

Scoperte le OG? Solo indirettamente!

- Scoperta diretta
 - alle 9.51 UTC del 14 SETT. 2015
 - LIGO 1/2 (in coincidenza) scoprono un impulso di OG (VIRGO era in...manutenzione, fino a metà 2016)

11 FEB. 2016: storico annuncio

PRL 116, 12 FEB. 2016

B.P. Abbott et al

~ 1000 nomi



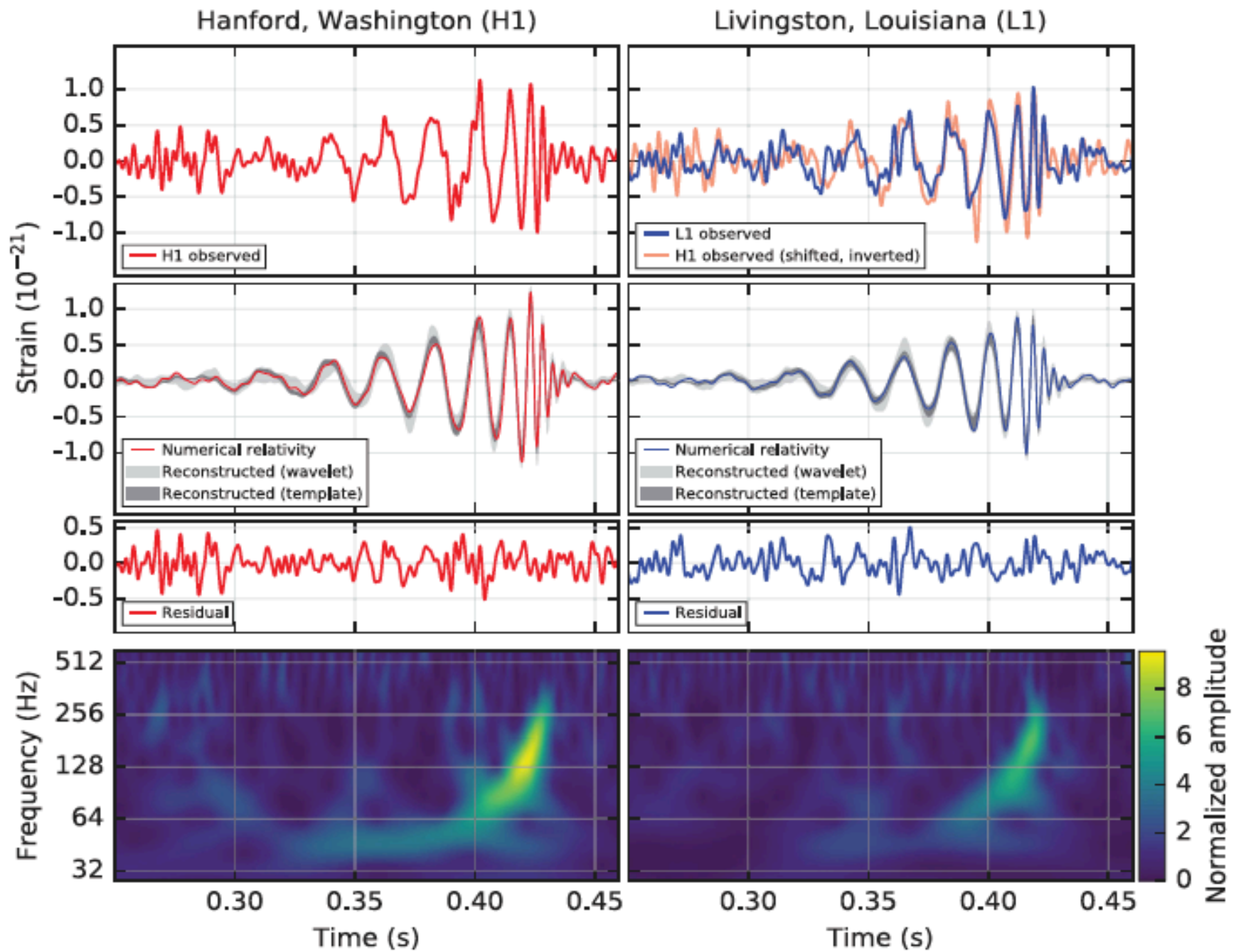


Fig. 4 a)

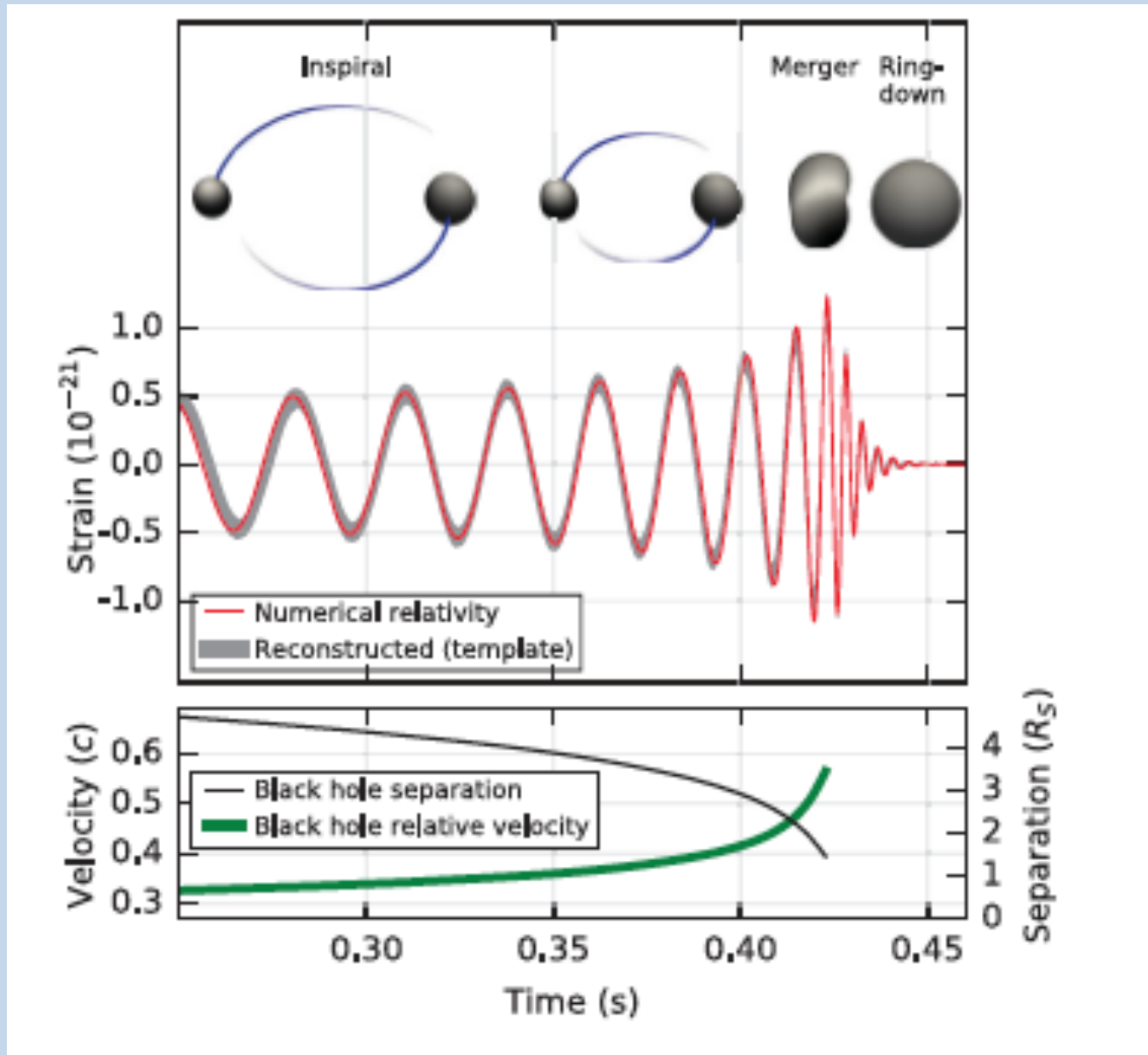


Fig. 4 b)

- durata dell'impulso ~ 0.5 sec.
- frequenze 35 / 250 Hz
- Livingston ~ 7 ms prima di Hanford
(si deduce l'arrivo dall'emisfero sud; direzione molto imprecisa)
- la lunghezza dei bracci ha "vibrato" con un'ampiezza di $\sim 10^{-16}$ cm
(1 millesimo del raggio del protone!): col righello non si può!

LA MATERIA E' TRASPARENTE ALLE OG

• **INTERPRETAZIONE**

- fusione di due buchi neri (dopo) di masse 29 e 36 masse solari
($M_{\odot} = 2 \times 10^{33}$ g)
- spiralizzano fino a raggiungere $v \sim c/2$!
- poi si forma un unico buco nero di massa $62 M_{\odot}$ ($29 + 36 - 3 = 62$)
con l'emissione gravitazionale di energia pari a $3 M_{\odot}$ ($E=mc^2$!)
(potenza di picco pari a 50 volte quella della luminosità dell'intero universo visibile)
- la fusione sarebbe avvenuta a ~ 1.3 GLY di distanza

$$\sigma_{EQ} = 5.1 \quad P \sim 2 \times 10^{-7}$$

3 – LE ONDE

- Premessa

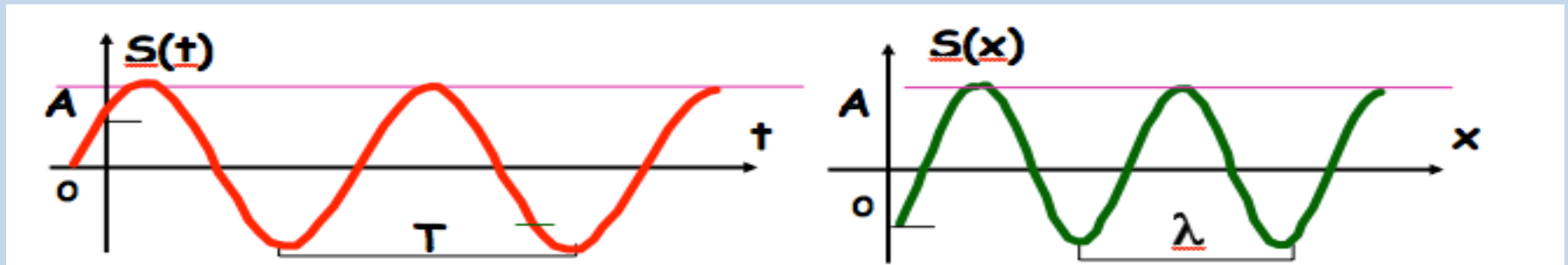


FIG. 5 Corda vibrante

$$\frac{1}{T} = \nu$$

$$\lambda \nu = V$$

Non tutte le onde sono sinusoidali

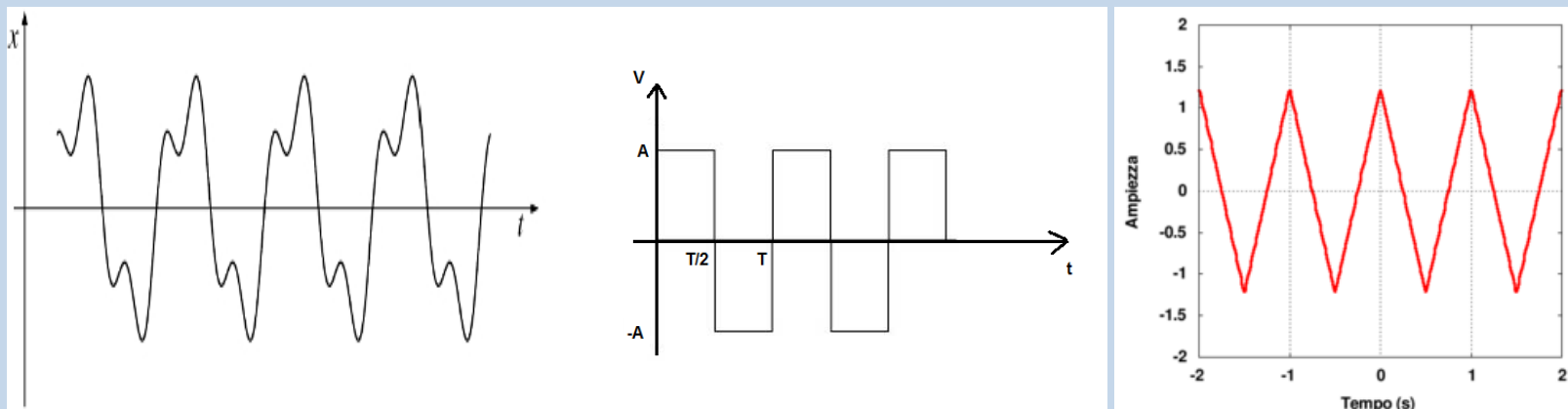


FIG. 6

Ma ogni onda è equivalente alla sovrapposizione di tante (a rigore ∞) onde sinusoidali con frequenze multiple intere (Fourier) e ampiezza decrescente.

Corda – canna d'organo - sbarra – sonore – lago
...ELM (anche luce); tutte onde sono!

E soddisfano alla stessa equazione.

- ONDE ELM

- il mezzo vibrante (etere) non c'è!
- a “vibrare” sono il campo elettrico (E) e il campo magnetico (B)
- sono onde trasversali

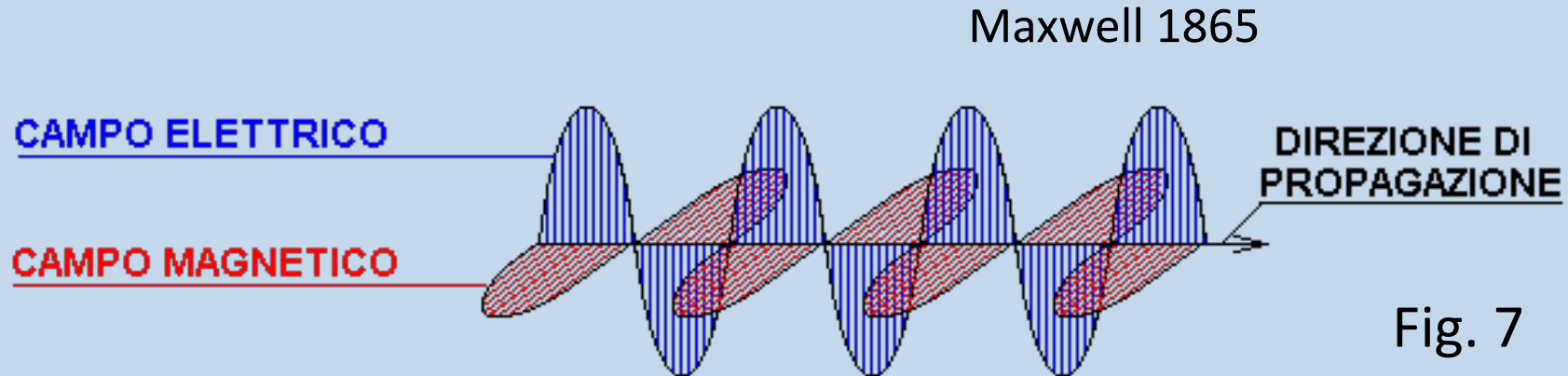


Fig. 7

E e B perpendicolari tra loro e all'asse x

- Frequenze molto diverse:

onde radio kHz – 100 MHz

onde TV ~500 MHz

microonde ~ 1 GHz

luce ~ 10^{14} Hz

raggi X .

raggi γ .

.

- Nel vuoto hanno tutte velocità c (3×10^8)
- Sono quantizzabili (dualità onda – corpuscolo)
(fotone)

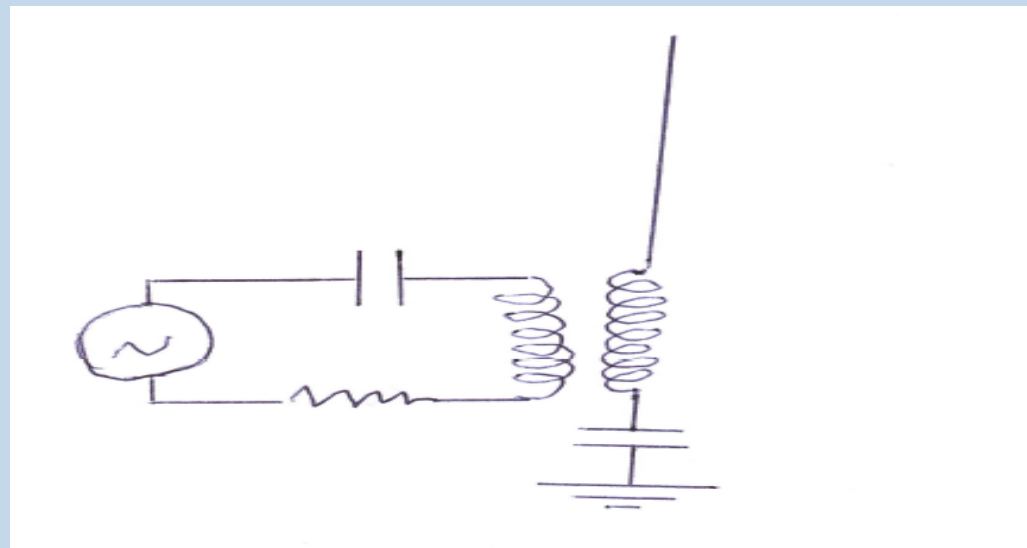
$$E=h\nu$$

- una carica elettrica comunque accelerata (rispetto a un sistema di riferimento inerziale) “irraggia” onde elm.

La potenza irraggiata P dipende dalla carica q e dalla accelerazione a :

$$P \propto q^2 a^2 \quad (\text{formula di Larmor})$$

- Dipolo oscillante
(antenna lineare)



L'energia ELM irraggiata si... “stacca” dall'antenna e va verso l'infinito, come se avesse superato la velocità di fuga (se non viene assorbita prima)

Ma cosa sono le OG?

Le OG stanno all'interazione grav.
come

le onde ELM stanno all'int. ELM

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{Newton}$$

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{Coulomb}$$

$$G \sim 6 \times 10^{-11}$$

$$K \sim 10^9$$

è meglio chiamare m_1 e m_2 "cariche gravitazionali" (c_1, c_2)

ANALOGHE? Non così tanto!

Per esempio: la F grav. è sempre attrattiva perché le cariche grav. negative non esistono

- LA PIUMA E IL MARTELLLO

Peso P_x di un corpo x :

$$P_x = G \frac{C_T C_X}{r^2} = g c_X \quad [g \approx 9.8]$$

Ma $P_x = c_X g = m_X a_X$

Se $a_X = g \rightarrow c_X = m_X$

Cioè: la carica grav. coincide con la massa (inerziale) ma niente di simile accade con la carica elettrica.

Spesso si dice: la massa grav. (o “pesante”) coincide con la massa inerziale.

D’ora in avanti le chiameremo ambedue “massa”.

4 – LA RELATIVITA'

- I due ascensori


 g

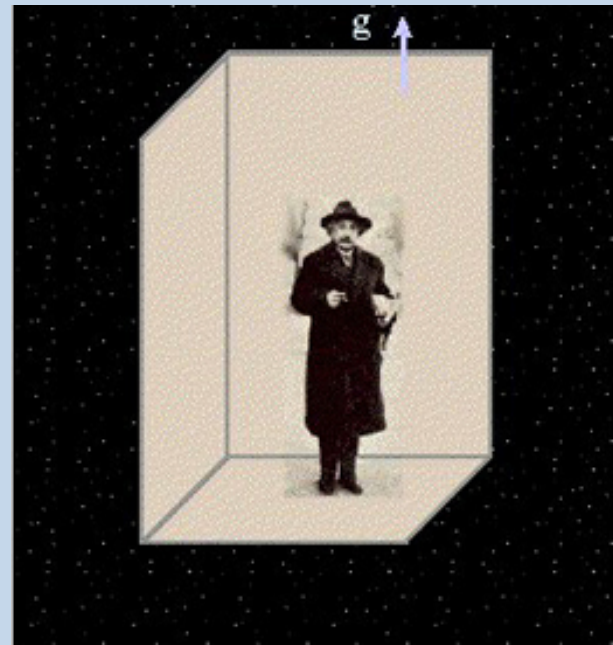


A1

In caduta libera

con Terra

g



A2

senza Terra


 g

PRINCIPIO DI EQUIVALENZA (PE)

In A1 l'int. grav. è localmente eliminabile

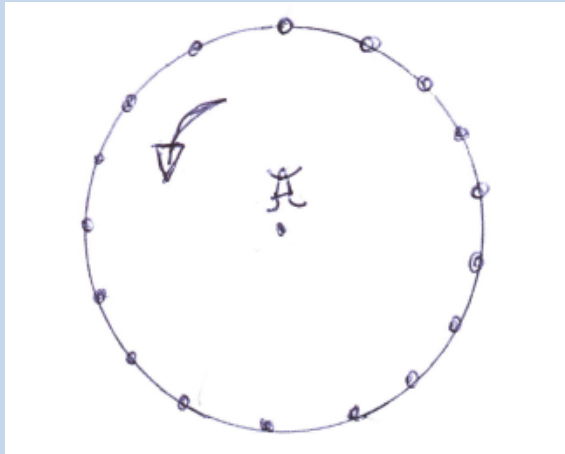
In A2 l'int. grav. è localmente realizzabile : anche senza
Terra!

Il moto con un'accelerazione dinamica pari a g è
Indistinguibile dalla quiete in un campo grav. con acc. g .

Niente di simile accade con l'int. elm: l'int. grav. è...
colpita a morte!

E' una vera interazione?

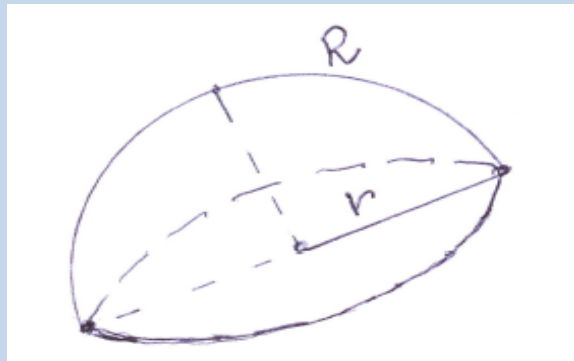
- IL DISCO ROTANTE



Dalla relatività speciale l'osservatore vede contratta la distanza tra i paletti periferici ma non il raggio R

Allora: $\text{circ} < 2\pi r$! Come è possibile?

Semplice: il disco s'incurva cioè diventa, a tutti gli effetti, una calotta sferica



$$\text{circ} = 2\pi r < 2\pi R$$

La rotazione (moto accelerato) incurva il disco ma per il PE un disco in rotazione è equivalente ad un disco fermo immerso in un campo grav.

ALLORA: la gravità incurva uno spazio

2 NOTE:

- ✓ Il passaggio da 2 a 3 dimensioni è “astratto”:
una sfera è “curva” perchè $S < 4\pi r^2$
(in analogia con $\text{circ} < 2\pi r$)

- ✓ Il passaggio a 4 (il tempo) è ancora più astratto: anche il tempo è...
curvo: il tempo...in pianura è più lento che in montagna.

- Allora la massa incurva lo spazio intorno a sé... e basta! : la Terra
gira intorno al Sole solo perché il Sole ha incurvato lo spazio intorno
a sé.

- L’analogia di una biglia che incurva una membrana elastica su cui è
appoggiata non è...buona! (si mangia la coda)

- I BUCHI NERI: corpi celesti con velocità di fuga (v_F) uguale a c e dai quali quindi nulla può sfuggire

$$\frac{1}{2} m v_F^2 = G \frac{M m}{r} \quad \rightarrow \quad v_F = \sqrt{\frac{2 G m}{r}}$$

$$\text{se } v_F = c \quad \rightarrow \quad r = \frac{2 G M}{c^2} \equiv \mathfrak{R} \quad (\text{raggio di Schwarzschild})$$

$$\mathfrak{R}_{\oplus} \cong 3 \text{ Km} \quad \mathfrak{R}_T \cong 1 \text{ cm}$$

- L'equazione di Einstein (solo da... vedere!)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

dove:

$R_{\mu\nu}$: tensore di curvatura di Ricci,

R : curvatura scalare, cioè la traccia di R_{ik}

$g_{\mu\nu}$: tensore metrico,

Λ : costante cosmologica,

$T_{\mu\nu}$: tensore stress-energia,

c : velocità della luce,

G : costante gravitazionale.

lega la curvatura dello spazio ($R_{\mu\nu}$)
con
la massa-energia che la genera ($T_{\mu\nu}$)

La gravità è una modifica della geometria dello spazio tempo.

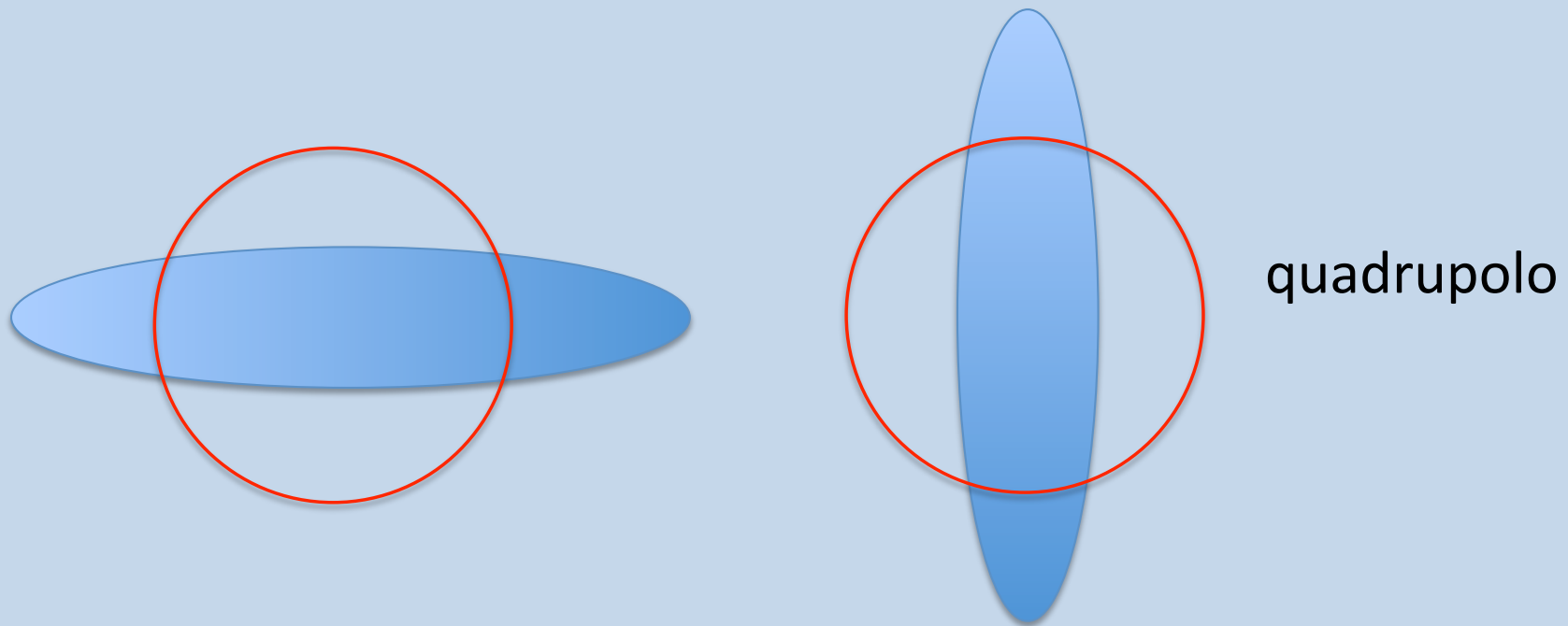
$R_{\mu\nu}$ risulta soddisfare un'equazione d'onda (di tutte le onde) che si propaga a velocità c

$R_{\mu\nu} = 0$ (solo da... vedere!)

Definizione meno naif di quella iniziale:
Le OG sono “increspature” (ripples) della curvatura dello spaziotempo che si propagano a velocità c

- Possibili sorgenti di OG:
 - 1 - stelle binarie
 - 2 - pulsar
 - 3 - supernove
 - 4 - fusione di buchi neri

E' comunque necessaria una "asimmetria": una massa sferica che pulsasse mantenendosi sferica non emetterebbe OG, deve pulsare così:



... cetriolo ... cipolla ... cetriolo ... cipolla ...

Allora:

quando un braccio dell'interferometro si allunga,
l'altro si accorcia: le OG sono onde trasversali di
quadrupolo.