

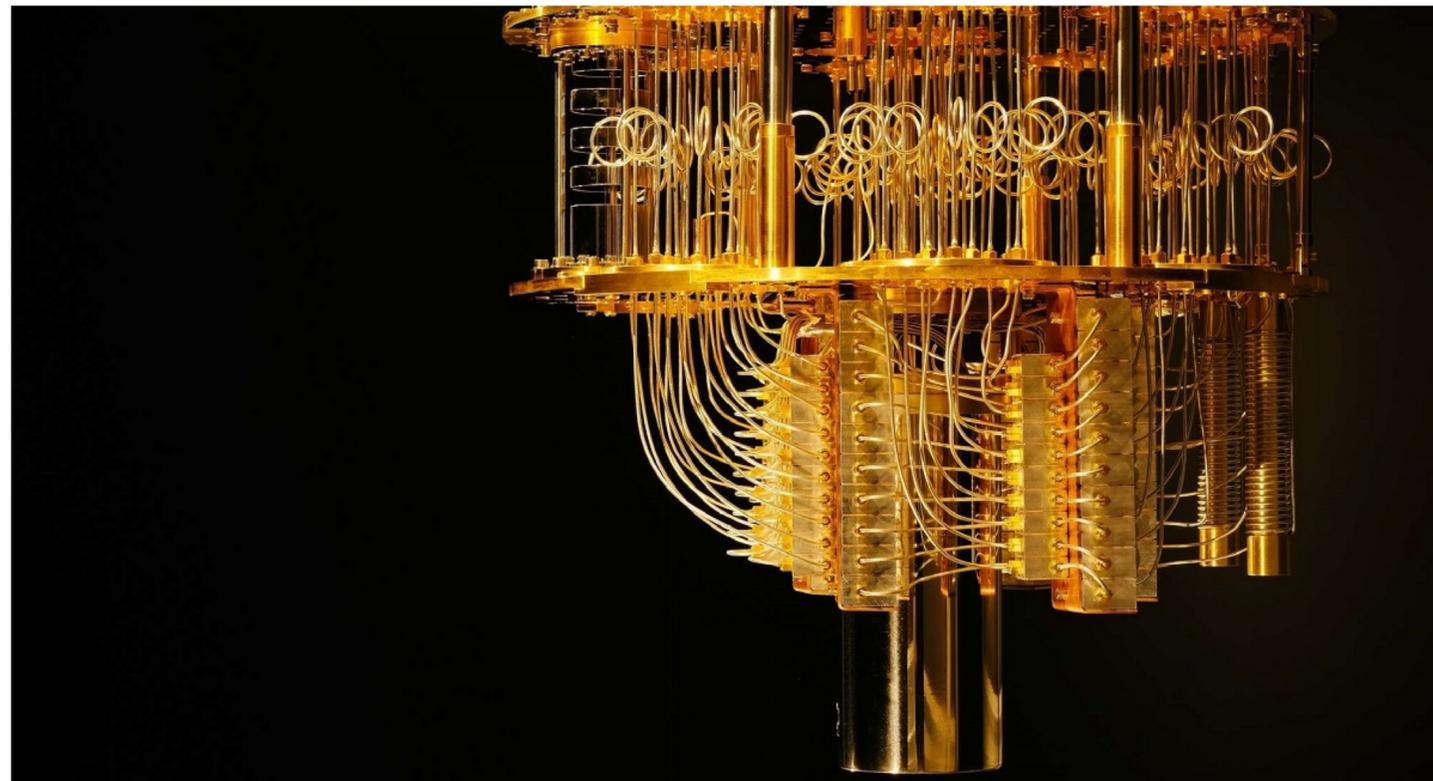


Associazione per
l'Insegnamento
della Fisica



UNIVERSITÀ
DI PAVIA

Luce e computazione: breve viaggio nei computer quantistici

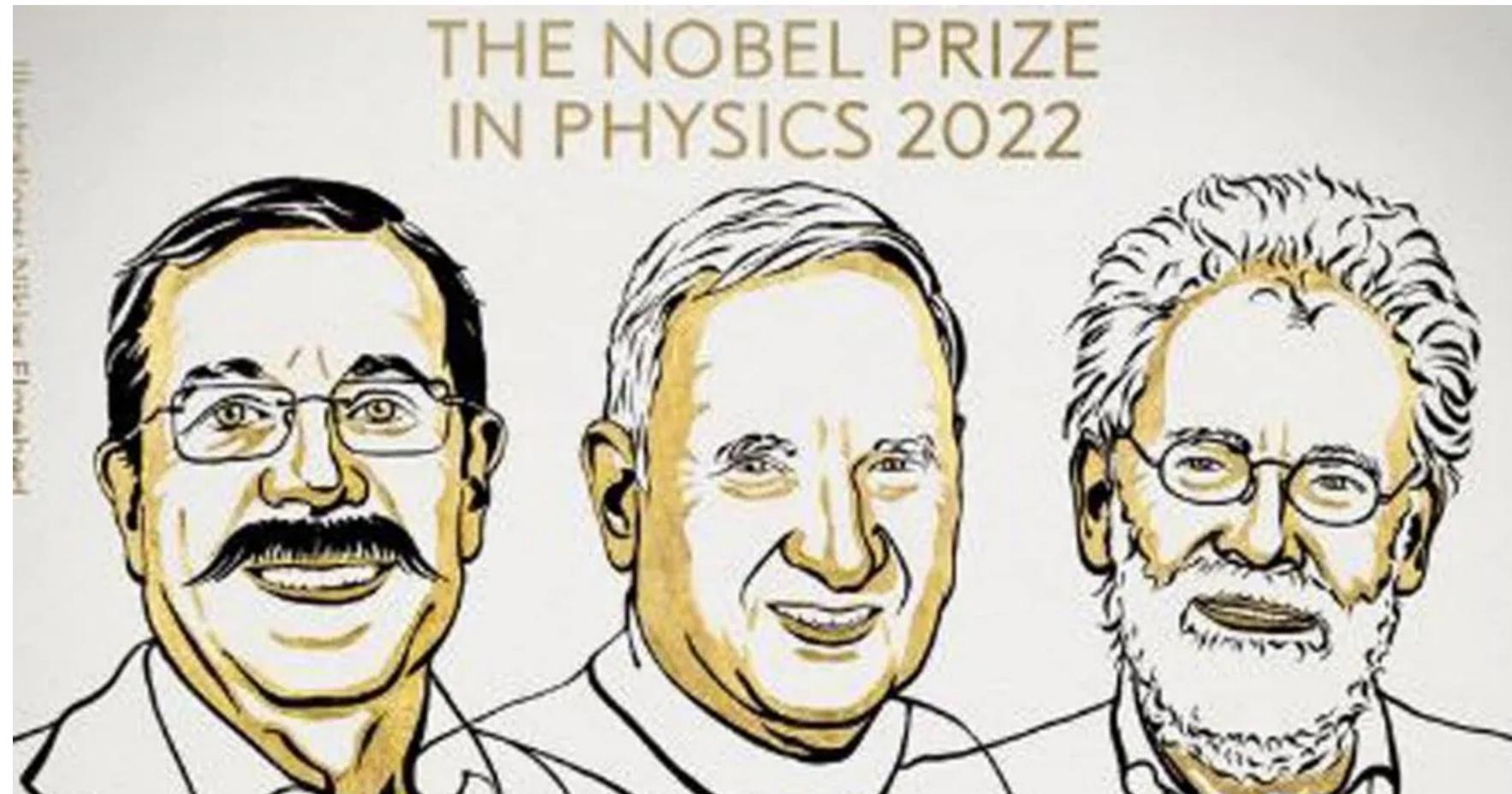


*Claudio Sutrini,
Università di Pavia.*

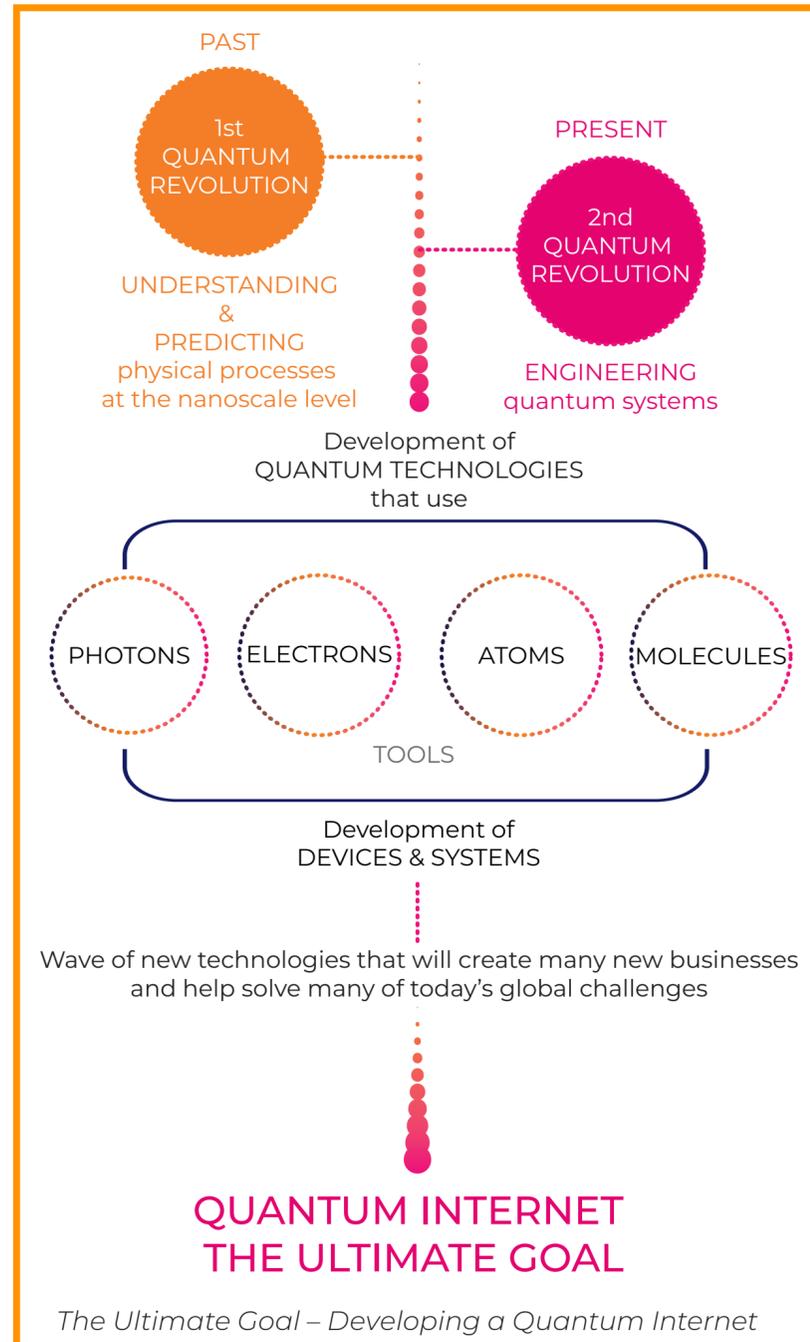


*Massimiliano Malgieri
Giacomo Zuccarini
Chiara Macchiavello*

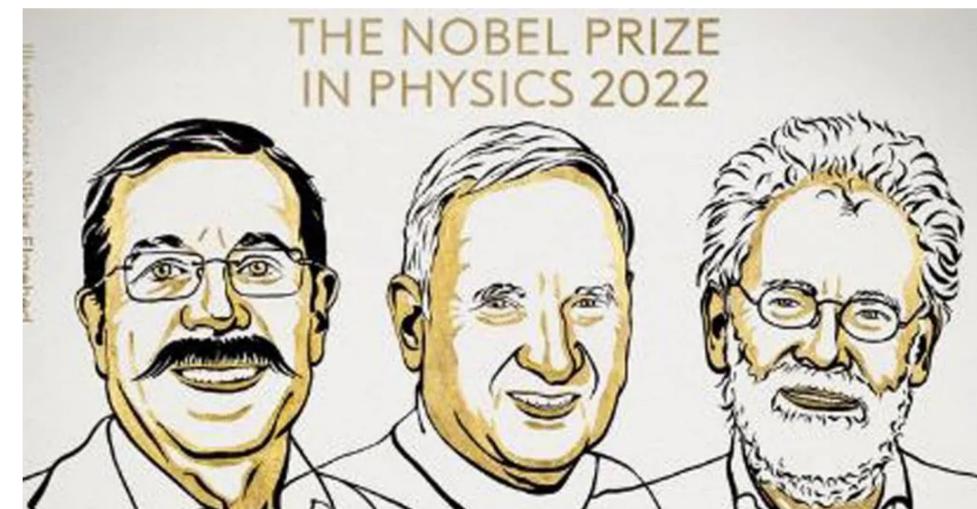
Nobel



Rivoluzione quantistica



La prima rivoluzione quantistica ha plasmato il mondo in cui viviamo oggi; senza padroneggiare la fisica quantistica, non avremmo potuto sviluppare computer, telecomunicazioni, navigazione satellitare, smartphone o la moderna diagnostica medica. Ora, una seconda rivoluzione quantistica si sta svolgendo, sfruttando gli enormi progressi nella capacità di rilevare e manipolare singoli oggetti quantici (fotoni, elettroni, atomi, molecole), qualcosa che persino Einstein considerava impossibile.



Gioco della moneta



1. Alice e Bob sono due amici; Bob è segretamente innamorato di Alice ed è, fondamentalmente, un gentiluomo. Alice sa che Bob è un gentiluomo.

Gioco della moneta



1. Alice e Bob sono due amici; Bob è segretamente innamorato di Alice ed è, fondamentalmente, un gentiluomo. Alice sa che Bob è un gentiluomo.
2. Alice e Bob si incontrano spesso per giocare insieme. Spesso fanno giochi dove le probabilità hanno un ruolo significativo.

Gioco della moneta



1. Alice e Bob sono due amici; Bob è segretamente innamorato di Alice ed è, fondamentalmente, un gentiluomo. Alice sa che Bob è un gentiluomo.
2. Alice e Bob si incontrano spesso per giocare insieme. Spesso fanno giochi dove le probabilità hanno un ruolo significativo.
3. Alice propone a Bob un gioco con una moneta: una moneta (non truccata) è posizionata in una scatola con Testa rivolta verso l'alto. A questo punto a turno, per un totale di tre volte, un giocatore può aprire la scatola e senza guardare può cambiare faccia alla moneta oppure lasciarla invariata. Dopo tre mani chi inizia vince se aprendo la scatola si vede Testa (la stessa immagine dell'inizio).

Gioco della moneta



1. Alice e Bob sono due amici; Bob è segretamente innamorato di Alice ed è, fondamentalmente, un gentiluomo. Alice sa che Bob è un gentiluomo.
2. Alice e Bob si incontrano spesso per giocare insieme. Spesso fanno giochi dove le probabilità hanno un ruolo significativo.
3. Alice propone a Bob un gioco con una moneta: una moneta (non truccata) è posizionata in una scatola con Testa rivolta verso l'alto. A questo punto a turno, per un totale di tre volte, un giocatore può aprire la scatola e senza guardare può cambiare faccia alla moneta oppure lasciarla invariata. Dopo tre mani chi inizia vince se aprendo la scatola si vede Testa (la stessa immagine dell'inizio).
4. Alice chiede a Bob di poter essere lei a cominciare. Bob, dopo un piccolo ragionamento e spinto da inguaribile galanteria, accetta di buon grado

Gioco della moneta: algoritmo



Gioco della moneta: algoritmo



Alice e Bob giocano per un po' di tempo, ma si accorgono che il gioco non è particolarmente divertente.

Gioco della moneta: algoritmo



Alice e Bob giocano per un po' di tempo, ma si accorgono che il gioco non è particolarmente divertente.

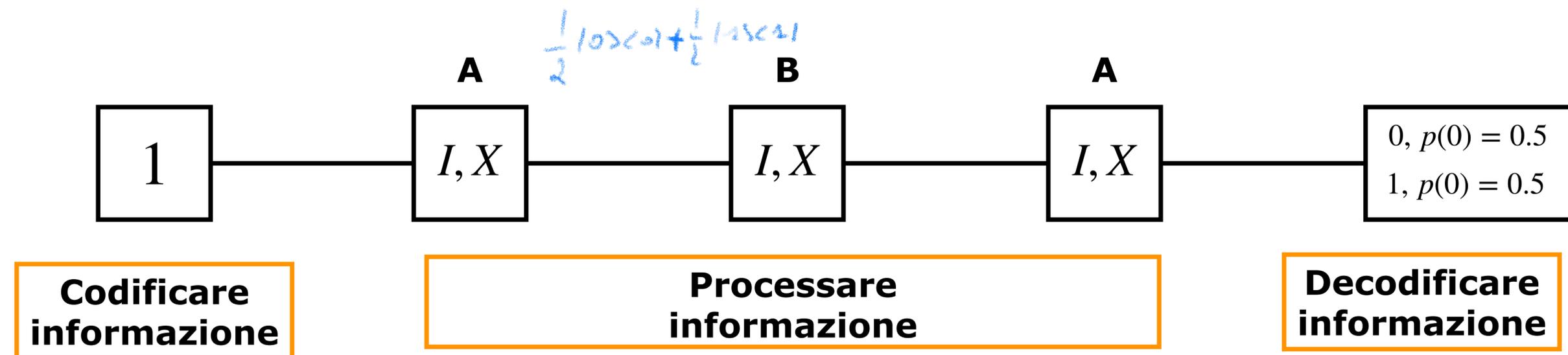
Alice, come stimolo, propone a Bob di scrivere un piccolo algoritmo (classico) che possa essere usato come programma per giocare in rete.

Gioco della moneta: algoritmo



Alice e Bob giocano per un po' di tempo, ma si accorgono che il gioco non è particolarmente divertente.

Alice, come stimolo, propone a Bob di scrivere un piccolo algoritmo (classico) che possa essere usato come programma per giocare in rete.



Alice e Bob giocano sui
loro computer da casa

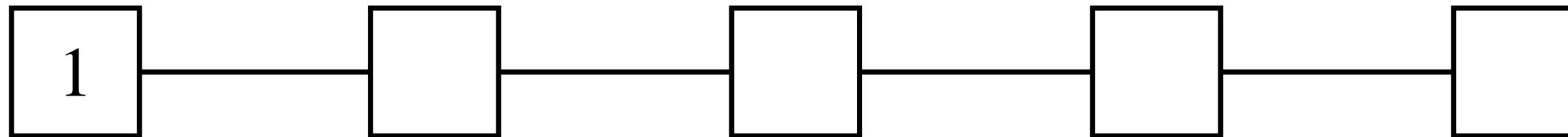
Gioco della moneta: interfaccia

Interfaccia

Gioco della moneta: interfaccia

Alice e Bob giocano sui loro computer da casa

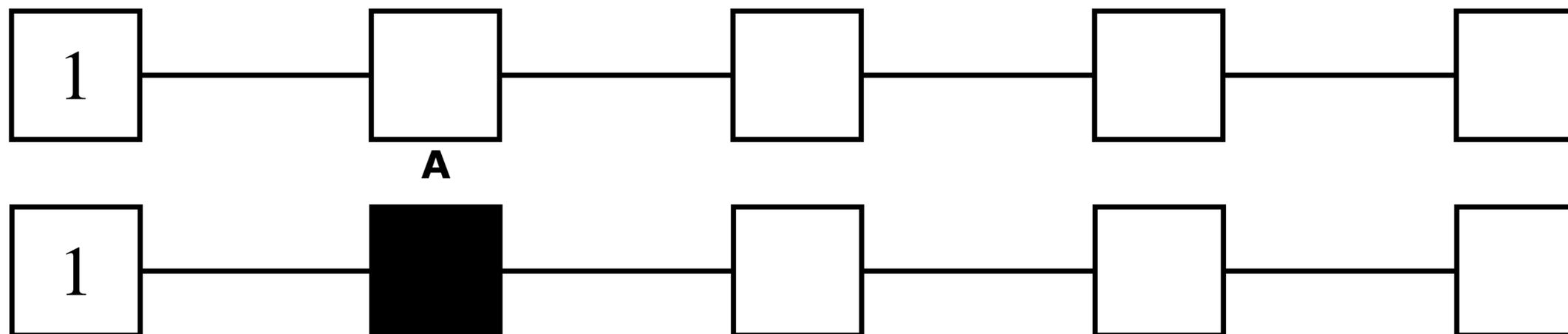
Interfaccia



Gioco della moneta: interfaccia

Alice e Bob giocano sui loro computer da casa

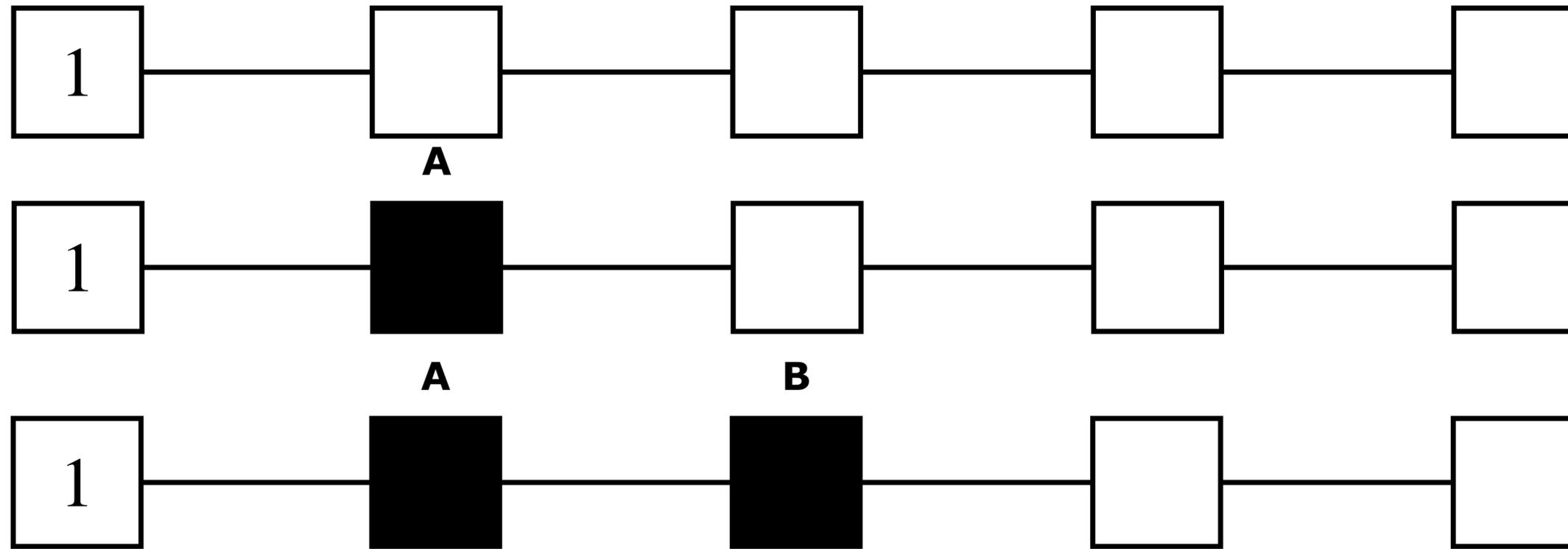
Interfaccia



Gioco della moneta: interfaccia

Alice e Bob giocano sui loro computer da casa

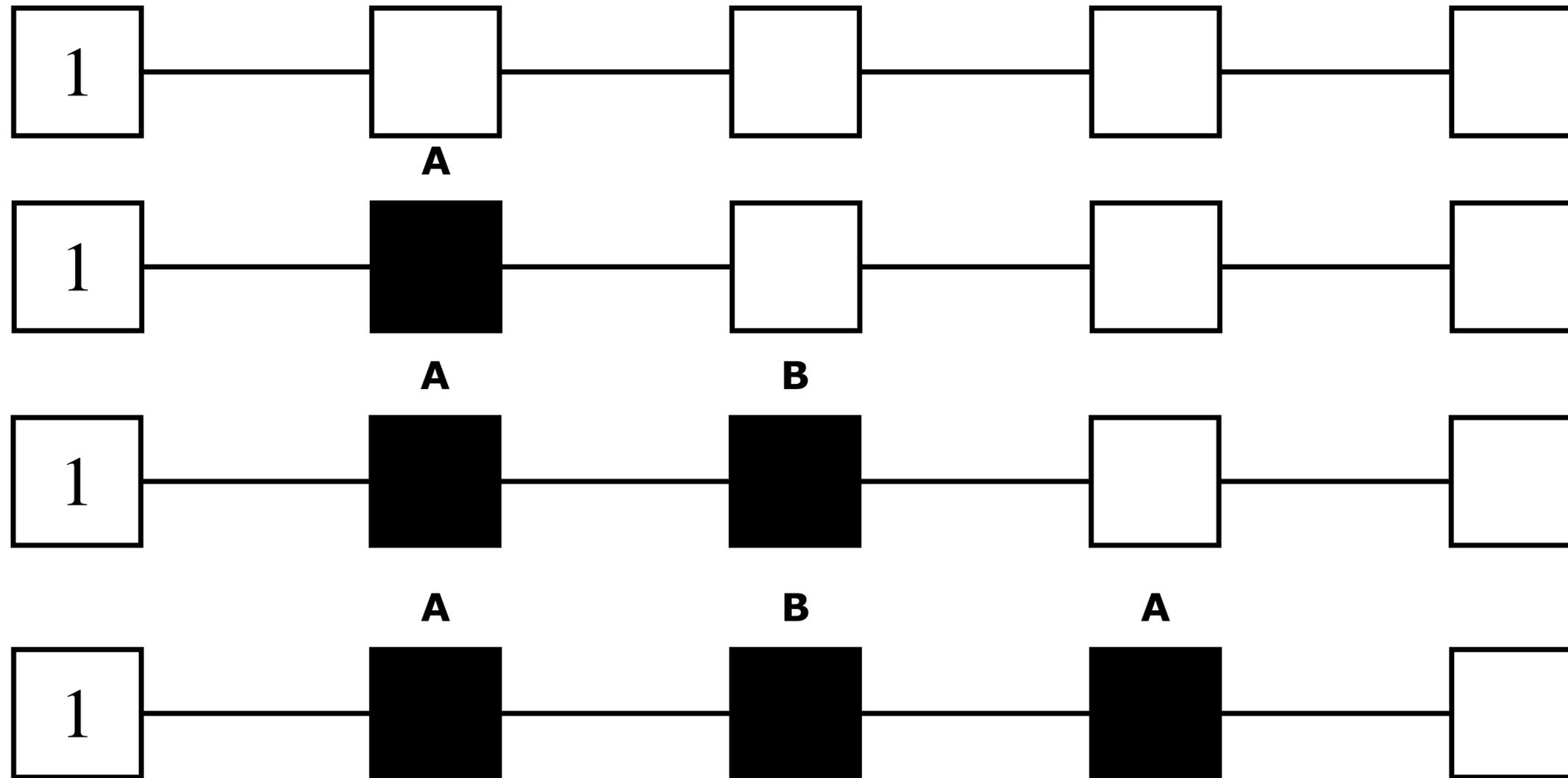
Interfaccia



Gioco della moneta: interfaccia

Alice e Bob giocano sui loro computer da casa

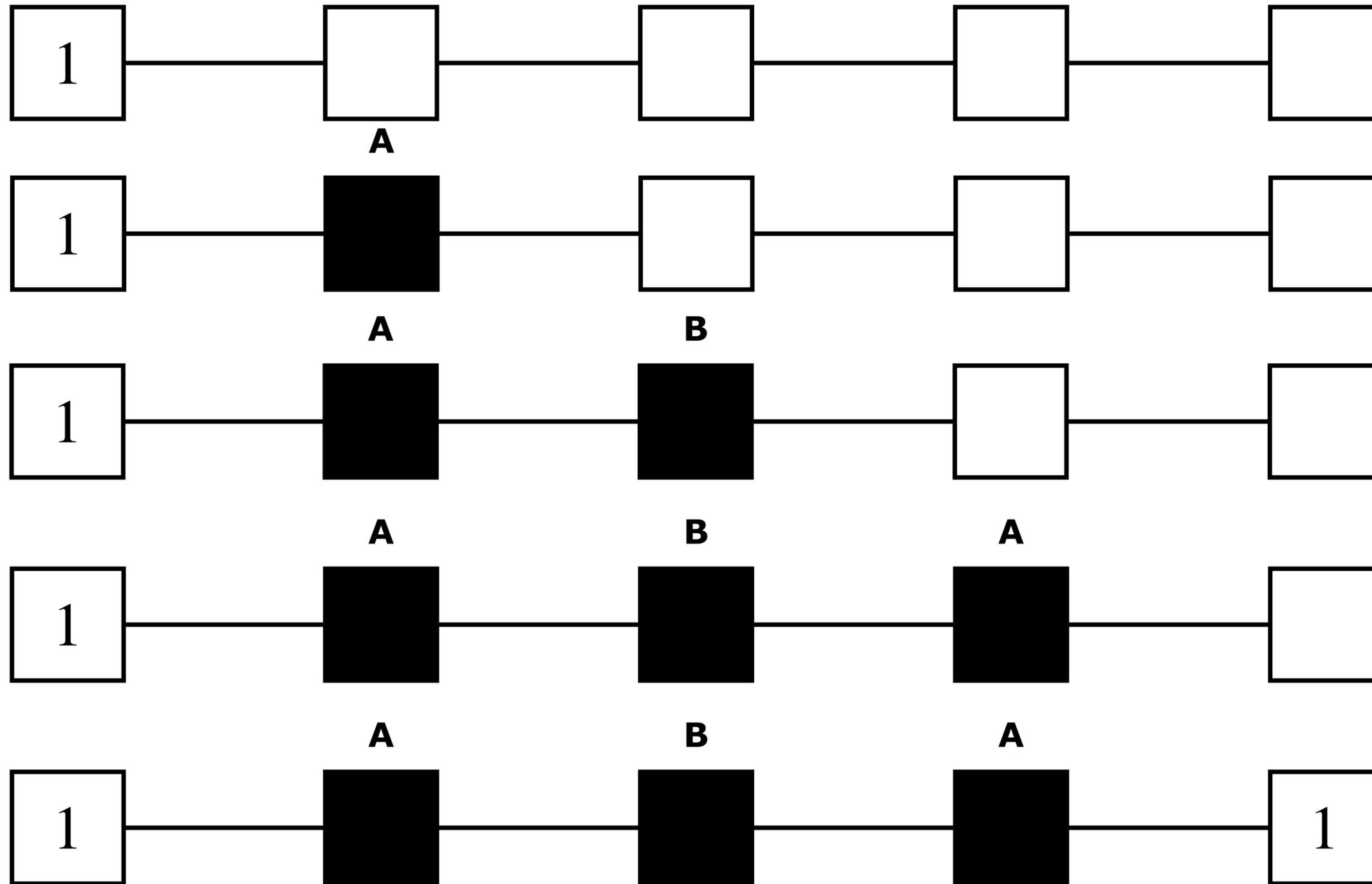
Interfaccia



Gioco della moneta: interfaccia

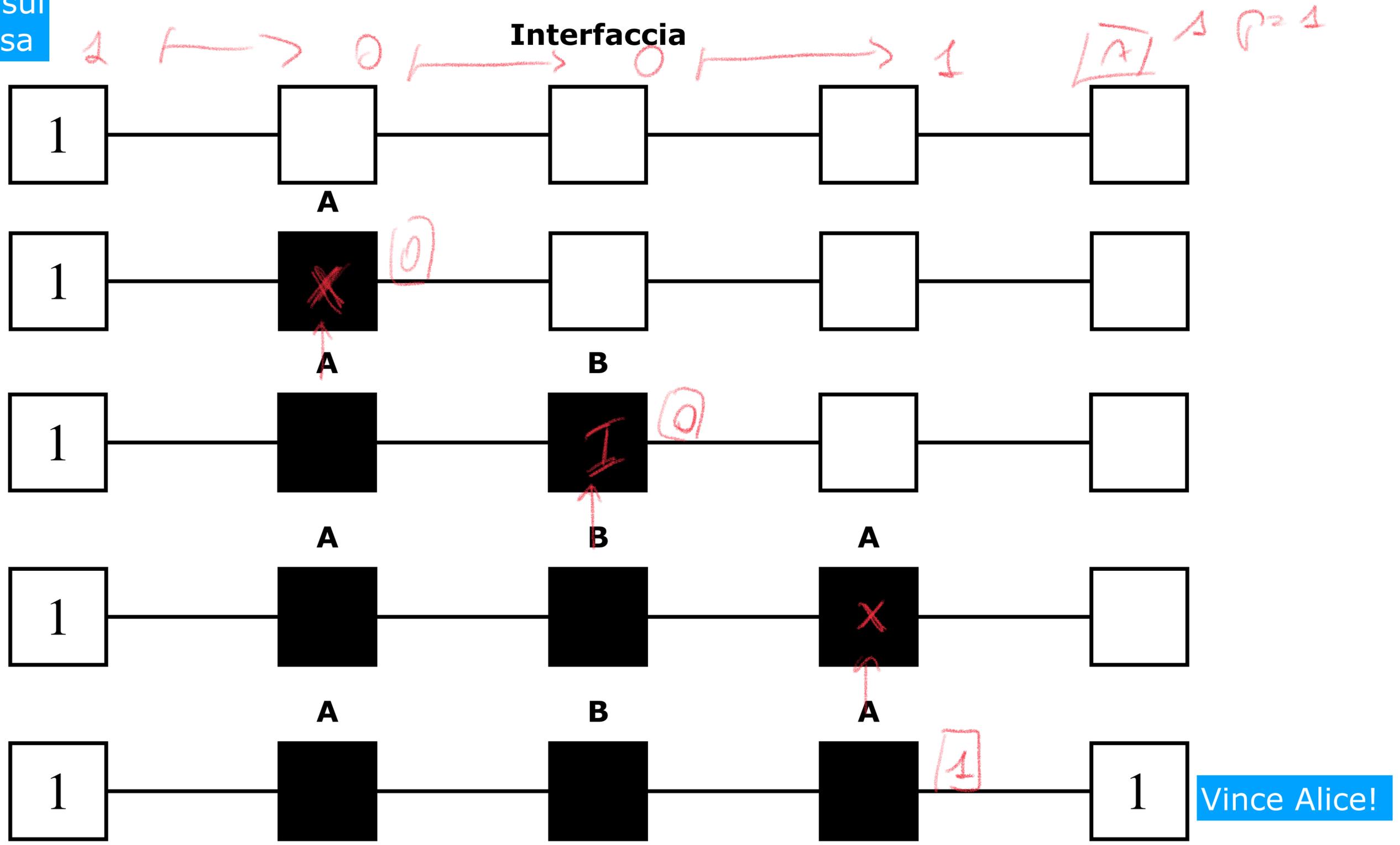
Alice e Bob giocano sui loro computer da casa

Interfaccia

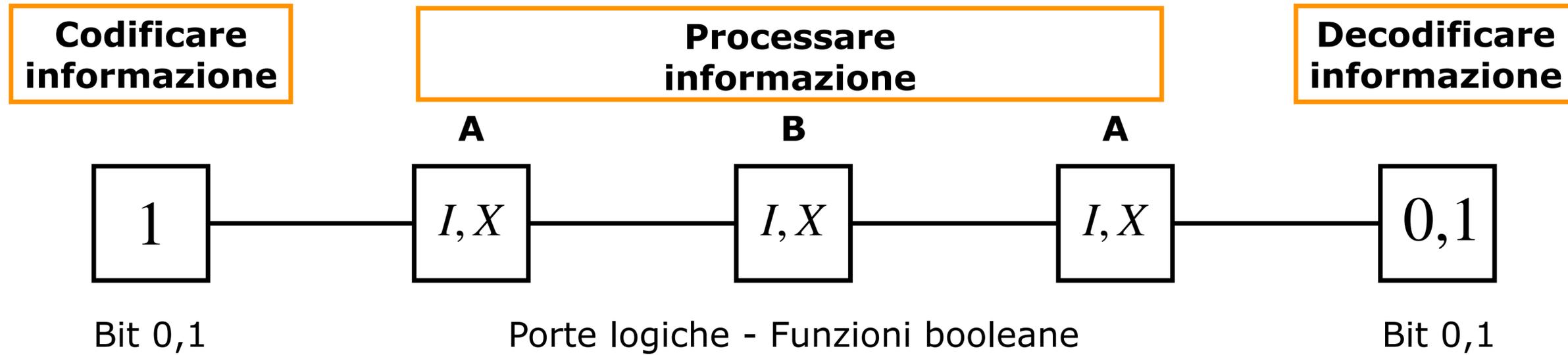


Gioco della moneta: interfaccia

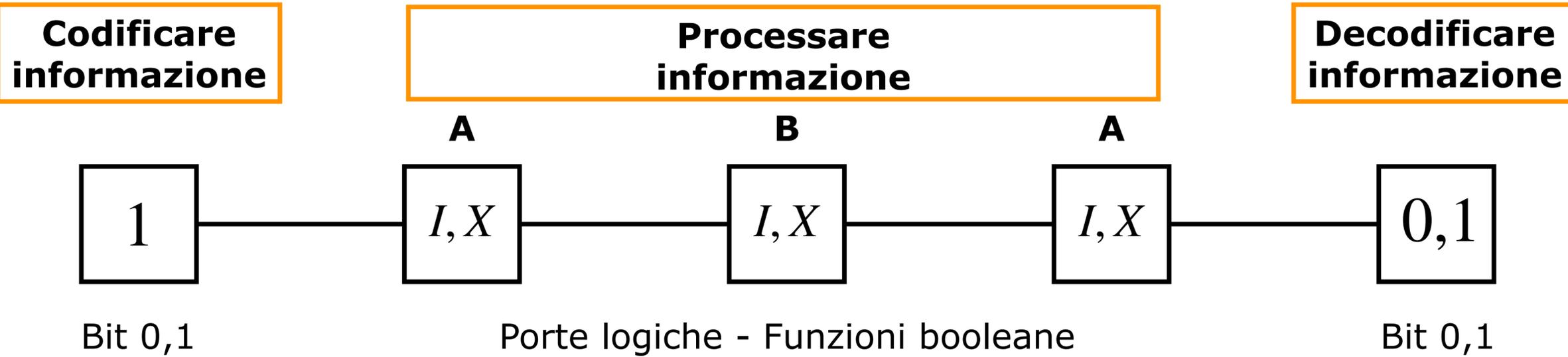
Alice e Bob giocano sui loro computer da casa



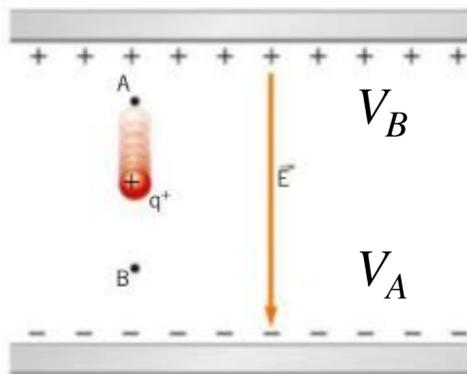
Hardware ?



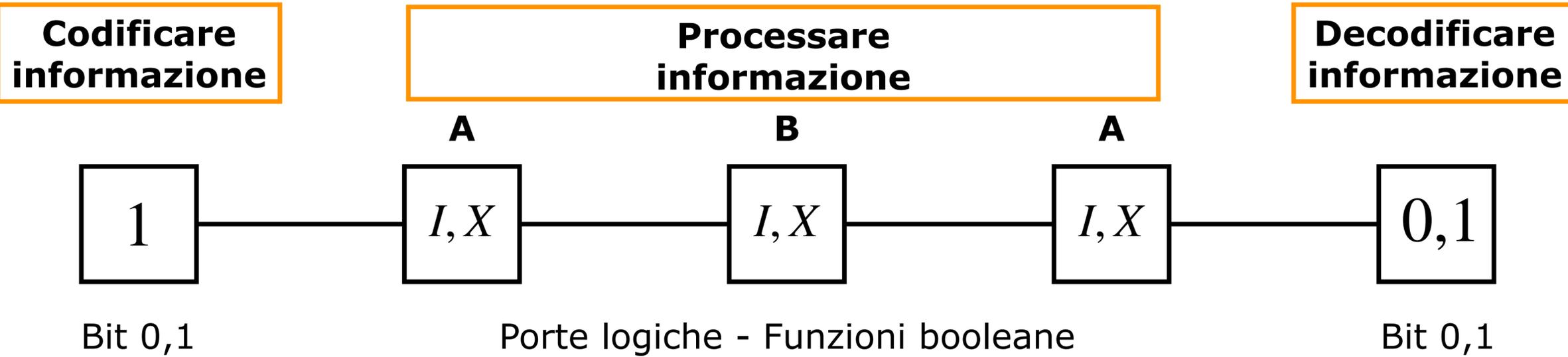
Hardware ?



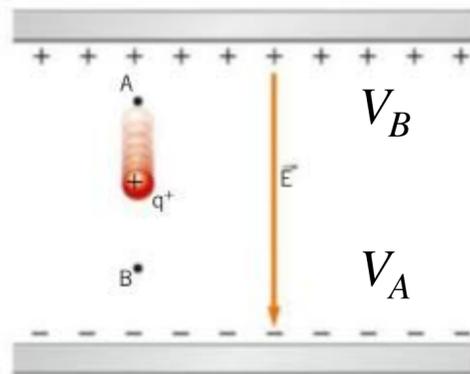
Potenziale



Hardware ?

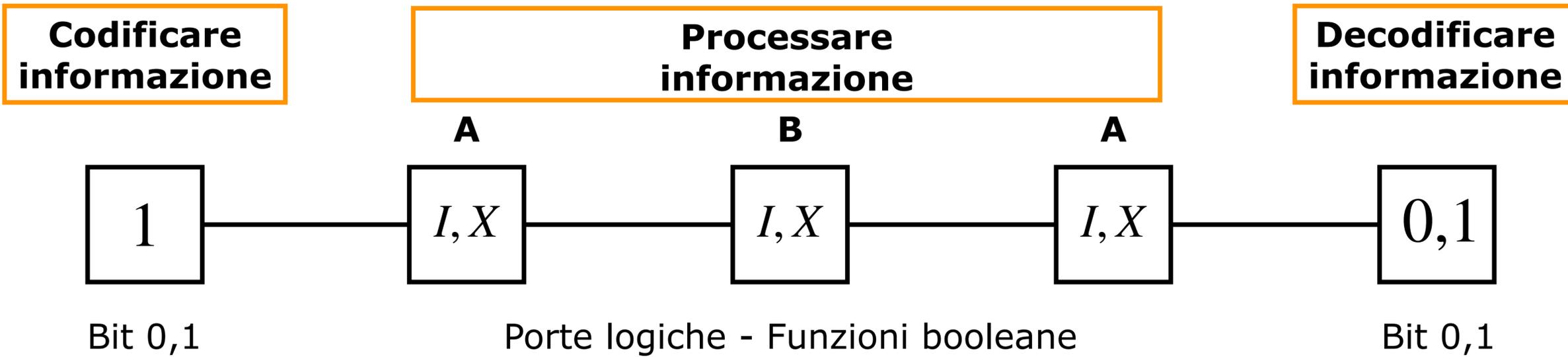


Potenziale

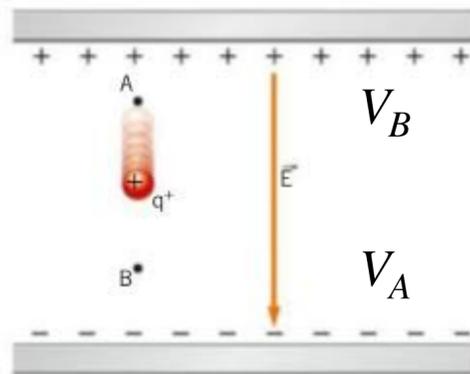


**Stato relativo
ad una proprietà di un
sistema fisico**

Hardware ?

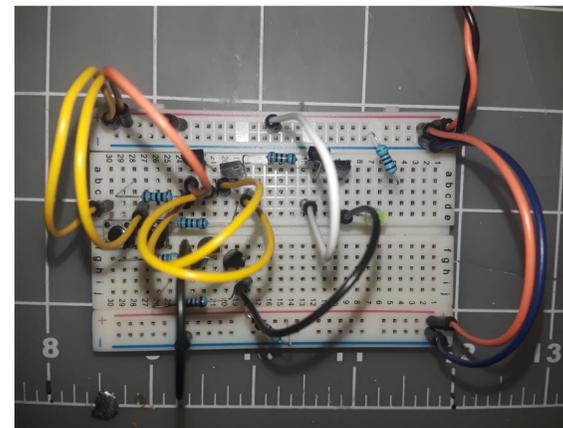


Potenziale

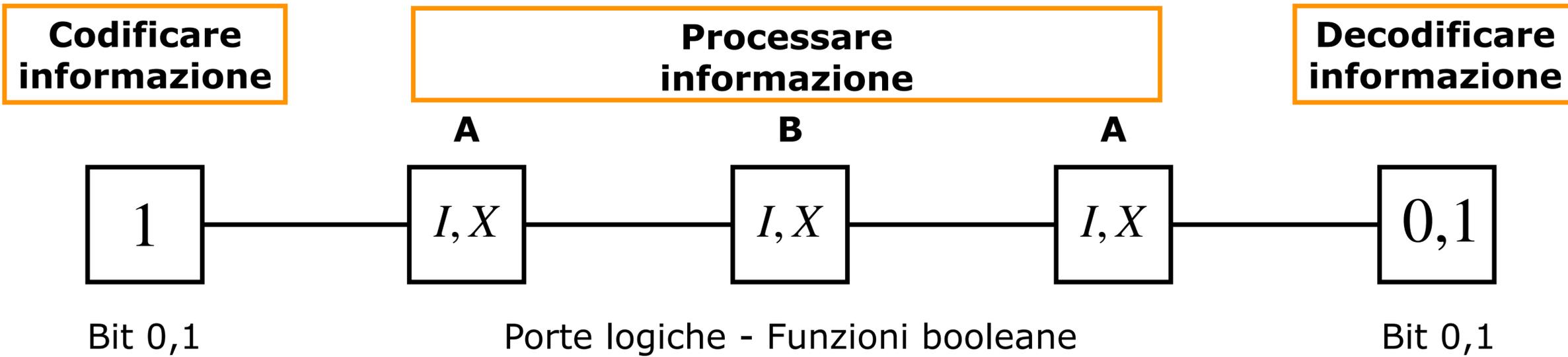


**Stato relativo
ad una proprietà di un
sistema fisico**

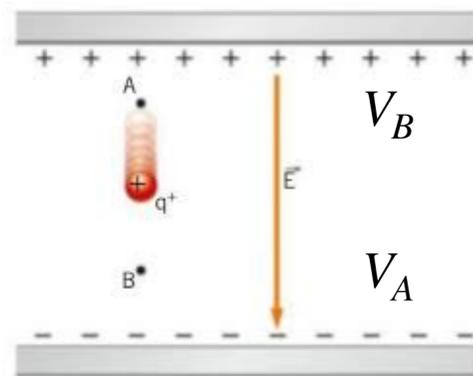
Transistor



Hardware ?

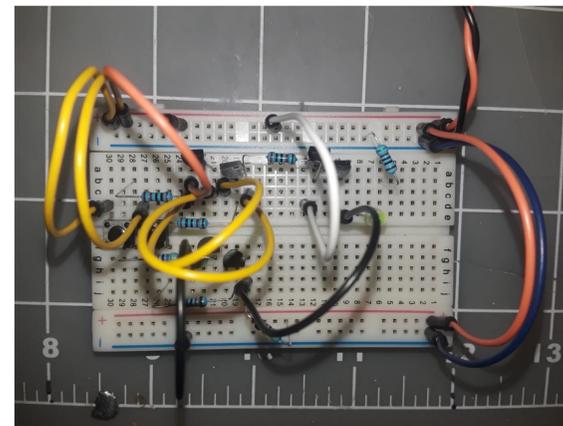


Potenziale



**Stato relativo
ad una proprietà di un
sistema fisico**

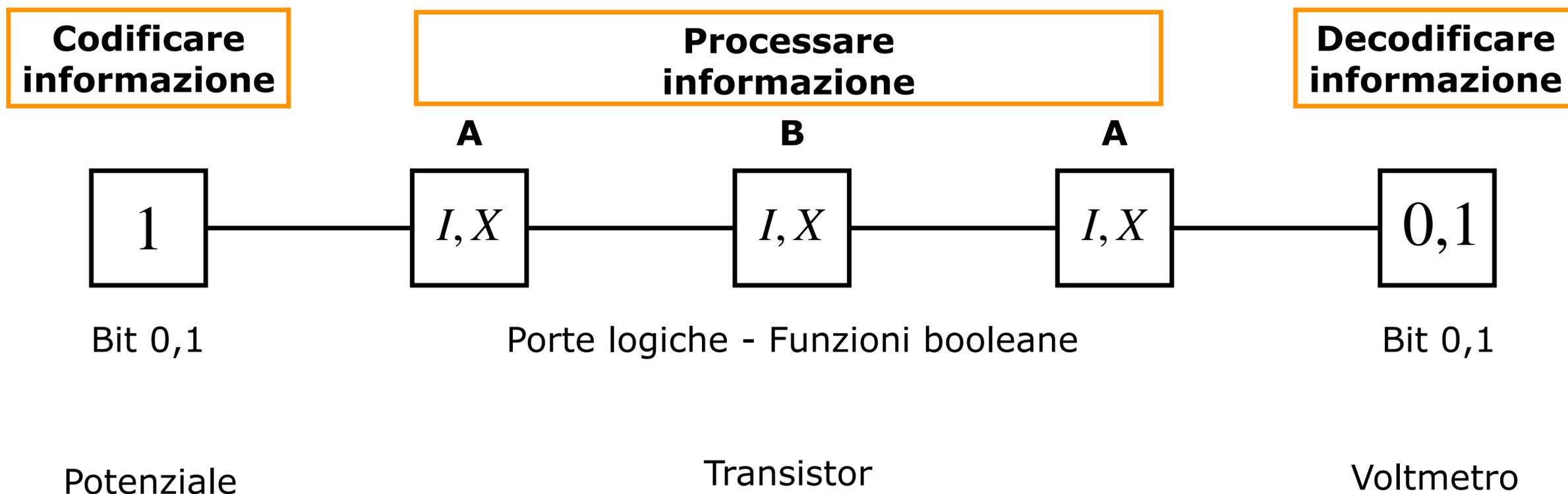
Transistor



Voltmetro



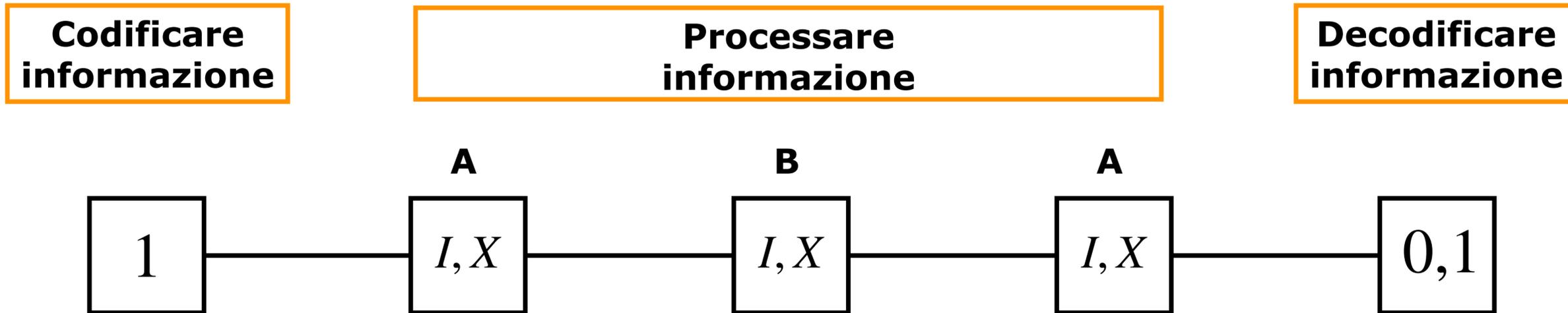
Hardware ?



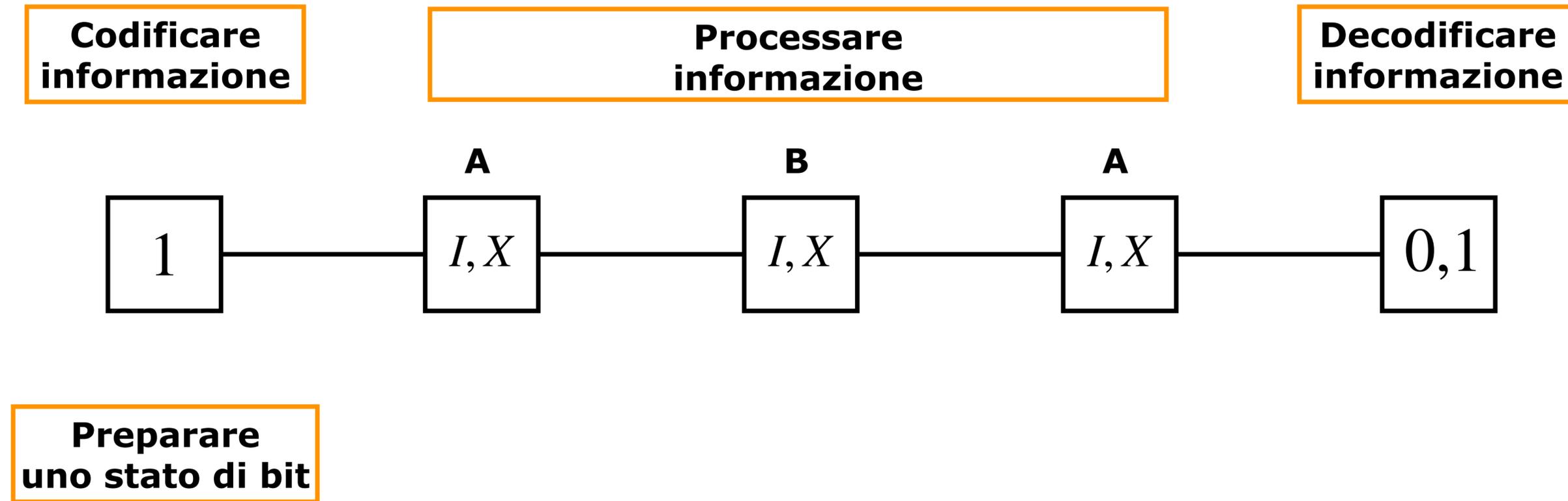
Information, after all, is something that is encoded in the state of a physical system; a computation is something that can be carried out on an actual physically realizable device.

J. Preskill

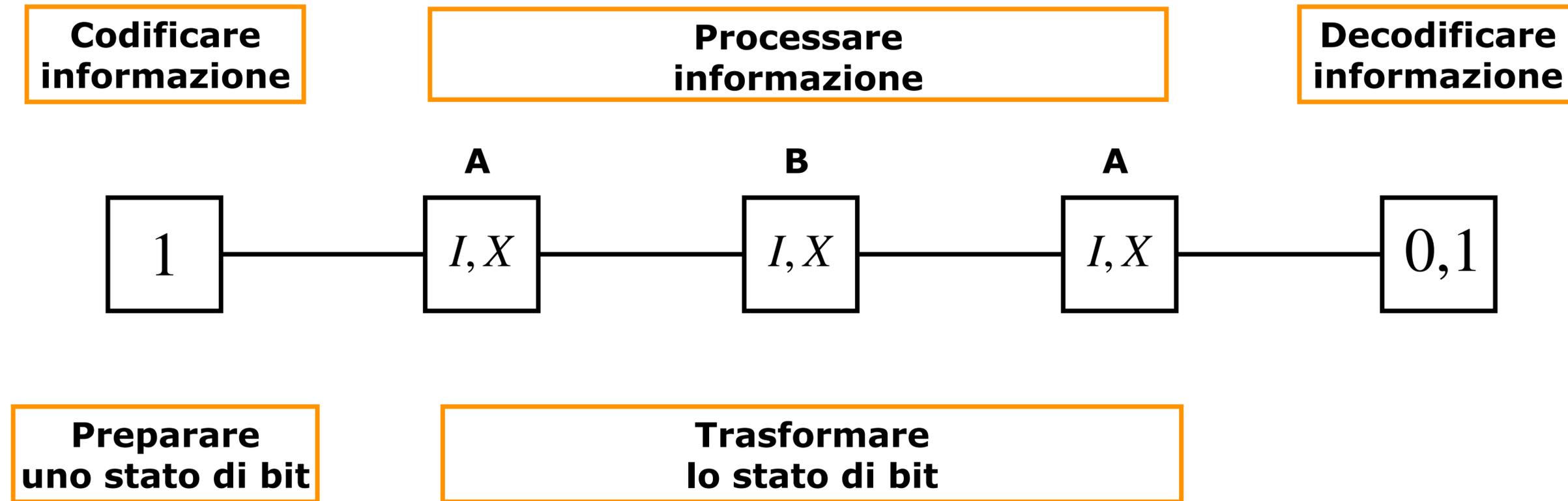
Hardware ?



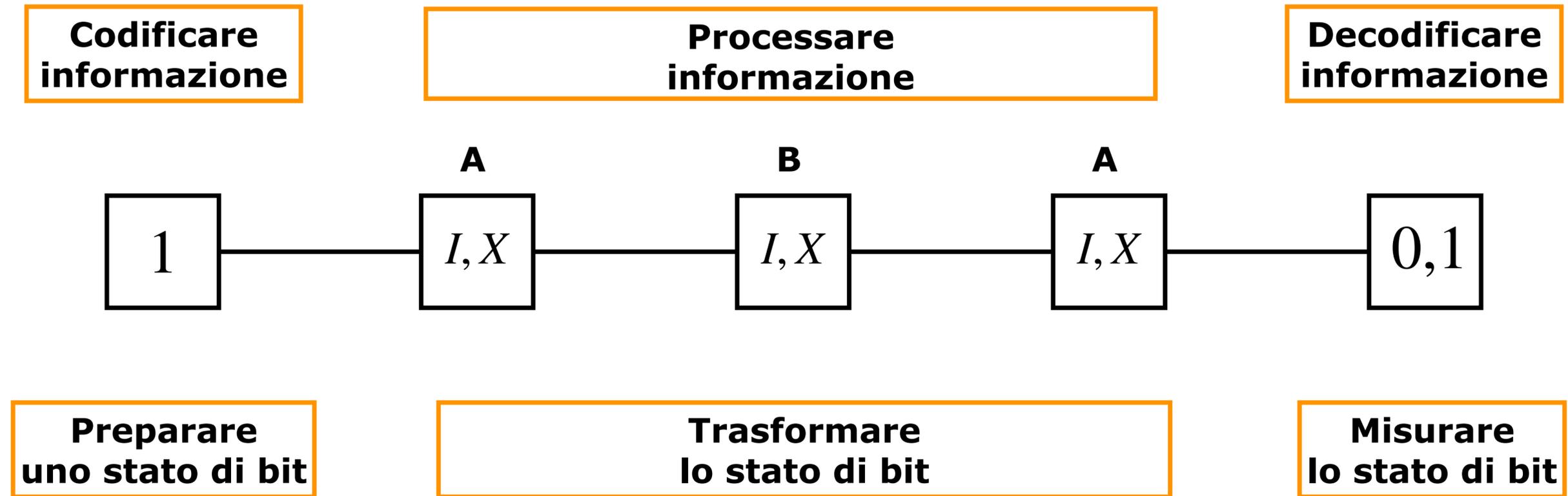
Hardware ?



Hardware ?



Hardware ?



Fisica - Logica - Calcolo

Fredkin-Toffoli(1982): “La macchina di Turing incarna in forma euristica gli assiomi della teoria della computabilità. Dalla discussione originale di Turing (Turing-Church, 1936) è chiaro che egli intendesse cogliere alcuni vincoli fisici generali a cui sono soggetti tutti i processi di calcolo concreti, così come alcuni meccanismi fisici generali di cui i processi di calcolo possono senza dubbio avvalersi. Al centro degli argomenti di Turing, o, più in generale, della tesi di Church, ci sono i seguenti presupposti fisici:

P1: La velocità di propagazione delle informazioni è limitata. (Nessuna "azione a distanza": gli effetti causali si propagano attraverso le interazioni locali.)”

P2: La quantità di informazioni che può essere codificata nello stato di un sistema finito è limitata.

P3: È possibile costruire dispositivi fisici macroscopici e *dissipativi* che eseguono in modo riconoscibile e affidabile le funzioni logiche AND, NOT e FAN-OUT”.

Fisica - Logica - Calcolo

Fredkin-Toffoli(1982): “È noto che AND, NOT e FAN-OUT (Copy) costituiscono un insieme universale di primitivi logici e, quindi, da un punto di vista puramente matematico, non vi sono ragioni valide per considerare diversi primitivi come base per il calcolo. Tuttavia, la funzione AND non è invertibile e quindi richiede per la sua realizzazione un dispositivo irreversibile, cioè un sistema che può raggiungere lo stesso stato finale da diversi stati iniziali. In altre parole, eseguendo l'operazione AND si cancella generalmente una certa quantità di informazioni sul passato del sistema. Contrariamente all'irreversibilità della funzione AND e di altre operazioni logiche comuni, si presume che le leggi dinamiche fondamentali alla base di tutti i fenomeni fisici siano strettamente reversibili”

Fisica - Logica - Calcolo

Fredkin-Toffoli(1982): “È noto che AND, NOT e FAN-OUT (Copy) costituiscono un insieme universale di primitivi logici e, quindi, da un punto di vista puramente matematico, non vi sono ragioni valide per considerare diversi primitivi come base per il calcolo. Tuttavia, la funzione AND non è invertibile e quindi richiede per la sua realizzazione un dispositivo irreversibile, cioè un sistema che può raggiungere lo stesso stato finale da diversi stati iniziali. In altre parole, eseguendo l'operazione AND si cancella generalmente una certa quantità di informazioni sul passato del sistema. Contrariamente all'irreversibilità della funzione AND e di altre operazioni logiche comuni, si presume che le leggi dinamiche fondamentali alla base di tutti i fenomeni fisici siano strettamente reversibili”

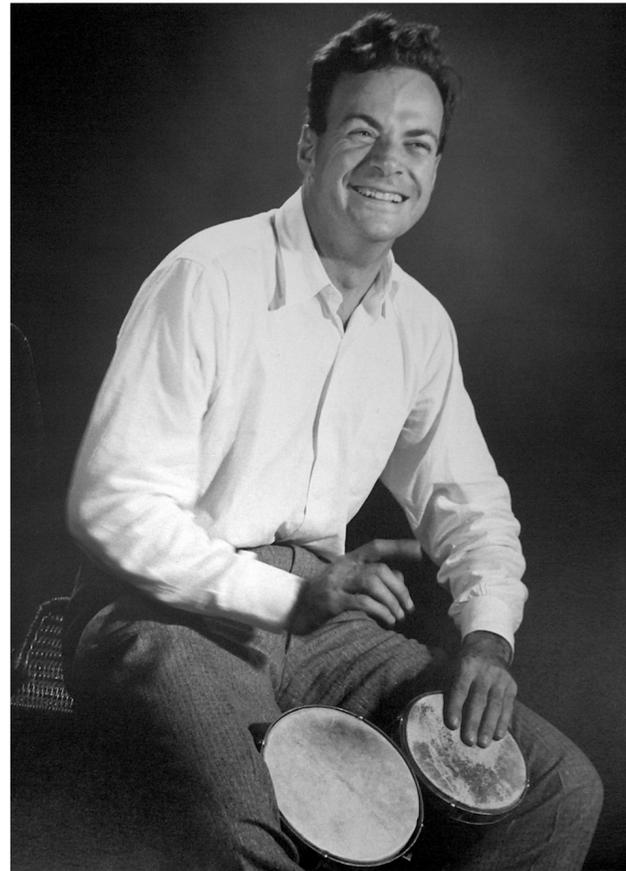
La termodinamica del calcolo mostra che in linea di principio l'unica operazione dissipativa è la cancellazione dell'informazione (bit-reset).

Domanda chiave

E se cambiamo fisica?

Domanda chiave

E se cambiamo fisica?



“Nature isn't classical, dammit, and if you want to make a simulation of Nature, you'd better make it quantum mechanical, and by golly it's a wonderful problem, because it doesn't look so easy.”

Simulating Physics with Computers

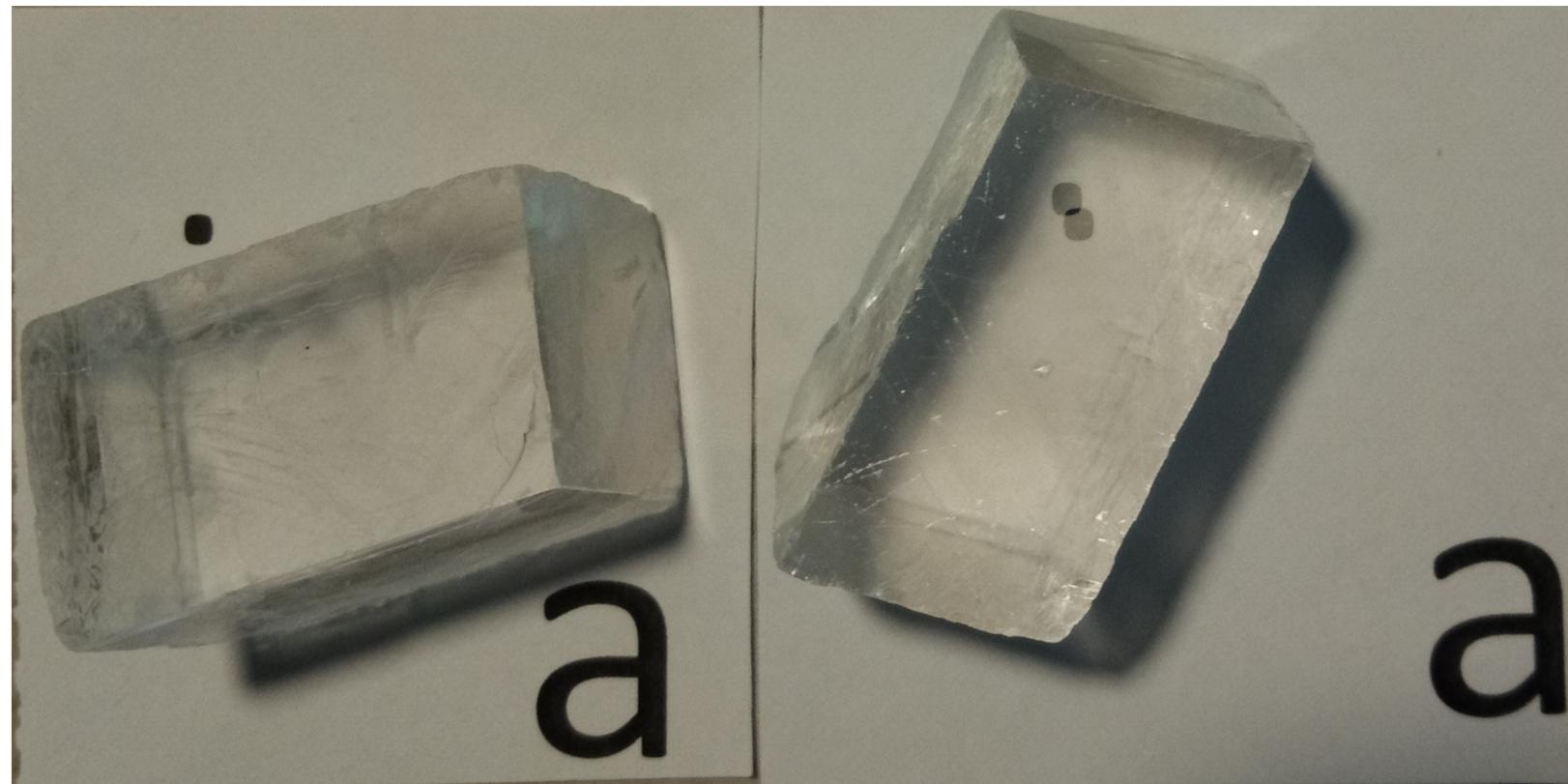
Richard P. Feynman

Department of Physics, California Institute of Technology, Pasadena, California 91107

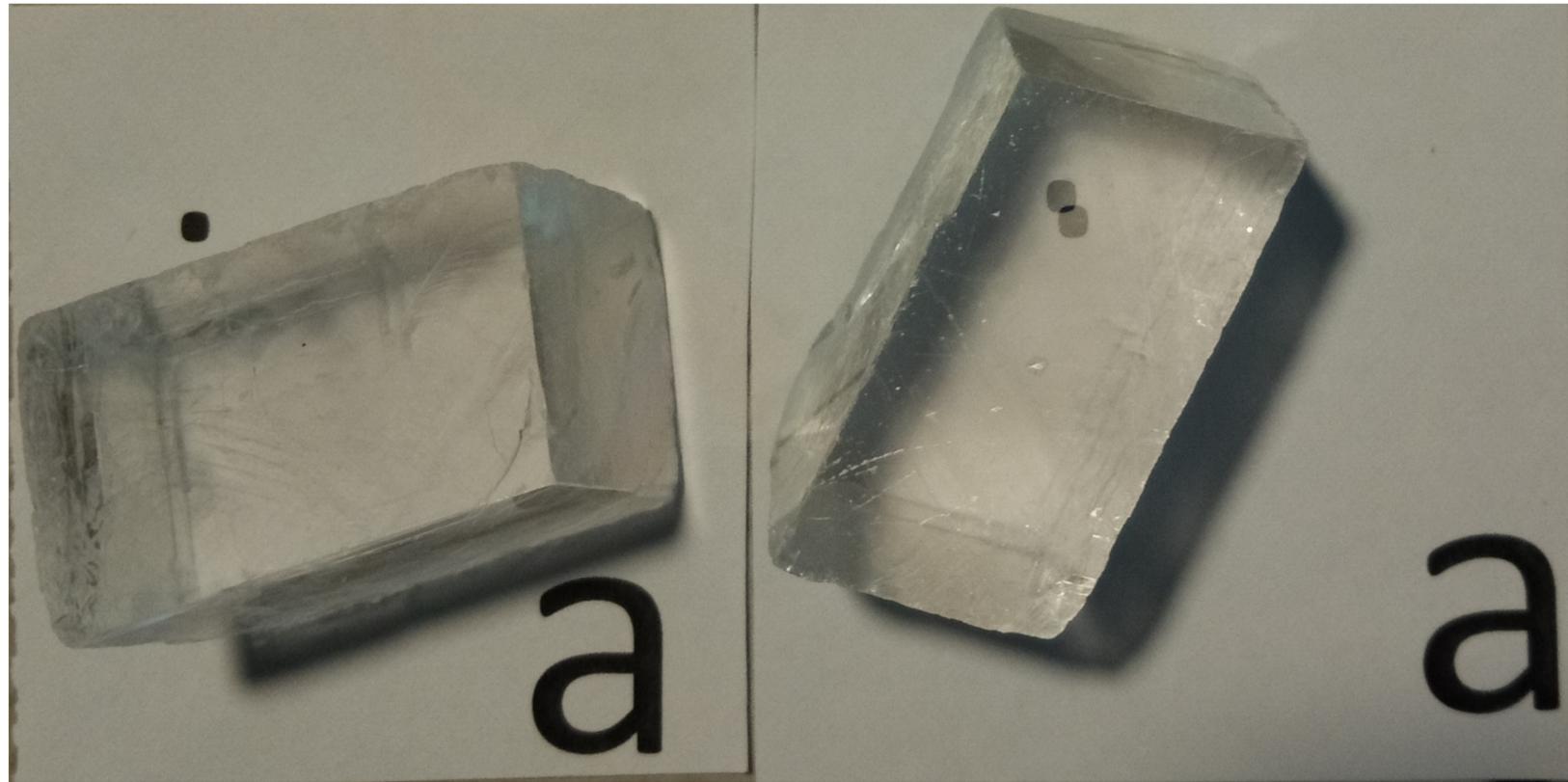
Received May 7, 1981

30-11-2022-2023 - AIF - PAVIA

Cristalli birifrangenti e polarizzazione



Cristalli birifrangenti e polarizzazione



I cristalli birifrangenti sono mezzi trasparenti non isotropi, che danno luogo a due distinti raggi rifratti in corrispondenza di un'unica direzione di incidenza, purché essa non sia quella dell'asse ottico o asse di simmetria principale del cristallo. L'asse ottico si individua proprio per estinzione dello sdoppiamento della luce rifratta.

I due raggi rifratti hanno diversa velocità di propagazione nel cristallo ed emergono con polarizzazione rettilinea in due piani tra loro ortogonali. Uno di essi segue la legge di rifrazione normale di Cartesio, qualunque sia il piano e l'angolo di incidenza: per questo motivo viene denominato "raggio ordinario". L'altro è caratterizzato da un indice di rifrazione variabile con l'angolo di incidenza e piani di rifrazione non coincidenti con quello di incidenza. Sono birifrangenti cristalli con struttura esagonale, come il quarzo e con struttura rombica, come la calcite o spato d'Islanda.

La calcite, come gli altri cristalli birifrangenti, può trasmettere radiazione polarizzata linearmente solo parallelamente (raggio straordinario) e perpendicolarmente (raggio ordinario) al piano della sezione principale. La sezione principale è il piano che contiene l'asse ottico e la normale ad una faccia del cristallo.

Natura granulare della luce

Natura granulare della luce

1905: idea teorica di fotone di Einstein
-> predizione legge effetto fotoelettrico

1923-1977: ricerca di sorgenti a singolo fotone

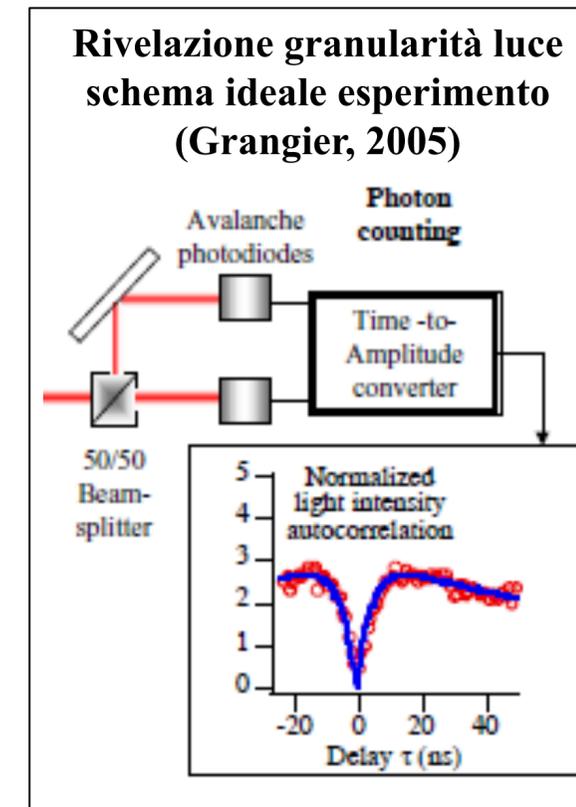
1986: esperimento Roger, Grangier, Aspect

Risultato: assenza di coincidenze

-per una sorgente corrispondente ad una transizione atomica

l'assorbimento della luce avviene in **pacchetti unitari**

-ogni pacchetto deve corrispondere ad un **ente individuale** altrimenti rivelerei il 50% di segnale in ciascuno dei due rivelatori (come per un'onda)

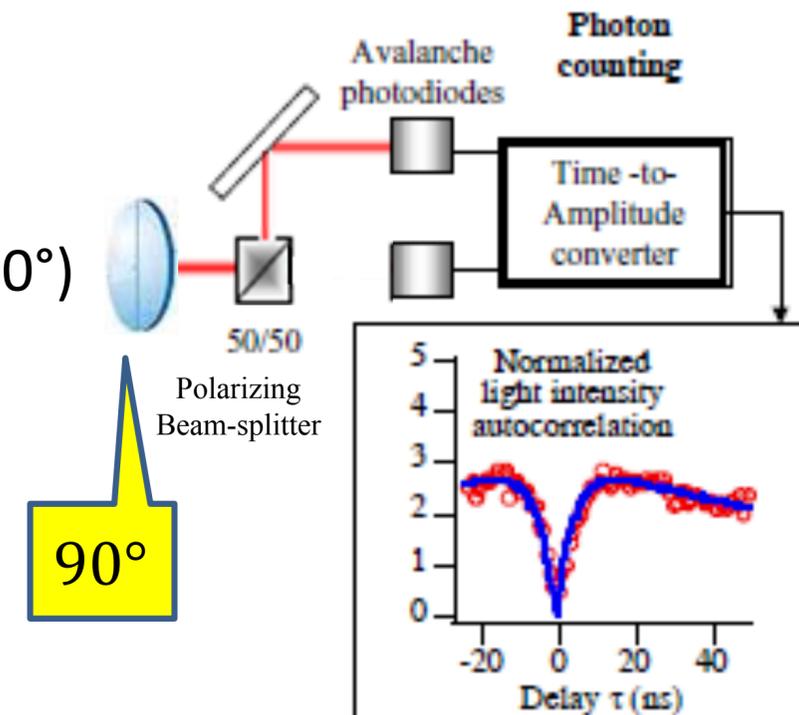


**l'unità minima di emissione e assorbimento della luce
è un ente individuale, che chiamiamo fotone**

Polarizzazione di un fotone

La polarizzazione appartiene al singolo fotone

- sostituisco il beam splitter ordinario con uno splitter polarizzatore con canali (0° , 90°)
- prima del quale inserisco un filtro, inizialmente a 0° e poi a 90°

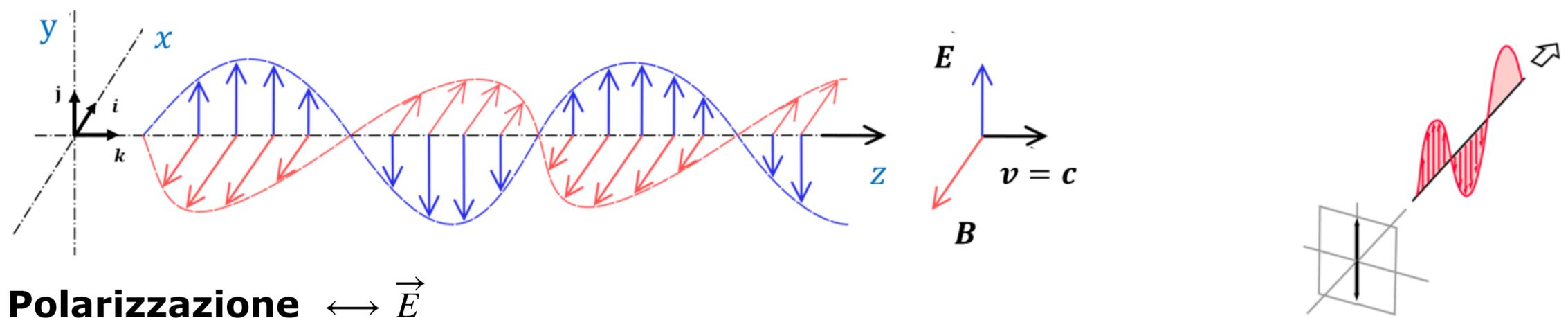


*risultato: assorbimento solo nel contatore
corrispondente alla polarizzazione
assegnata alla luce dal filtro (no coincidenze).*

il fotone che supera un filtro è polarizzato nella sua direzione permessa:
la polarizzazione è una caratteristica del **singolo fotone**

Polarizzazione di un fotone

Onda piana elettromagnetica:



Polarizzazione $\leftrightarrow \vec{E}$

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \phi) \hat{i}$$

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \phi) \hat{j}$$



$$E_0 = 1V/m$$

$$\phi = 0$$

La dipendenza spaziale e temporale dell'equazione non influenza la direzione di oscillazione del campo elettrico, cioè la polarizzazione dell'onda a meno di un cambiamento di fase

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}) \boxed{\cos(kz - \omega t)}$$

$$a^2 + b^2 = 1$$

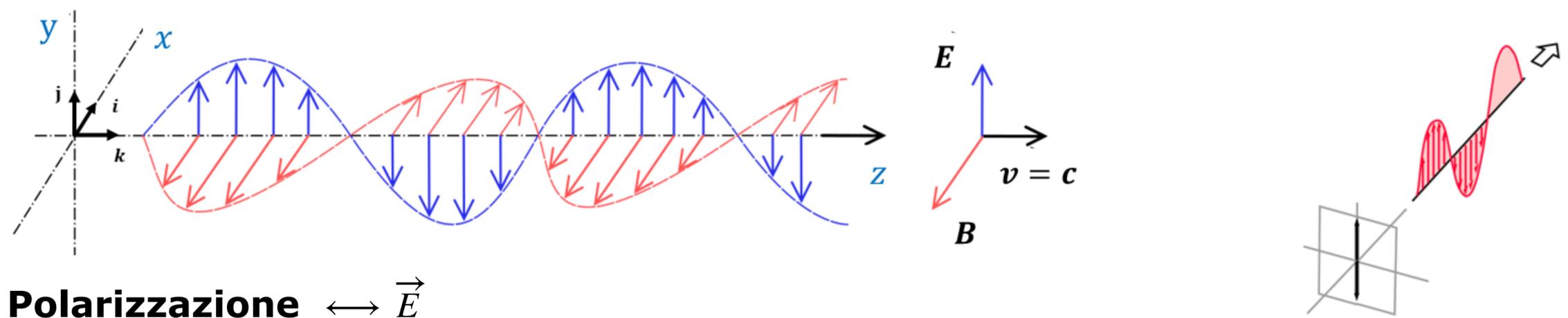
a, b ∈ R ampiezze relative componenti campo

Descrizione classica-ondulatoria polarizzazione

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}), \quad a^2 + b^2 = 1$$

Polarizzazione di un fotone

Onda piana elettromagnetica:



Polarizzazione $\leftrightarrow \vec{E}$

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \phi) \hat{i}$$

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \phi) \hat{j}$$



$$E_0 = 1V/m$$

$$\phi = 0$$

La dipendenza spaziale e temporale dell'equazione non influenza la direzione di oscillazione del campo elettrico, cioè la polarizzazione dell'onda a meno di un cambiamento di fase

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}) \boxed{\cos(kz - \omega t)}$$

$$a^2 + b^2 = 1$$

$a, b \in R$ ampiezze relative componenti campo

Descrizione classica-ondulatoria polarizzazione

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}), \quad a^2 + b^2 = 1$$

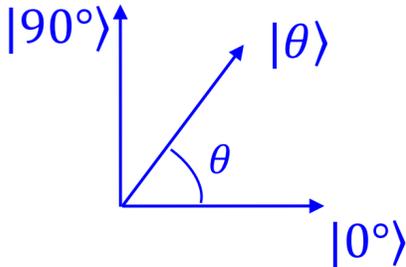


Vettore di stato di polarizzazione di un fotone

$$|\psi\rangle = a|0^\circ\rangle + b|90^\circ\rangle$$

Polarizzazione di un fotone

Relazioni algebriche tra vettori di stato



$$p(|\theta\rangle \rightarrow |0^\circ\rangle) = (|\theta\rangle \cdot |0^\circ\rangle)^2 = \cos^2 \theta$$

A proprietà diverse corrispondono vettori di direzione diversa:

- $|0^\circ\rangle$ -> stato di un fotone polarizzato a 0°
- $|90^\circ\rangle$ -> stato di un fotone polarizzato a 90°
- $|\theta\rangle$ -> stato di un fotone polarizzato a θ

Sappiamo che tra queste proprietà sussistono **relazioni fenomenologiche**:

Esaminiamo quali **relazioni algebriche** vi sono tra gli stati corrispondenti:

il sistema <i>mantiene</i> P_A e non può mai acquisire P_B	Mutua Esclusività
-------------------------------------------------------------------	--------------------------

0° e 90° sono proprietà **mutuamente esclusive**

$$(|0^\circ\rangle \cdot |90^\circ\rangle)^2 = 0$$

probabilità di transizione tra $|0^\circ\rangle$ e $|90^\circ\rangle$: **nulla**

0° e θ sono proprietà **incompatibili**

$$0 < (|0^\circ\rangle \cdot |\theta\rangle)^2 < 1$$

probabilità di transizione tra $|0^\circ\rangle$ e $|\theta\rangle$: **non nulla**

il sistema <i>perde</i> P_A e può avere una <i>probabilità</i> di acquisire P_B	Incompatibilità
----------------------------------------------------------------------------------------	------------------------



Le **relazioni fenomenologiche** tra proprietà di polarizzazione si traducono in **relazioni algebriche** tra vettori di stato

Polarizzazione di un fotone

Descrizione classica-ondulatoria polarizzazione

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}), \quad a^2 + b^2 = 1$$



Vettore di stato di polarizzazione di un fotone

$$|\psi\rangle = a|0^\circ\rangle + b|90^\circ\rangle$$

	Polarizzazione di un'onda elettromagnetica classica $E = ai + bj$	Polarizzazione di un fotone $ \psi\rangle = a 0^\circ\rangle + b 90^\circ\rangle$
Interpretazione fisica e unità di misura del vettore nel lato sinistro dell'equazione		
Spazio di appartenenza del vettore		
Interpretazione fisica dei coefficienti e del loro quadrato		
Interpretazione fisica del segno della sovrapposizione (a cosa corrisponde un cambio di segno della sovrapposizione?)		

Polarizzazione di un fotone

Descrizione classica-ondulatoria polarizzazione

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}), \quad a^2 + b^2 = 1$$



Vettore di stato di polarizzazione di un fotone

$$|\psi\rangle = a|0^\circ\rangle + b|90^\circ\rangle$$

	Polarizzazione di un'onda elettromagnetica classica $E = ai + bj$	Polarizzazione di un fotone $ \psi\rangle = a 0^\circ\rangle + b 90^\circ\rangle$
Interpretazione fisica e unità di misura del vettore nel lato sinistro dell'equazione	la <i>grandezza fisica</i> vettoriale <i>campo elettrico</i> , la cui unità di misura è il V/m	
Spazio di appartenenza del vettore		
Interpretazione fisica dei coefficienti e del loro quadrato		
Interpretazione fisica del segno della sovrapposizione (a cosa corrisponde un cambio di segno della sovrapposizione?)		

Polarizzazione di un fotone

Descrizione classica-ondulatoria polarizzazione

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}), \quad a^2 + b^2 = 1$$



Vettore di stato di polarizzazione di un fotone

$$|\psi\rangle = a|0^\circ\rangle + b|90^\circ\rangle$$

	Polarizzazione di un'onda elettromagnetica classica $E = ai + bj$	Polarizzazione di un fotone $ \psi\rangle = a 0^\circ\rangle + b 90^\circ\rangle$
Interpretazione fisica e unità di misura del vettore nel lato sinistro dell'equazione	la <i>grandezza fisica</i> vettoriale <i>campo elettrico</i> , la cui unità di misura è il V/m	un <i>vettore astratto</i> che rappresenta lo <i>stato di polarizzazione del fotone</i> . Non essendo misurabile, non ha unità di misura
Spazio di appartenenza del vettore		
Interpretazione fisica dei coefficienti e del loro quadrato		
Interpretazione fisica del segno della sovrapposizione (a cosa corrisponde un cambio di segno della sovrapposizione?)		

Polarizzazione di un fotone

Descrizione classica-ondulatoria polarizzazione

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}), \quad a^2 + b^2 = 1$$



Vettore di stato di polarizzazione di un fotone

$$|\psi\rangle = a|0^\circ\rangle + b|90^\circ\rangle$$

	Polarizzazione di un'onda elettromagnetica classica $E = ai + bj$	Polarizzazione di un fotone $ \psi\rangle = a 0^\circ\rangle + b 90^\circ\rangle$
Interpretazione fisica e unità di misura del vettore nel lato sinistro dell'equazione	la grandezza fisica vettoriale campo elettrico , la cui unità di misura è il V/m	un vettore astratto che rappresenta lo stato di polarizzazione del fotone . Non essendo misurabile, non ha unità di misura
Spazio di appartenenza del vettore	il piano nello spazio fisico ove individuiamo la direzione della polarizzazione della luce, cioè la direzione di oscillazione del campo elettrico. Tale piano è \perp alla direzione di propagazione	
Interpretazione fisica dei coefficienti e del loro quadrato		
Interpretazione fisica del segno della sovrapposizione (a cosa corrisponde un cambio di segno della sovrapposizione?)		

Polarizzazione di un fotone

Descrizione classica-ondulatoria polarizzazione

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}), \quad a^2 + b^2 = 1$$



Vettore di stato di polarizzazione di un fotone

$$|\psi\rangle = a|0^\circ\rangle + b|90^\circ\rangle$$

	Polarizzazione di un'onda elettromagnetica classica $E = ai + bj$	Polarizzazione di un fotone $ \psi\rangle = a 0^\circ\rangle + b 90^\circ\rangle$
Interpretazione fisica e unità di misura del vettore nel lato sinistro dell'equazione	la grandezza fisica vettoriale campo elettrico , la cui unità di misura è il V/m	un vettore astratto che rappresenta lo stato di polarizzazione del fotone . Non essendo misurabile, non ha unità di misura
Spazio di appartenenza del vettore	il piano nello spazio fisico ove individuiamo la direzione della polarizzazione della luce, cioè la direzione di oscillazione del campo elettrico. Tale piano è \perp alla direzione di propagazione	il piano degli stati , un piano vettoriale astratto , in cui sono definiti i vettori di stato di polarizzazione del fotone
Interpretazione fisica dei coefficienti e del loro quadrato		
Interpretazione fisica del segno della sovrapposizione (a cosa corrisponde un cambio di segno della sovrapposizione?)		

Polarizzazione di un fotone

Descrizione classica-ondulatoria polarizzazione

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}), \quad a^2 + b^2 = 1$$



Vettore di stato di polarizzazione di un fotone

$$|\psi\rangle = a|0^\circ\rangle + b|90^\circ\rangle$$

	Polarizzazione di un'onda elettromagnetica classica $E = ai + bj$	Polarizzazione di un fotone $ \psi\rangle = a 0^\circ\rangle + b 90^\circ\rangle$
Interpretazione fisica e unità di misura del vettore nel lato sinistro dell'equazione	la grandezza fisica vettoriale campo elettrico , la cui unità di misura è il V/m	un vettore astratto che rappresenta lo stato di polarizzazione del fotone . Non essendo misurabile, non ha unità di misura
Spazio di appartenenza del vettore	il piano nello spazio fisico ove individuiamo la direzione della polarizzazione della luce, cioè la direzione di oscillazione del campo elettrico. Tale piano è \perp alla direzione di propagazione	il piano degli stati , un piano vettoriale astratto , in cui sono definiti i vettori di stato di polarizzazione del fotone
Interpretazione fisica dei coefficienti e del loro quadrato	ampiezze relative del campo elettrico sui due assi \perp scelti (qui orizzontale e verticale), il loro quadrato è proporzionale alla frazione di energia associata a ciascuna	
Interpretazione fisica del segno della sovrapposizione (a cosa corrisponde un cambio di segno della sovrapposizione?)		

Polarizzazione di un fotone

Descrizione classica-ondulatoria polarizzazione

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}), \quad a^2 + b^2 = 1$$



Vettore di stato di polarizzazione di un fotone

$$|\psi\rangle = a|0^\circ\rangle + b|90^\circ\rangle$$

	Polarizzazione di un'onda elettromagnetica classica $E = ai + bj$	Polarizzazione di un fotone $ \psi\rangle = a 0^\circ\rangle + b 90^\circ\rangle$
Interpretazione fisica e unità di misura del vettore nel lato sinistro dell'equazione	la grandezza fisica vettoriale campo elettrico , la cui unità di misura è il V/m	un vettore astratto che rappresenta lo stato di polarizzazione del fotone . Non essendo misurabile, non ha unità di misura
Spazio di appartenenza del vettore	il piano nello spazio fisico ove individuiamo la direzione della polarizzazione della luce, cioè la direzione di oscillazione del campo elettrico. Tale piano è \perp alla direzione di propagazione	il piano degli stati , un piano vettoriale astratto , in cui sono definiti i vettori di stato di polarizzazione del fotone
Interpretazione fisica dei coefficienti e del loro quadrato	ampiezze relative del campo elettrico sui due assi \perp scelti (qui orizzontale e verticale), il loro quadrato è proporzionale alla frazione di energia associata a ciascuna	ampiezze di probabilità dell'osservabile scelta (qui 0-90), i loro quadrati sono le probabilità che in una misurazione di 0-90 individuiamo il fotone a 0° o a 90°
Interpretazione fisica del segno della sovrapposizione (a cosa corrisponde un cambio di segno della sovrapposizione?)		

Polarizzazione di un fotone

Descrizione classica-ondulatoria polarizzazione

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}), \quad a^2 + b^2 = 1$$



Vettore di stato di polarizzazione di un fotone

$$|\psi\rangle = a|0^\circ\rangle + b|90^\circ\rangle$$

	Polarizzazione di un'onda elettromagnetica classica $E = ai + bj$	Polarizzazione di un fotone $ \psi\rangle = a 0^\circ\rangle + b 90^\circ\rangle$
Interpretazione fisica e unità di misura del vettore nel lato sinistro dell'equazione	la grandezza fisica vettoriale campo elettrico , la cui unità di misura è il V/m	un vettore astratto che rappresenta lo stato di polarizzazione del fotone . Non essendo misurabile, non ha unità di misura
Spazio di appartenenza del vettore	il piano nello spazio fisico ove individuiamo la direzione della polarizzazione della luce, cioè la direzione di oscillazione del campo elettrico. Tale piano è \perp alla direzione di propagazione	il piano degli stati , un piano vettoriale astratto , in cui sono definiti i vettori di stato di polarizzazione del fotone
Interpretazione fisica dei coefficienti e del loro quadrato	ampiezze relative del campo elettrico sui due assi \perp scelti (qui orizzontale e verticale), il loro quadrato è proporzionale alla frazione di energia associata a ciascuna	ampiezze di probabilità dell'osservabile scelta (qui 0-90), i loro quadrati sono le probabilità che in una misurazione di 0-90 individuiamo il fotone a 0° o a 90°
Interpretazione fisica del segno della sovrapposizione (a cosa corrisponde un cambio di segno della sovrapposizione?)	fase di oscillazione delle componenti del campo elettrico sul sistema d'assi scelto. Un cambio di segno corrisponde a un cambio di fase di π di una componente e la polarizzazione cambia	

Polarizzazione di un fotone

Descrizione classica-ondulatoria polarizzazione

$$\vec{E}(z, t) = (a\hat{i} + b\hat{j}), \quad a^2 + b^2 = 1$$



Vettore di stato di polarizzazione di un fotone

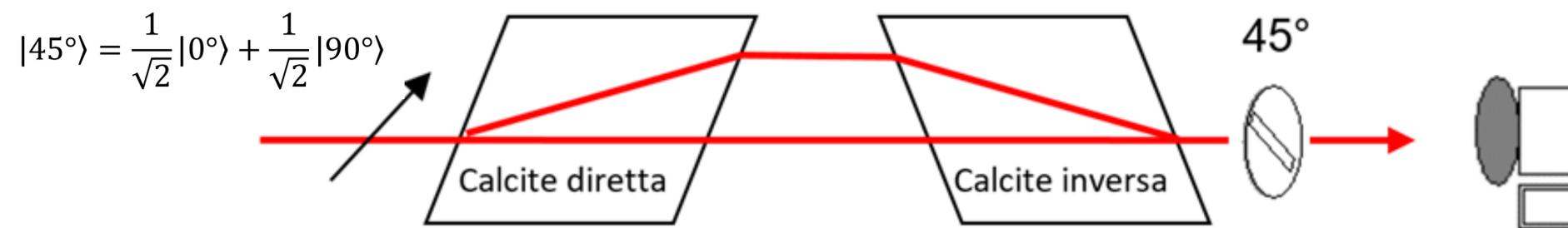
$$|\psi\rangle = a|0^\circ\rangle + b|90^\circ\rangle$$

	Polarizzazione di un'onda elettromagnetica classica $E = ai + bj$	Polarizzazione di un fotone $ \psi\rangle = a 0^\circ\rangle + b 90^\circ\rangle$
Interpretazione fisica e unità di misura del vettore nel lato sinistro dell'equazione	la grandezza fisica vettoriale campo elettrico , la cui unità di misura è il V/m	un vettore astratto che rappresenta lo stato di polarizzazione del fotone . Non essendo misurabile, non ha unità di misura
Spazio di appartenenza del vettore	il piano nello spazio fisico ove individuiamo la direzione della polarizzazione della luce, cioè la direzione di oscillazione del campo elettrico. Tale piano è \perp alla direzione di propagazione	il piano degli stati , un piano vettoriale astratto , in cui sono definiti i vettori di stato di polarizzazione del fotone
Interpretazione fisica dei coefficienti e del loro quadrato	ampiezze relative del campo elettrico sui due assi \perp scelti (qui orizzontale e verticale), il loro quadrato è proporzionale alla frazione di energia associata a ciascuna	ampiezze di probabilità dell'osservabile scelta (qui 0-90), i loro quadrati sono le probabilità che in una misurazione di 0-90 individuiamo il fotone a 0° o a 90°
Interpretazione fisica del segno della sovrapposizione (a cosa corrisponde un cambio di segno della sovrapposizione?)	fase di oscillazione delle componenti del campo elettrico sul sistema d'assi scelto. Un cambio di segno corrisponde a un cambio di fase di π di una componente e la polarizzazione cambia	fase (segno) dei vettori di base dell'osservabile su cui è rappresentato lo stato . Un cambio di segno corrisponde a un cambio di fase di π di un vettore di base, e il vettore di stato cambia: $(0^\circ\rangle \pm 90^\circ\rangle)/\sqrt{2} = \pm 45^\circ\rangle$

Come si propaga un fotone

IPOSTESI ED ESPERIMENTI SU POSIZIONE E POLARIZZAZIONE DEL FOTONE DURANTE LA SUA PROPAGAZIONE

Cento fotoni preparati nello stato $|45^\circ\rangle$ incidono sui cristalli 0-90 e poi su un filtro a 45° . Conosciamo la polarizzazione e la posizione di ciascun fotone prima e dopo il sistema dei due cristalli. Ci chiediamo quali siano tra di essi.



Come si propaga un fotone

Quesito C1

Generazione di ipotesi interpretative

C1. Abbiamo evidenza empirica sull'emissione ed assorbimento della luce in forma individuale e localizzata (esperimento di Roger, Grangier ed Aspect). Abbiamo finora assunto che si comporti così anche durante la propagazione. Cosa accade ad un fotone all'ingresso nel primo cristallo?

- Individuare ipotesi sulla sua posizione e polarizzazione tra i due cristalli che siano compatibili con l'evidenza empirica nota,
- spiegando *come mai, in base a ciascuna ipotesi*, il fotone si trova nello stato iniziale oltre il secondo cristallo.

DISCUSSIONE COLLETTIVA

(quando sono chiare, descriverle accuratamente nella scheda)

1 il 1° cristallo fa scattare il fotone in uno dei due canali con 50% di probabilità, acquistano la polarizzazione corrispondente. Il 2° provoca la transizione inversa nello stato iniziale	2	3 il 1° cristallo manda il fotone in sovrapposizione spaziale tra i 2 canali. Se rivelato, ha 50% di esserlo a 0° o a 90°. Il 2° ricombina le componenti provenienti da ciascun canale, ripristinando così lo stato iniziale
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

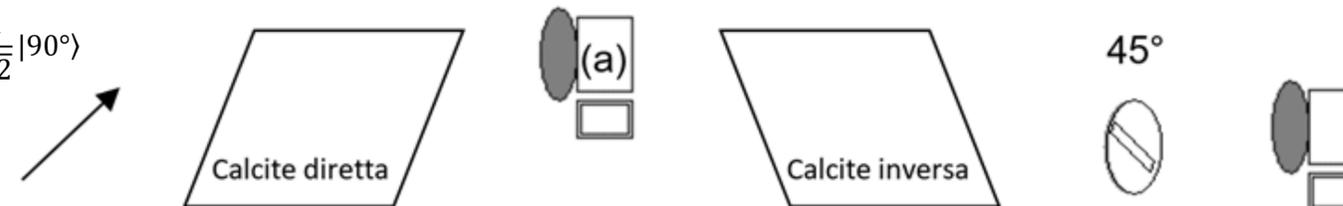
Come si propaga un fotone

Quesito C2

Verifica: previsioni ed esperimento

C2. Inseriamo il contatore (a) sul canale a 90°, lasciando libero il canale a 0°, e inviamo 100 fotoni in $|45^\circ\rangle$.

$$|45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|90^\circ\rangle$$



C2.1 Quanti fotoni ci aspettiamo che non vengano assorbiti da (a), e in quale stato sono / transiscono? **Le ipotesi 1 e 3 prevedono 50 fotoni in media, in $|0^\circ\rangle$**

C2.2 Cosa prevede ciascuna ipotesi sullo stato d'uscita del fotone dal secondo cristallo in presenza del contatore (a)? Spiegare.

<p>1 I fotoni escono in $45^\circ\rangle$: dopo essere scattati in $0^\circ\rangle$ nel 1° cristallo seguono il cammino senza incontrare ostacoli e subiscono la transizione inversa nel 2°</p>	<p>2</p>	<p>3 I fotoni escono in $0^\circ\rangle$: in corrispondenza del contatore i fotoni non assorbiti si sono localizzati nel canale a 0° e non vi è più alcuna componente dal canale a 90°</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

C2.3 In base a ciascuna ipotesi, quanti fotoni ci aspettiamo che superino il filtro a 45° e vengano raccolti dal contatore in fondo a destra?

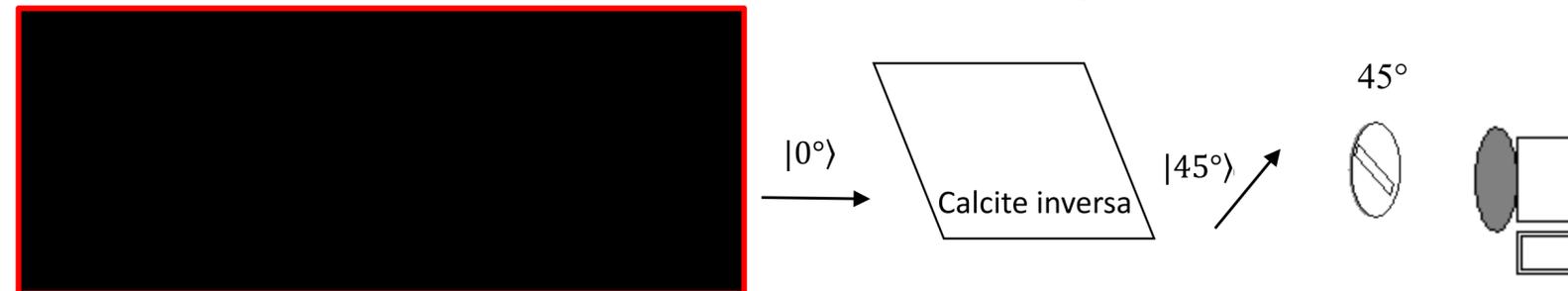
1 50 2 _____ 3 25

Come si propaga un fotone

UN IPOTESI NON COSI' PLAUSIBILE...

Per spiegare l'evidenza empirica nota, avevamo ipotizzato che il 1° cristallo facesse scattare il fotone in uno dei due cammini acquisendo la polarizzazione corrispondente, e che il 2° provocasse la transizione inversa **nello stato iniziale**

ESEMPIO: fotone scattato in $|0^\circ\rangle$ e poi riportato in $|45^\circ\rangle$



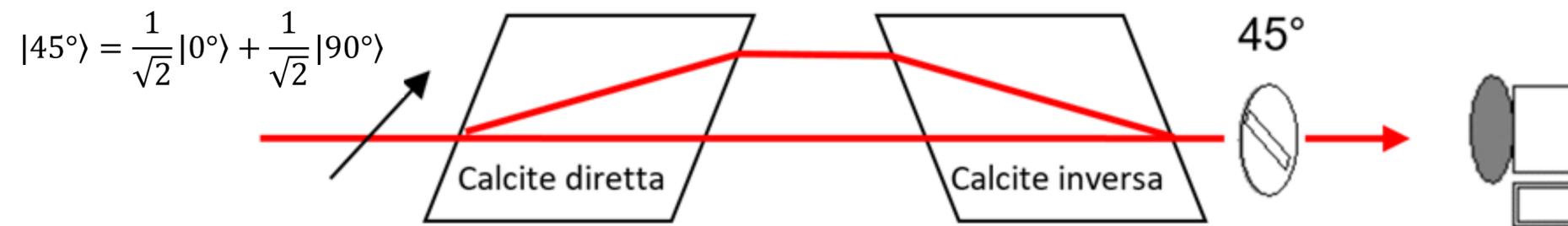
L'idea sembrava solida, a prima vista

Ma c'è un problema difficilmente superabile:

Come fa il secondo cristallo a sapere qual era la polarizzazione iniziale di un fotone dopo che è scattato in $|0^\circ\rangle$ (o $|90^\circ\rangle$) all'ingresso del primo?

Come si propaga un fotone

Conclusioni: il fotone tra i cristalli



**TRA I DUE CRISTALLI IL FOTONE NON SEGUE TRAIETTORIA,
PERCORRENDO AL CONTEMPO ENTRAMBI I CANALI**

**ESSO SI TROVA IN UNO STATO DI SOVRAPPOSIZIONE TRA I DUE CANALI
CHE NON COMPORTA RIPARTIZIONE DI ENERGIA:
NELLA RIVELAZIONE, L'INTERO FOTONE VIENE ASSORBITO
IN MODO LOCALIZZATO**

Come si propaga un fotone

Il modello quantistico

Da quanto abbiamo visto concludiamo che il fotone

Presenta una fenomenologia corpuscolare:

nella rivelazione -> viene rivelato come ente individuale e localizzato

Se assorbito, trasferisce **tutta la sua energia** nel punto dell'interazione

Presenta una fenomenologia ondulatoria:

nella propagazione -> esso rappresenta una **perturbazione quantizzata** del campo elettromagnetico, un ente esteso che, per ciò stesso, non ha traiettoria

Segue che il modello quantistico non è un'alternanza tra modello corpuscolare e ondulatorio classico:

Il modello quantistico è un **nuovo modello** che reinterpreta in **modo originale** elementi del modello ondulatorio ed elementi del modello corpuscolare del punto

Qubit e quantum gates

Vettore di stato
(notazione ket)

$|0^\circ\rangle, |90^\circ\rangle$

$|45^\circ\rangle, |135^\circ\rangle$

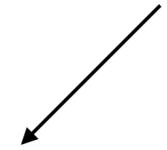


Qubit

$|0\rangle, |1\rangle$

$|0'\rangle, |1'\rangle$

Notazione standard



$(|+\rangle, |-\rangle)$

Qubit e quantum gates

Vettore di stato
(notazione ket)

$|0^\circ\rangle, |90^\circ\rangle$

$|45^\circ\rangle, |135^\circ\rangle$



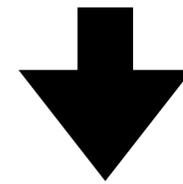
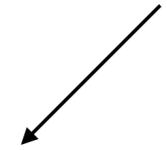
Qubit

$|0\rangle, |1\rangle$

$|0'\rangle, |1'\rangle$

Notazione standard

$(|+\rangle, |-\rangle)$



Lo spazio degli stati di polarizzazione ha due dimensioni

Qubit e quantum gates

Vettore di stato
(notazione ket)

$|0^\circ\rangle, |90^\circ\rangle$

$|45^\circ\rangle, |135^\circ\rangle$



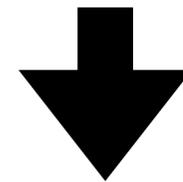
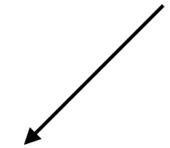
Qubit

$|0\rangle, |1\rangle$

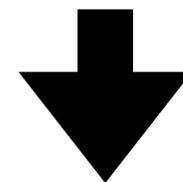
$|0'\rangle, |1'\rangle$

Notazione standard

$(|+\rangle, |-\rangle)$



Lo spazio degli stati di polarizzazione ha due dimensioni

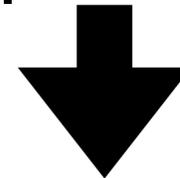


Tutti i possibili stati di polarizzazione possono essere rappresentati
in uno spazio vettoriale bidimensionale
(di cui i due vettori scelti saranno una base!)

Qubit e quantum gates

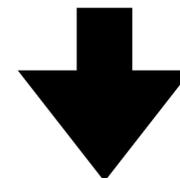
Inoltre i vettori di stato di base sono ortonormali

Ortogonalità: se il sistema è preparato nello stato $|0^\circ\rangle$ la probabilità di trovarlo in $|90^\circ\rangle$ è zero, e viceversa.



Due stati ortogonali sono fisicamente distinti e mutuamente inacquisibili

Norma 1: la probabilità totale dei possibili esiti è 1.



Risulta abbastanza naturale introdurre un prodotto interno (scalare)

Qubit e quantum gates

Qubit

$|0\rangle, |1\rangle$

$$|0\rangle \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Prodotto scalare

$$|\phi\rangle \cdot |\psi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle = \sum_{i=0}^1 \phi_i^* \psi_i \quad \text{con } \phi^* \text{ complesso coniugato}$$

$$|\phi\rangle \cdot |\psi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle = [\phi_0^*, \phi_1^*] \begin{bmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \end{bmatrix} = \phi_0^* \psi_0 + \phi_1^* \psi_1$$

Postulati prodotto scalare:

1. $\langle\psi|\phi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle^*$
2. $\langle\psi|a\phi + b\chi\rangle = a\langle\psi|\phi\rangle + b\langle\psi|\chi\rangle$
3. $\langle\psi|\psi\rangle \geq 0$

Esercizio: dimostrare che $|0\rangle, |1\rangle$ sono ortonormali.

Norma di un vettore:

$$\|v\| = \sqrt{\langle v|v\rangle}$$

Qubit e quantum gates

Qubit

$|0\rangle, |1\rangle$

$$|0\rangle \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Prodotto scalare

$$|\phi\rangle \cdot |\psi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle = \sum_{i=0}^1 \phi_i^* \psi_i \quad \text{con } \phi^* \text{ complesso coniugato}$$

$$|\phi\rangle \cdot |\psi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle = [\phi_0^*, \phi_1^*] \begin{bmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \end{bmatrix} = \phi_0^* \psi_0 + \phi_1^* \psi_1$$

Postulati prodotto scalare:

1. $\langle\psi|\phi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle^*$
2. $\langle\psi|a\phi + b\chi\rangle = a\langle\psi|\phi\rangle + b\langle\psi|\chi\rangle$
3. $\langle\psi|\psi\rangle \geq 0$

Esercizio: dimostrare che $|0\rangle, |1\rangle$ sono ortonormali.

Base

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

$$\alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

$$|\psi\rangle = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

Norma di un vettore:

$$\|v\| = \sqrt{\langle v|v\rangle}$$

Qubit e quantum gates

Qubit

$|0\rangle, |1\rangle$

$$|0\rangle \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Prodotto scalare

$$|\phi\rangle \cdot |\psi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle = \sum_{i=0}^1 \phi_i^* \psi_i \quad \text{con } \phi^* \text{ complesso coniugato}$$

$$|\phi\rangle \cdot |\psi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle = [\phi_0^*, \phi_1^*] \begin{bmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \end{bmatrix} = \phi_0^* \psi_0 + \phi_1^* \psi_1$$

Postulati prodotto scalare:

1. $\langle\psi|\phi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle^*$
2. $\langle\psi|a\phi + b\chi\rangle = a\langle\psi|\phi\rangle + b\langle\psi|\chi\rangle$
3. $\langle\psi|\psi\rangle \geq 0$

Esercizio: dimostrare che $|0\rangle, |1\rangle$ sono ortonormali.

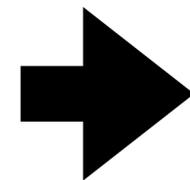
Base

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

$$\alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

$$|\psi\rangle = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$



$$|\alpha|^2 = |\langle 0|\psi\rangle|^2 = P_0 \quad |\beta|^2 = |\langle 1|\psi\rangle|^2 = P_1 \quad (0)$$

P_0, P_1 sono rispettivamente la probabilità di far collassare lo stato $|\psi\rangle$ in $|0\rangle$ e in $|1\rangle$ (valori ± 1 della misura).

Norma di un vettore:

$$\|v\| = \sqrt{\langle v|v\rangle}$$

Qubit e quantum gates

Qubit

$|0\rangle, |1\rangle$

$$|0\rangle \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Prodotto scalare

$$|\phi\rangle \cdot |\psi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle = \sum_{i=0}^1 \phi_i^* \psi_i \quad \text{con } \phi^* \text{ complesso coniugato}$$

$$|\phi\rangle \cdot |\psi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle = [\phi_0^*, \phi_1^*] \begin{bmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \end{bmatrix} = \phi_0^* \psi_0 + \phi_1^* \psi_1$$

Postulati prodotto scalare:

1. $\langle\psi|\phi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle^*$
2. $\langle\psi|a\phi + b\chi\rangle = a\langle\psi|\phi\rangle + b\langle\psi|\chi\rangle$
3. $\langle\psi|\psi\rangle \geq 0$

Esercizio: dimostrare che $|0\rangle, |1\rangle$ sono ortonormali.

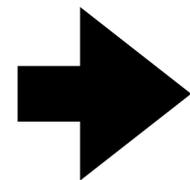
Base

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

$$\alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

$$|\psi\rangle = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$



$$|\alpha|^2 = |\langle 0|\psi\rangle|^2 = P_0 \quad |\beta|^2 = |\langle 1|\psi\rangle|^2 = P_1 \quad (o)$$

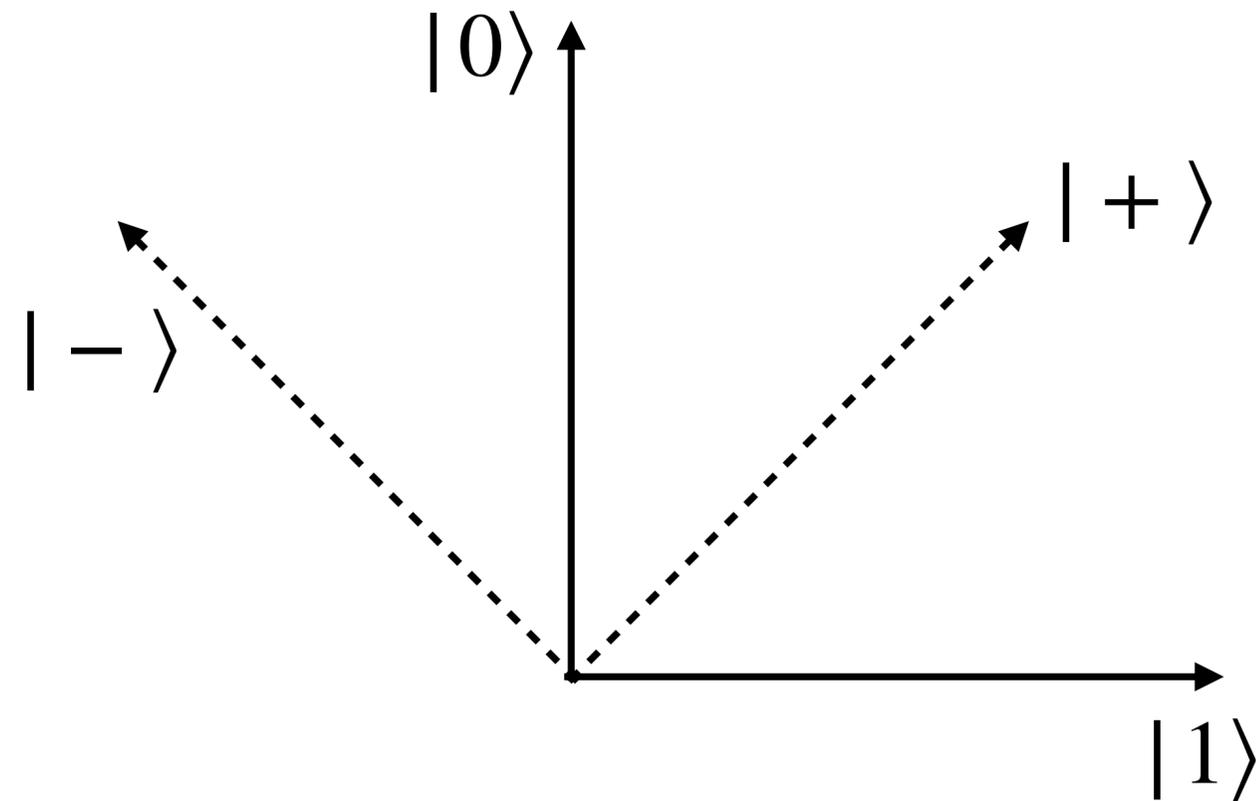
P_0, P_1 sono rispettivamente la probabilità di far collassare lo stato $|\psi\rangle$ in $|0\rangle$ e in $|1\rangle$ (valori ± 1 della misura).

Esercizio: dimostrare le (o).

Norma di un vettore:

$$\|v\| = \sqrt{\langle v|v\rangle}$$

Qubit e quantum gates



La scelta della base è totalmente arbitraria

$B = \{|0\rangle, |1\rangle\}$ **Base computazionale**

Esercizio: scrivere ciascun elemento della base computazionale rispetto alla base $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ e ciascun elemento della base $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ rispetto agli elementi della base computazionale.

Qubit e quantum gates

Una volta **codificata** l'informazione mediante i *qubit*, l'informazione può essere processata mediante delle **porte logiche** che risulteranno, in parte, l'estensione quantistica di quelle classiche. Esse risulteranno in generale *operatori lineari unitari* (isomorfismo che conserva il prodotto scalare).

$$\begin{aligned} \textbf{Identità:} \quad |0\rangle &\xrightarrow{I} |0\rangle & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ |1\rangle &\xrightarrow{I} |1\rangle & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Per linearità: $|\psi\rangle \longmapsto |\psi\rangle$

Qubit e quantum gates

Una volta **codificata** l'informazione mediante i *qubit*, l'informazione può essere processata mediante delle **porte logiche** che risulteranno, in parte, l'estensione quantistica di quelle classiche. Esse risulteranno in generale *operatori lineari unitari* (isomorfismo che conserva il prodotto scalare).

Identità: $|0\rangle \xrightarrow{I} |0\rangle$ $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$|1\rangle \xrightarrow{I} |1\rangle$ $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ \Rightarrow $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Per linearità: $|\psi\rangle \xrightarrow{I} |\psi\rangle$

Qubit e quantum gates

Not (X): $|0\rangle \xrightarrow{X} |1\rangle$

$$|1\rangle \xrightarrow{X} |0\rangle$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

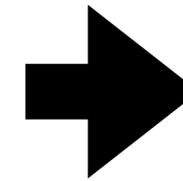
Per linearità: $X \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix}$

Qubit e quantum gates

Not (X): $|0\rangle \xrightarrow{X} |1\rangle$
 $|1\rangle \xrightarrow{X} |0\rangle$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

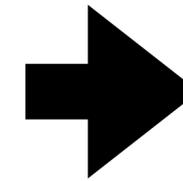
Per linearità: $X \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix}$

Qubit e quantum gates

Not (X): $|0\rangle \xrightarrow{X} |1\rangle$
 $|1\rangle \xrightarrow{X} |0\rangle$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Per linearità: $X \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix}$

Per Linearità

$$\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \xrightarrow{X} \alpha |1\rangle + \beta |0\rangle$$

Qubit e quantum gates

In particolare il principio di sovrapposizione ci spinge a considerare un operatore in grado di esprimere le sovrapposizioni di stati già viste nella lezione precedente.

Qubit e quantum gates

In particolare il principio di sovrapposizione ci spinge a considerare un operatore in grado di esprimere le sovrapposizioni di stati già viste nella lezione precedente.

$$\begin{aligned} \text{Hadamard } |0\rangle &\xrightarrow{H} |+\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) && \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ |1\rangle &\xrightarrow{H} |-\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) && \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Qubit e quantum gates

In particolare il principio di sovrapposizione ci spinge a considerare un operatore in grado di esprimere le sovrapposizioni di stati già viste nella lezione precedente.

Hadamard

$$\begin{aligned} |0\rangle &\xrightarrow{H} |+\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ |1\rangle &\xrightarrow{H} |-\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Qubit e quantum gates

In particolare il principio di sovrapposizione ci spinge a considerare un operatore in grado di esprimere le sovrapposizioni di stati già viste nella lezione precedente.

Hadamard

$$\begin{aligned} |0\rangle &\xrightarrow{H} |+\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ |1\rangle &\xrightarrow{H} |-\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Per Linearità

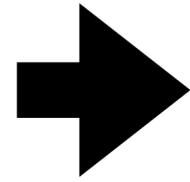
$$\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \mapsto \alpha |+\rangle + \beta |-\rangle$$

Qubit e quantum gates

Phase flip (Z): $|0\rangle \xrightarrow{Z} |0\rangle$
 $|1\rangle \xrightarrow{Z} -|1\rangle$

Qubit e quantum gates

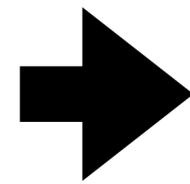
Phase flip (Z): $|0\rangle \xrightarrow{Z} |0\rangle$
 $|1\rangle \xrightarrow{Z} -|1\rangle$



$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Qubit e quantum gates

Phase flip (Z): $|0\rangle \xrightarrow{Z} |0\rangle$
 $|1\rangle \xrightarrow{Z} -|1\rangle$



$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Per Linearità

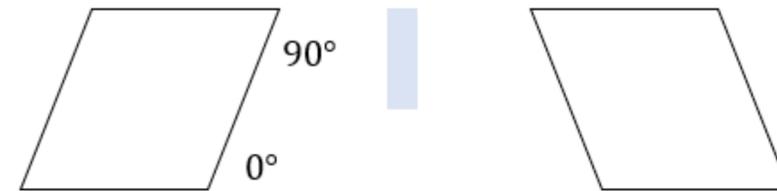
$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \xrightarrow{Z} \alpha|0\rangle - \beta|1\rangle$$

Polarizzazione e quantum gates

Phase flip (Z): $|0\rangle \xrightarrow{Z} |0\rangle$
 $|1\rangle \xrightarrow{Z} -|1\rangle$

La porta Z – analisi dispositivo

REALIZZAZIONE PORTA Z SULLA POLARIZZAZIONE



Polarizzazione e quantum gates

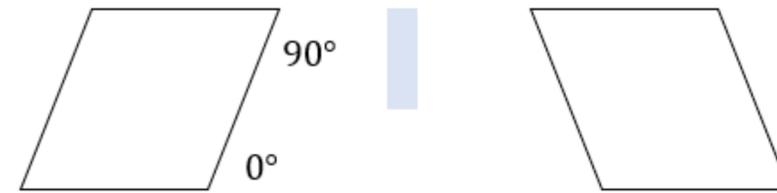
$$\text{Phase flip (Z): } |0\rangle \xrightarrow{Z} |0\rangle$$
$$|1\rangle \xrightarrow{Z} -|1\rangle$$

Per Linearità

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \xrightarrow{Z} \alpha|0\rangle - \beta|1\rangle$$

La porta Z – analisi dispositivo

REALIZZAZIONE PORTA Z SULLA POLARIZZAZIONE

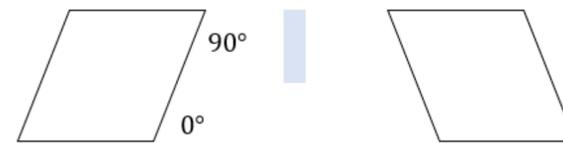


Polarizzazione e quantum gates

Phase flip (Z): $|0\rangle \xrightarrow{Z} |0\rangle$
 $|1\rangle \xrightarrow{Z} -|1\rangle$

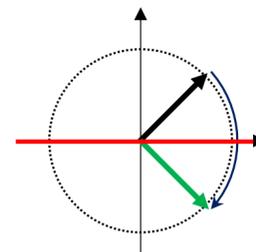
La porta Z – analisi dispositivo

REALIZZAZIONE PORTA Z SULLA POLARIZZAZIONE



INTERPRETAZIONE GEOMETRICA PORTA Z

$$\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \xrightarrow{Z} \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$



si tratta di... una simmetria assiale
rispetto all'asse orizzontale
(0° sul piano degli stati)

Quesito orale

Quale canale del birifrangente (ordinario o straordinario) ci identifica l'asse di simmetria, e per quali ragioni fisiche?

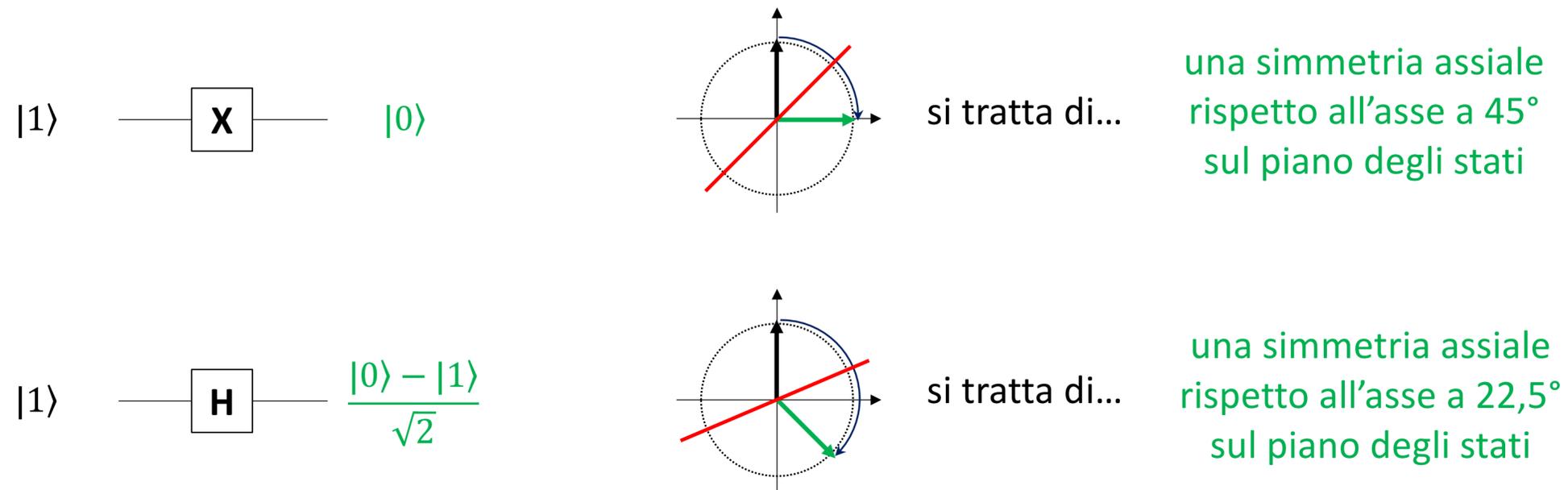
Il canale ordinario a 0°.

Data l'assenza di dispositivi, la componente del campo prosegue indisturbata senza subire modifiche.

Polarizzazione e quantum gates

Le porte X e H

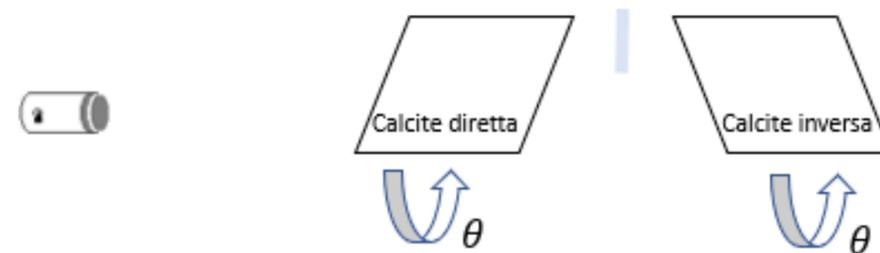
INTERPRETAZIONE GEOMETRICA PORTE



Polarizzazione e quantum gates

Realizzazione delle porte X ed H

EFFETTO ROTAZIONE CRISTALLI ATTORNO AL LORO ASSE



I due cristalli hanno inizialmente canale ordinario a 0° e straordinario a 90°

Li ruotiamo entrambi di un angolo θ in senso antiorario

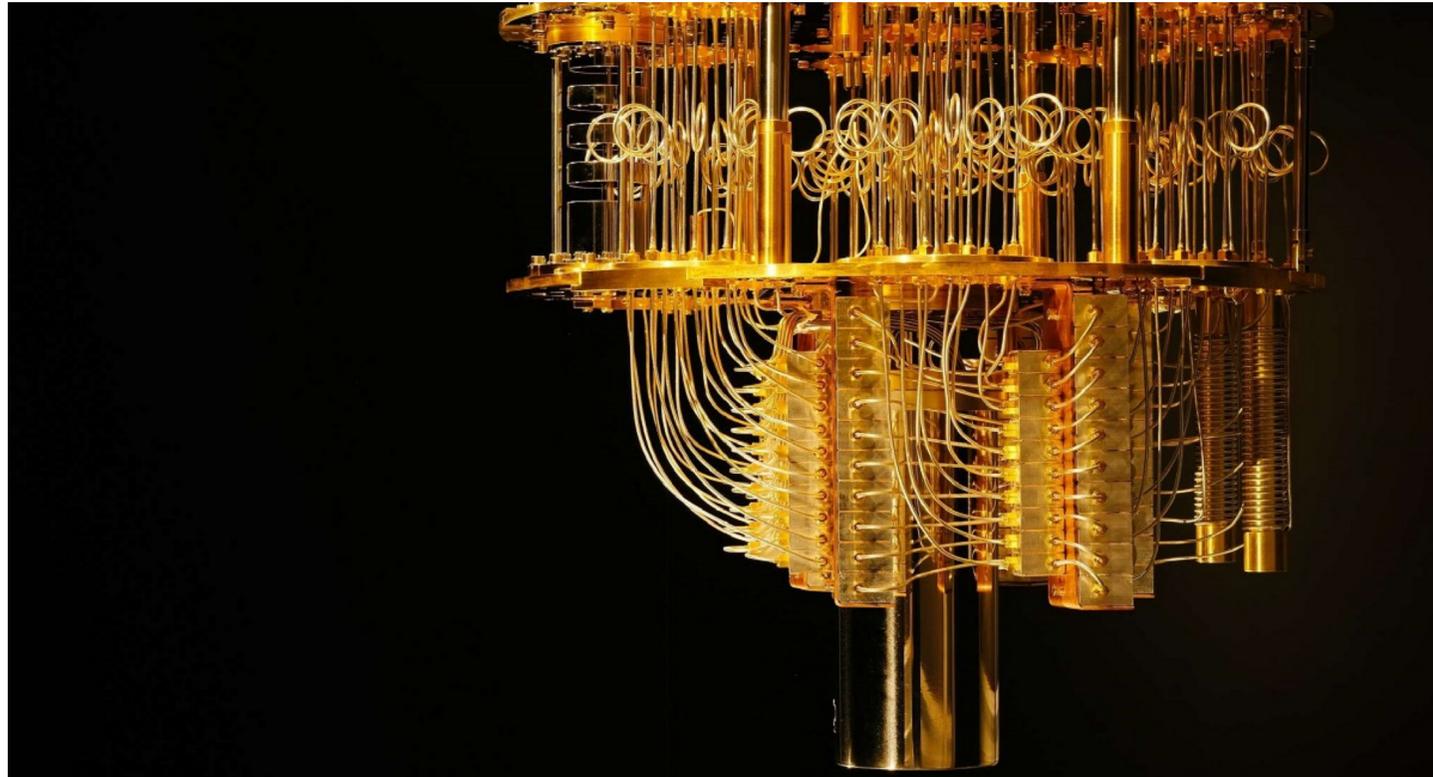
Quale polarizzazione è ora associata ai canali ordinario e straordinario? $\theta, \theta + 90^\circ$

Quesito A3

A3. Proponi una realizzazione delle porte X e H sulla polarizzazione di un fotone, specificando gli apparati impiegati e la loro configurazione.

Le porte X ed H possono essere realizzate con gli stessi dispositivi usati per la porta Z, ruotando i cristalli rispettivamente di 45° e di $22,5^\circ$.

Torniamo al gioco



Alice viene a conoscenza dell'esistenza dei computer quantistici e per fare colpo su Bob decide di proporgli di giocare online.

I due si ritrovano su un'interfaccia nuova. Bob conosce solo le due mosse classiche (Not e Id); ma Alice si è portata avanti e può sfruttare le nuove operazioni.

Bob non vuole ammettere di non conoscere il nuovo computer e i due cominciano.

Torniamo al gioco

IBM Quantum Composer

Untitled circuit *Saved* | File Edit View | Visualizations seed 42 | Setup and run

Operations | Left alignment | Inspect

Search

q[0] q[1] q[2] q[3] c4

OpenQASM 2.0

Open in Quantum Lab

```
1 OPENQASM 2.0;  
2 include "qelib1.inc";  
3  
4 qreg q[4];  
5 creg c[4];
```

Probabilities

Computational basis states	Probability (%)
0000	100
0001	0
0010	0
0011	0
0100	0
0101	0
0110	0
0111	0
1000	0
1001	0
1010	0
1011	0
1100	0
1101	0
1110	0
1111	0

Q-sphere

Phase

State Phase angle

Torniamo al gioco

IBM Quantum Composer

Untitled circuit *Saved*
File Edit View
Visualizations seed 42
Setup and run

Composer docs & tutorials [Full docs →](#)

Getting started

- Create your first circuit walkthrough
- Explore the latest updates

Composer features

- Use operations & gates
- Edit gates & in-context information
- Edit registers
- Themes & export options

Quantum Composer user guide

Learn quantum computing: a field guide

Try out some circuit examples

IBM Quantum compute resources

Glossaries

How to cite

Operations Left alignment Inspect

Search

H	\oplus	\otimes	\otimes	\otimes	I
T	S	Z	T^\dagger	S^\dagger	P
RZ	\otimes^z	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	\bullet	if
\sqrt{X}	\sqrt{X}^\dagger	Y	RX	RY	RXX
RZZ	U	RCCX	RC3X	$\frac{1}{2}$	

OpenQASM 2.0

```

1 OPENQASM 2.0;
2 include "qelib1.inc";
3
4 qreg q[4];
5 creg c[4];
6 x q[0];
7 h q[0];
8 x q[0];
9 h q[0];
10 measure q[0] -> c[0];

```

Probabilities

Computational basis states	Probability (% of 1024 shots)
0000	100
0010	0
0100	0
0110	0
1000	0
1010	0
1100	0
1110	0

Q-sphere

State Phase angle

Torniamo al gioco

IBM Quantum Composer

Untitled circuit *Saved* | File Edit View Visualizations seed 42 Setup and run

Operations Left alignment Inspect

Search

q[0] q[1] q[2] q[3] c4

Operations: H, \oplus , \otimes , \otimes , \otimes , I, T, S, Z, T^\dagger , S^\dagger , P, RZ, R^z , $|0\rangle$, $|1\rangle$, if, \sqrt{X} , \sqrt{X}^\dagger , Y, RX, RY, RXX, RZZ, U, RCCX, RC3X

q[0] \oplus H I H R^z

q[1] \otimes \otimes \otimes

q[2] \otimes

q[3] \otimes

c4 0

Probabilities

Probability (% of 1024 shots)

Computational basis states	Probability (% of 1024 shots)
0000	0
0001	100
0010	0
0011	0
0100	0
0101	0
0110	0
0111	0
1000	0
1001	0
1010	0
1011	0
1100	0
1101	0
1110	0
1111	0

Computational basis states

Q-sphere

$|0001\rangle$

Phase $\pi/2$, π , $3\pi/2$, 0

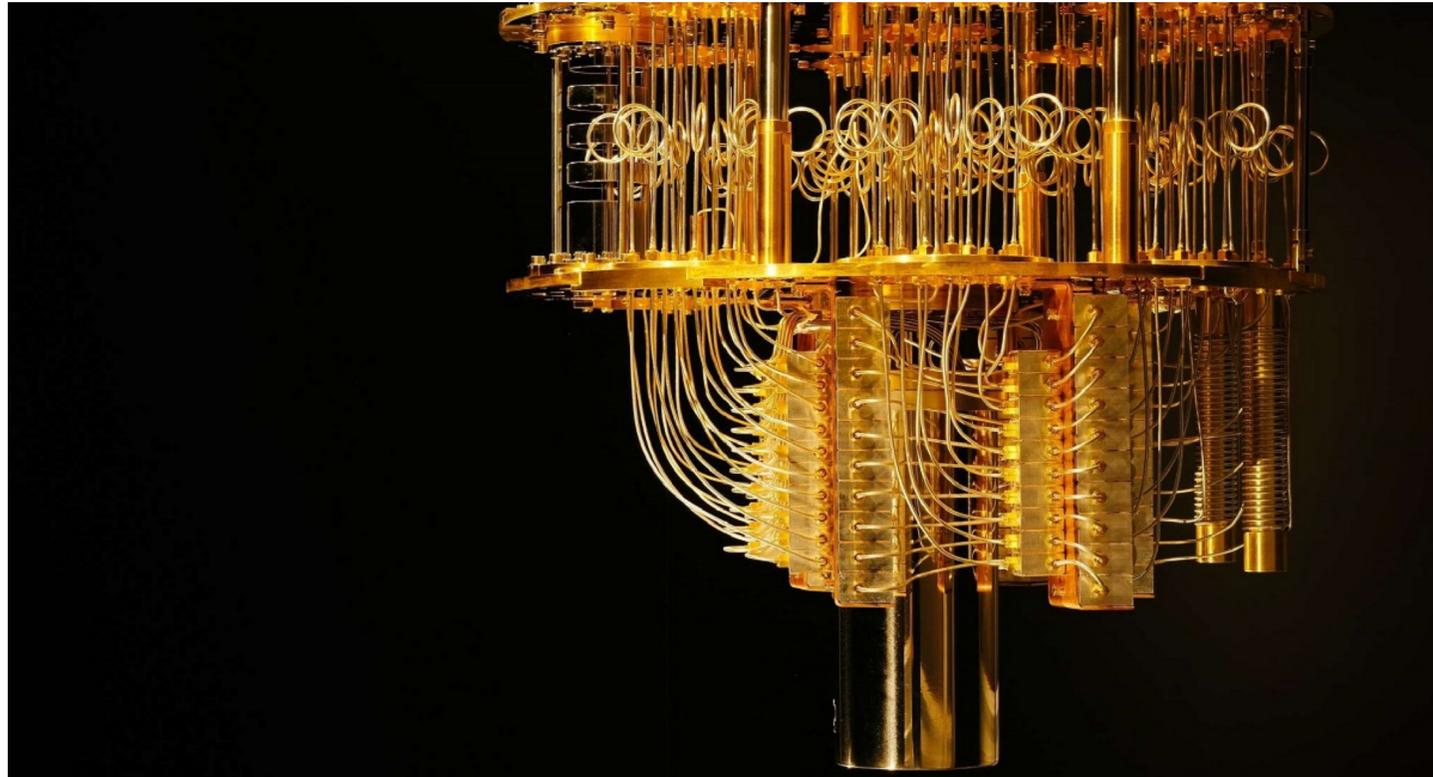
State Phase angle

Qiskit Read only

Open in Quantum Lab

```
1 from qiskit import
  QuantumRegister,
  ClassicalRegister,
  QuantumCircuit
2 from numpy import pi
3
4 qreg_q = QuantumRegister(4,
  'q')
5 creg_c = ClassicalRegister
  (4, 'c')
6 circuit = QuantumCircuit
  (qreg_q, creg_c)
7
8 circuit.x(qreg_q[0])
9 circuit.h(qreg_q[0])
10 circuit.id(qreg_q[0])
11 circuit.h(qreg_q[0])
12 circuit.measure(qreg_q[0],
  creg_c[0])
```

Torniamo al gioco

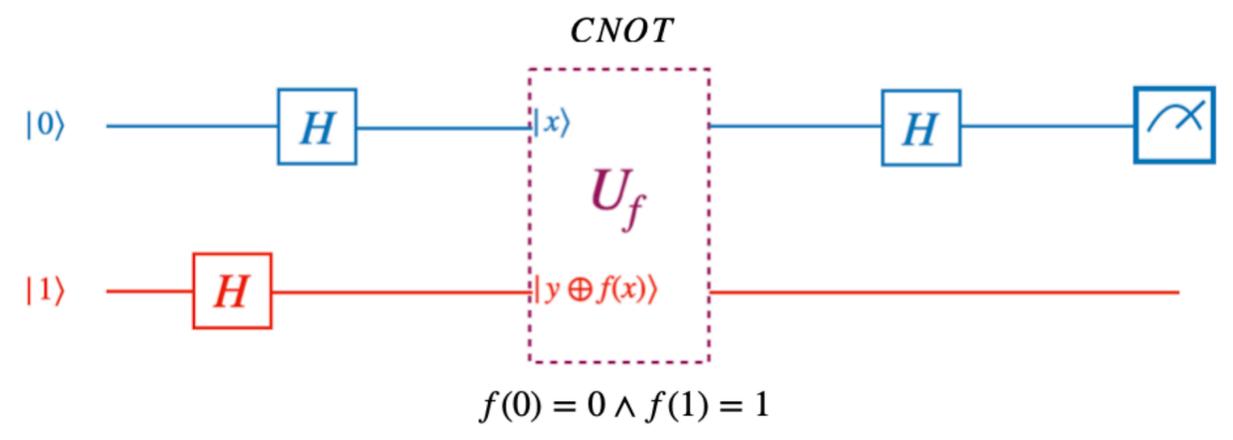


Dopo un po' Bob si accorge di perdere sempre e...chiama Alice

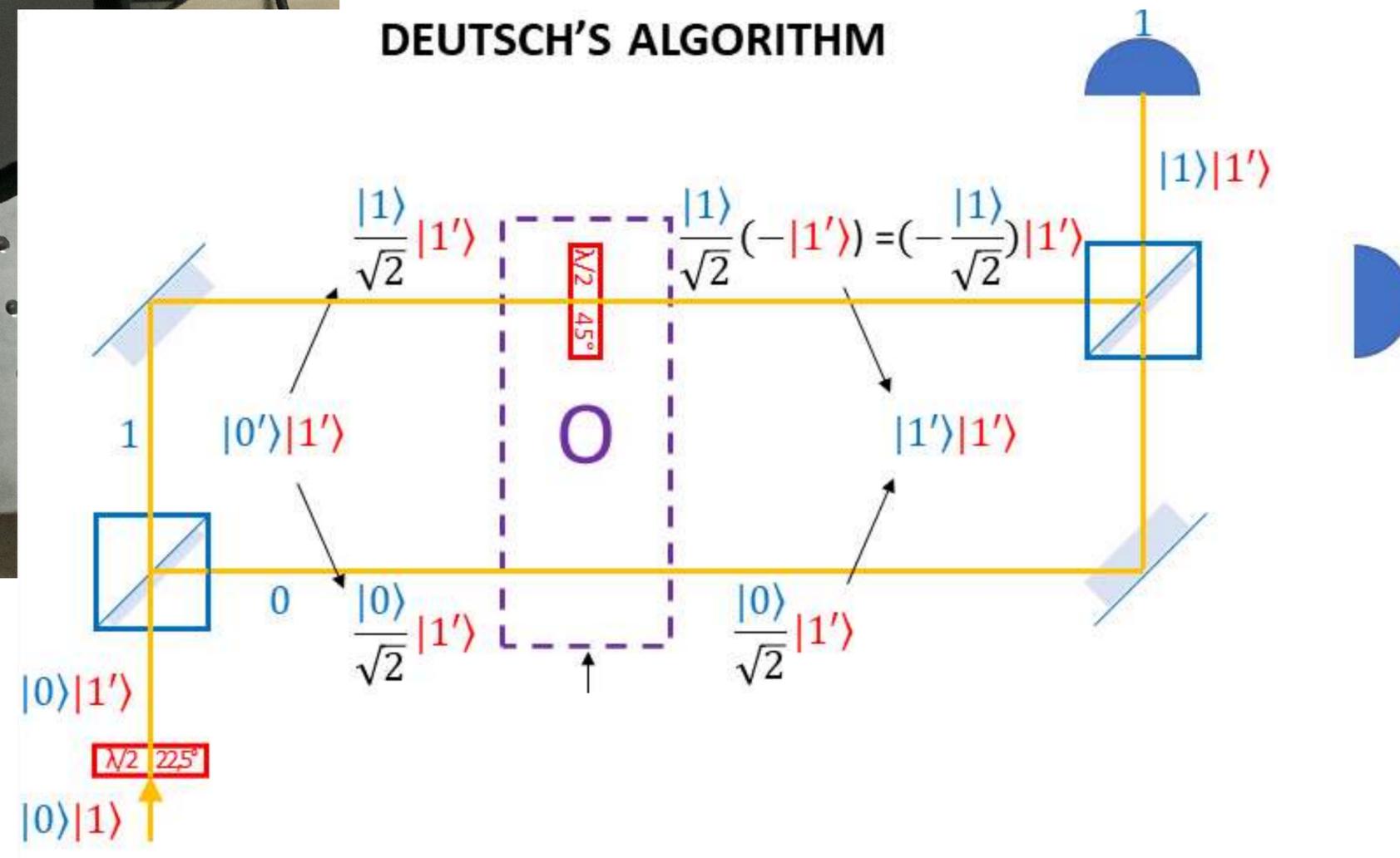
Alice sorride e dice: "Non te la prendere Bob. Oggi sei un po' sfortunato..."



Circuito ottico

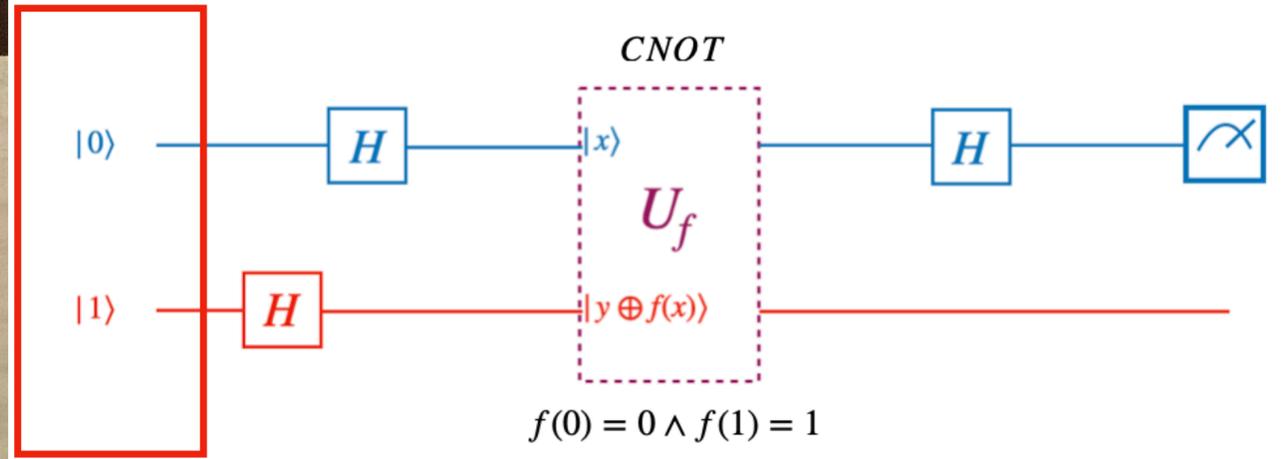


DEUTSCH'S ALGORITHM

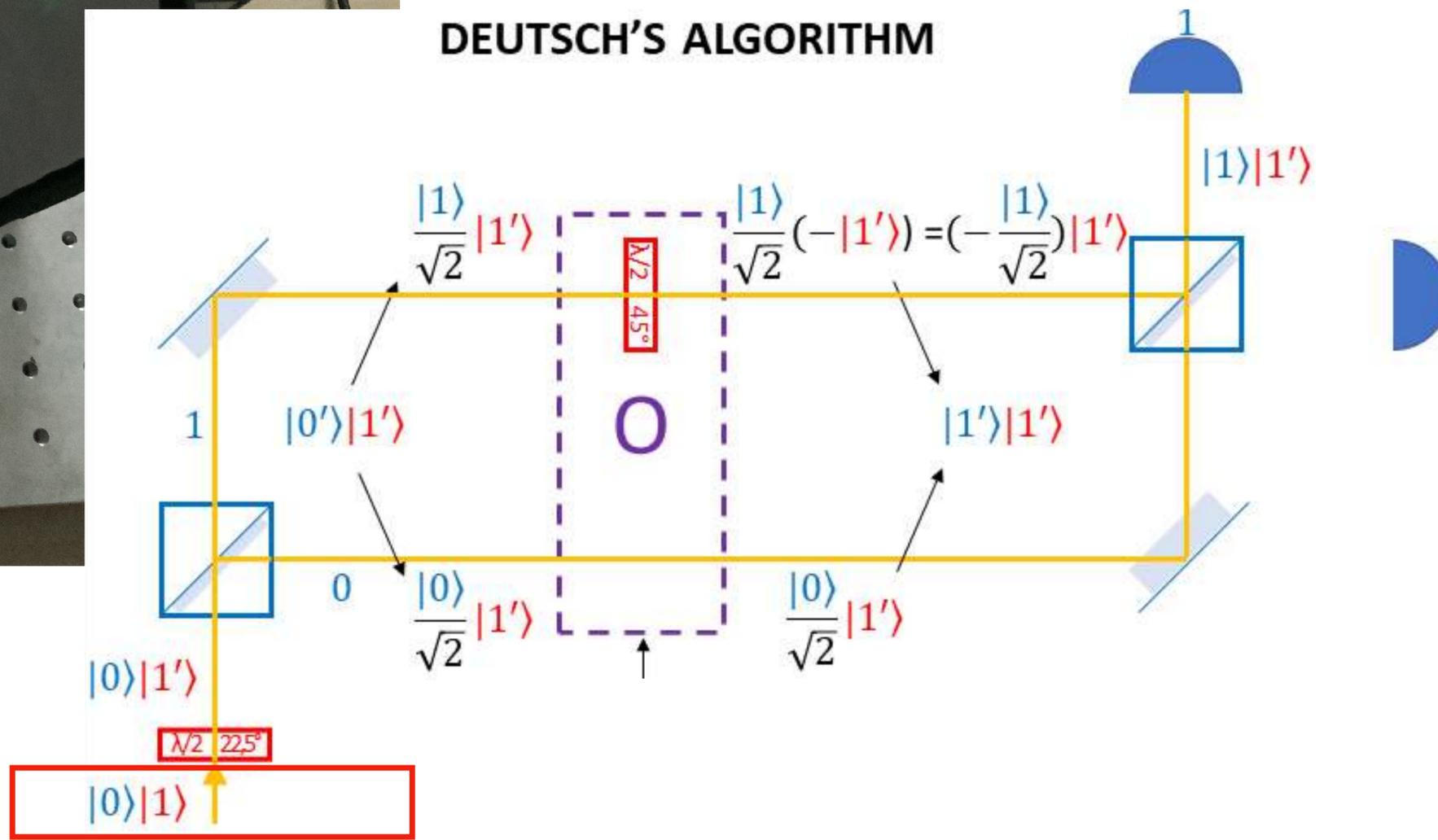


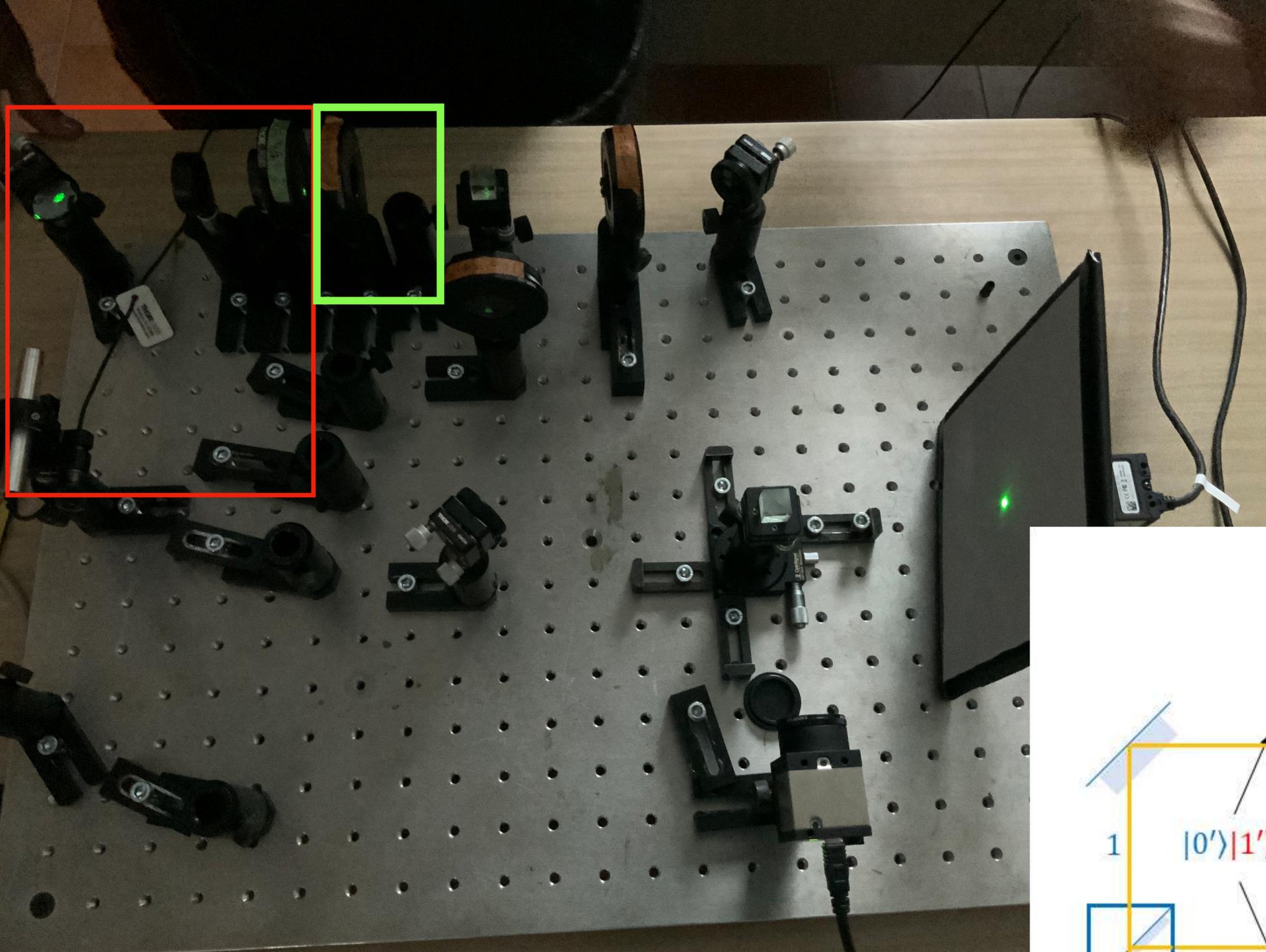


Circuito ottico

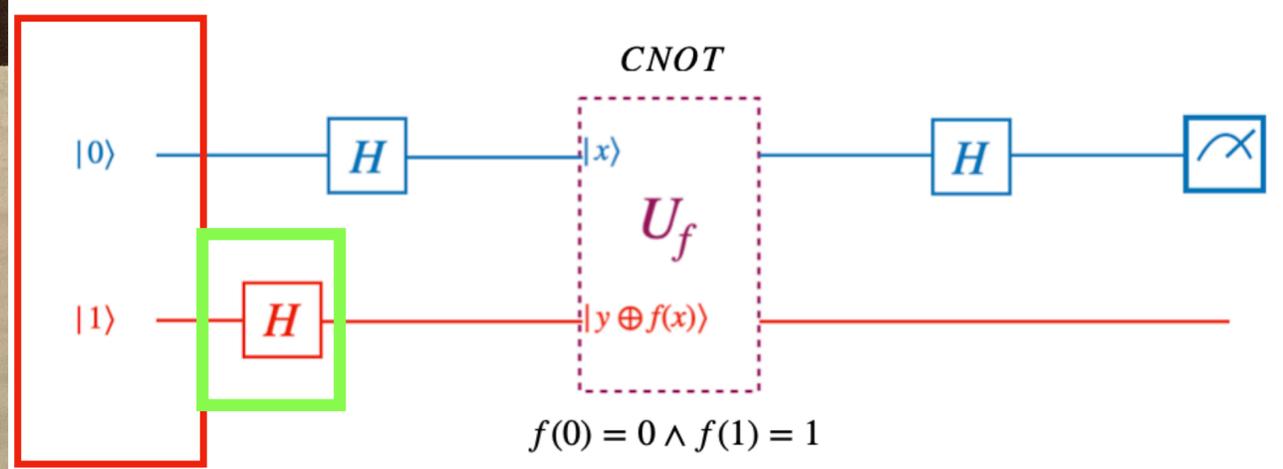


DEUTSCH'S ALGORITHM

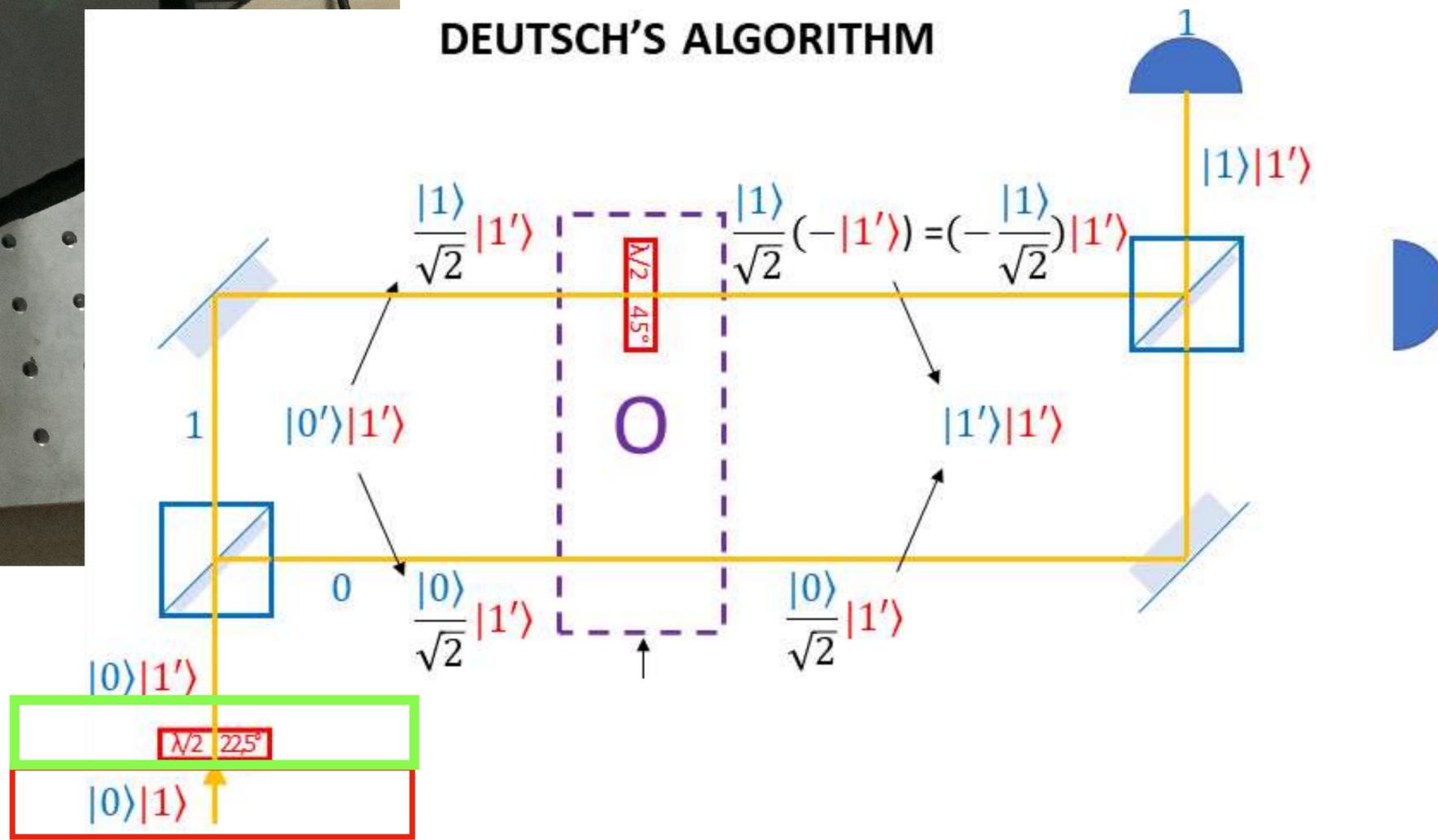


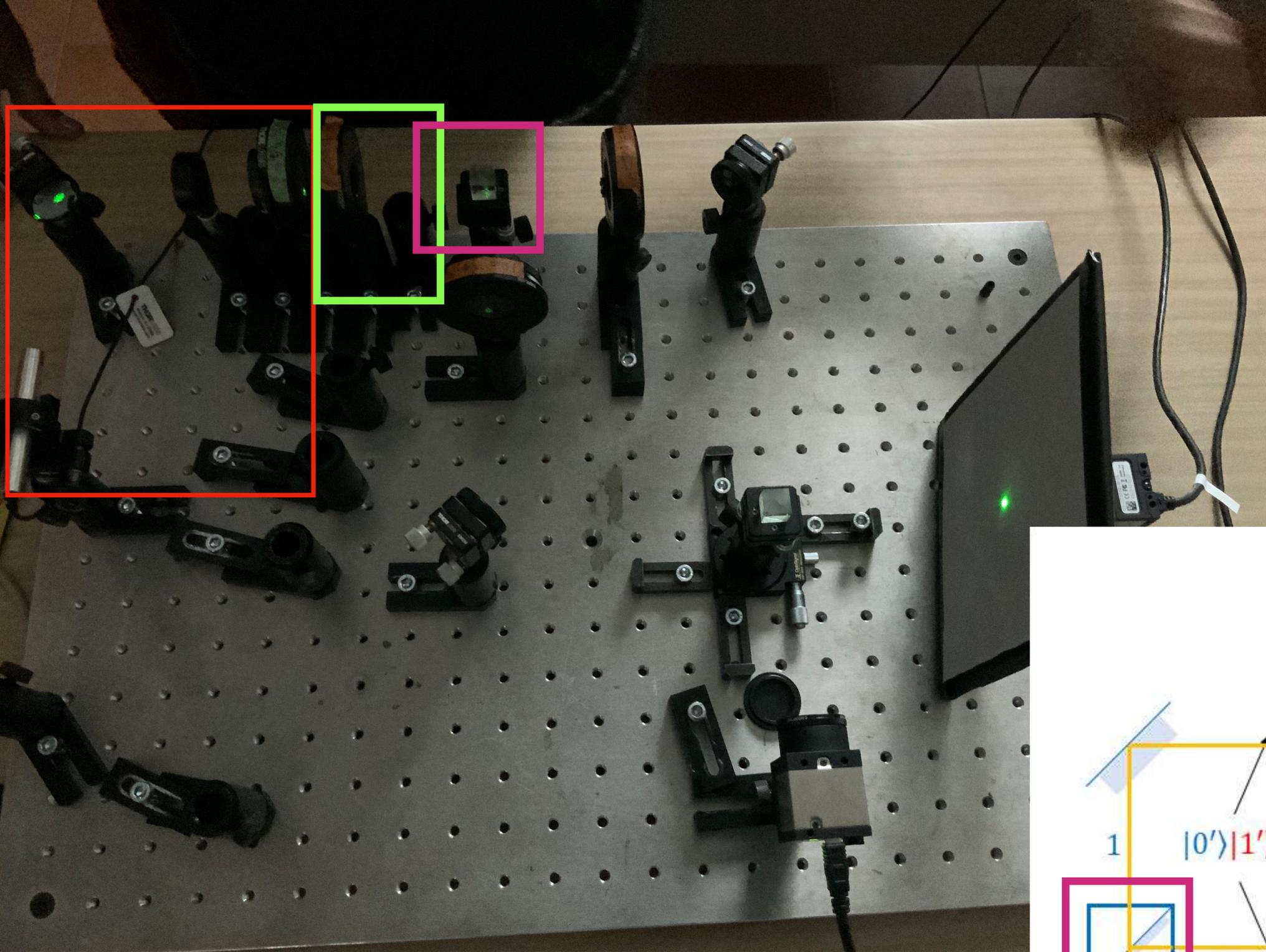


Circuito ottico

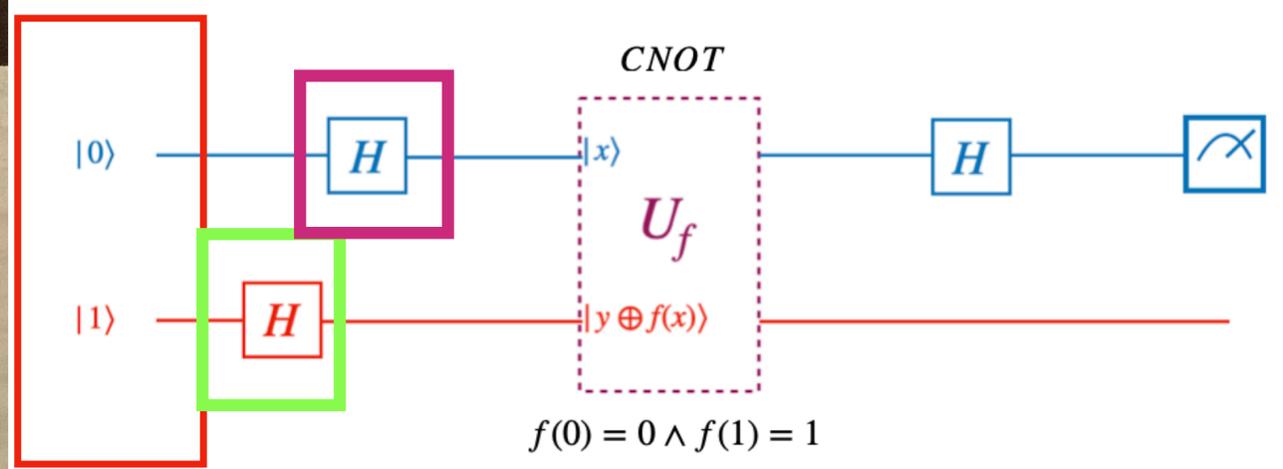


DEUTSCH'S ALGORITHM

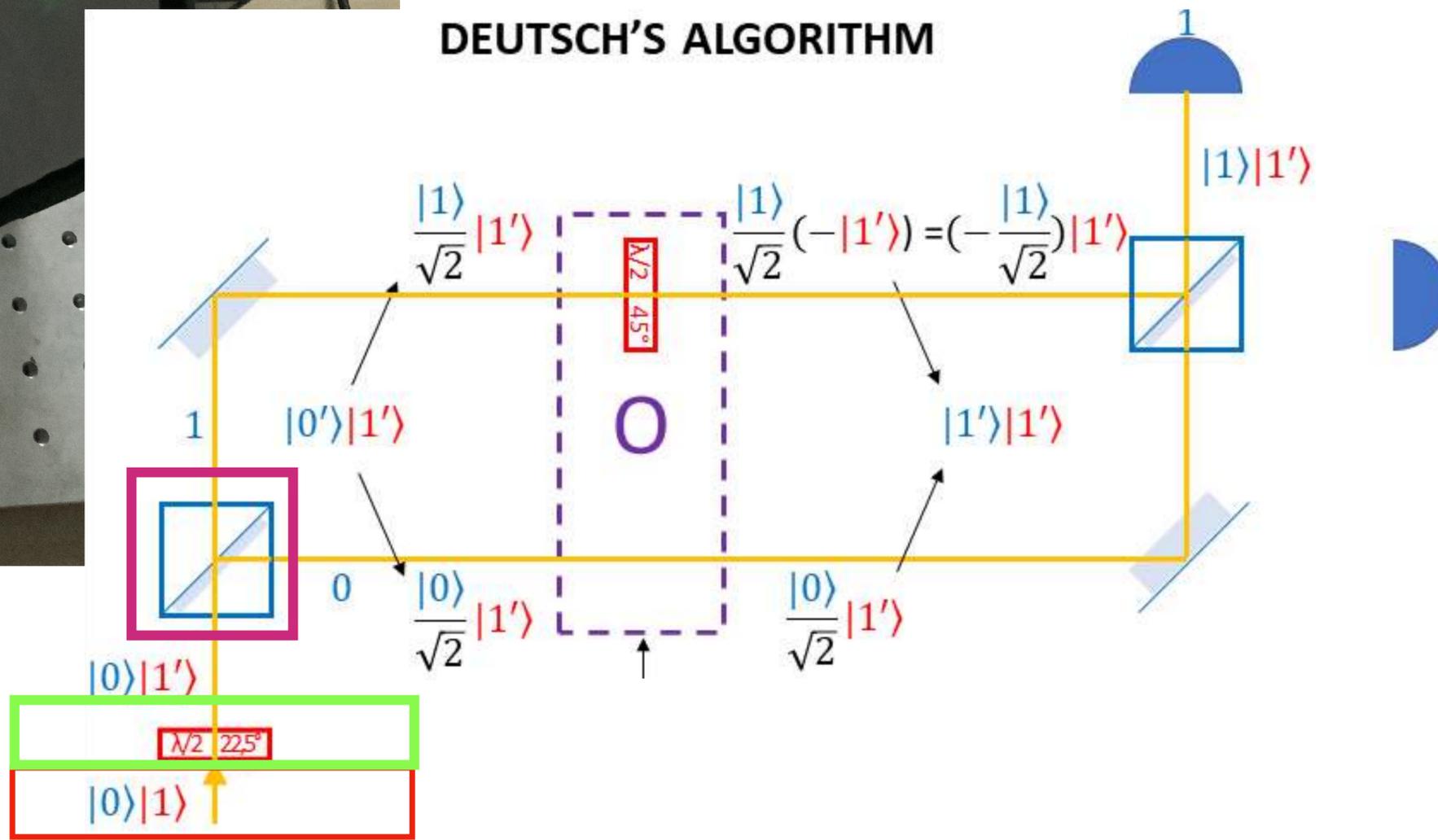


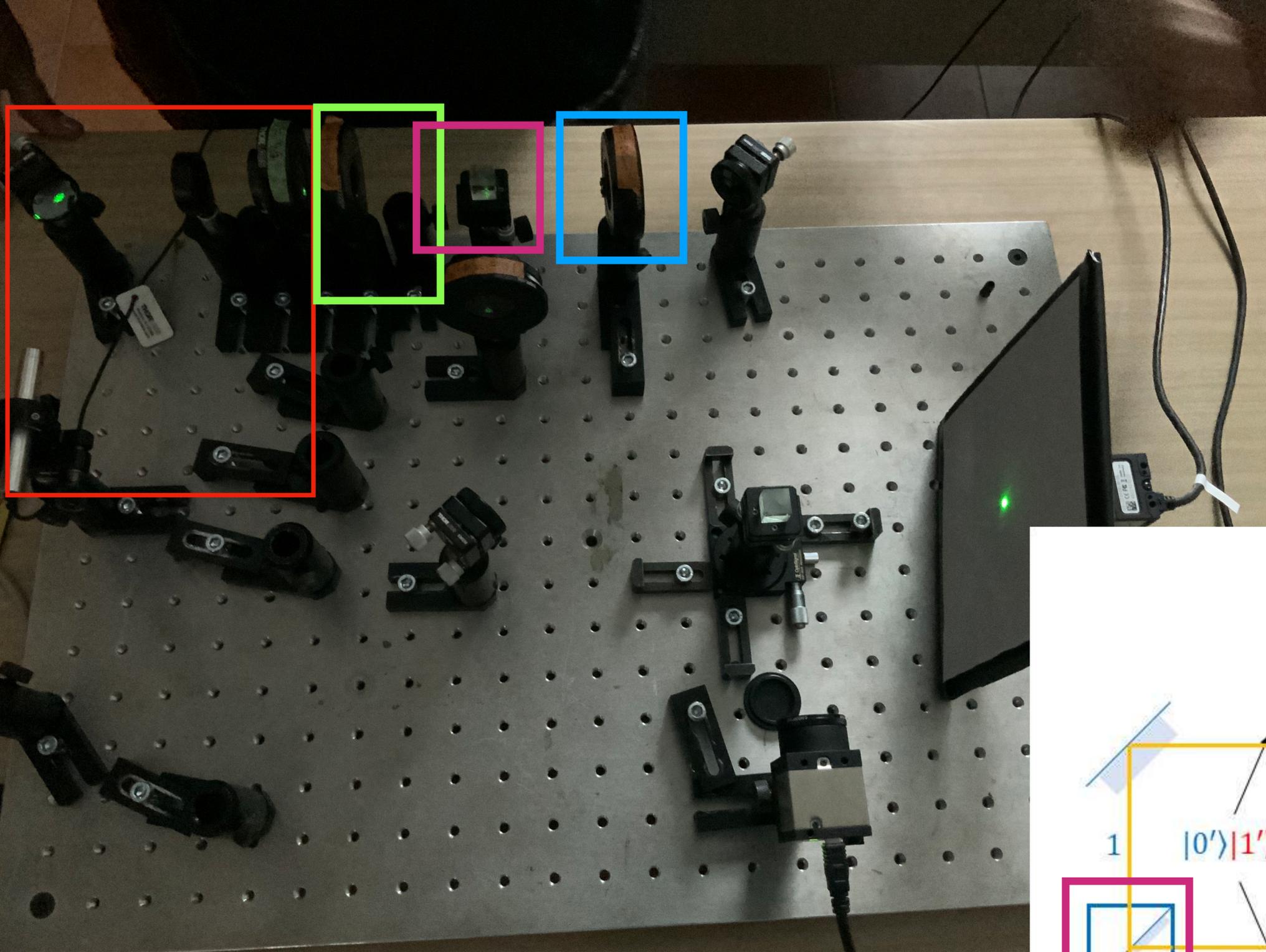


Circuito ottico

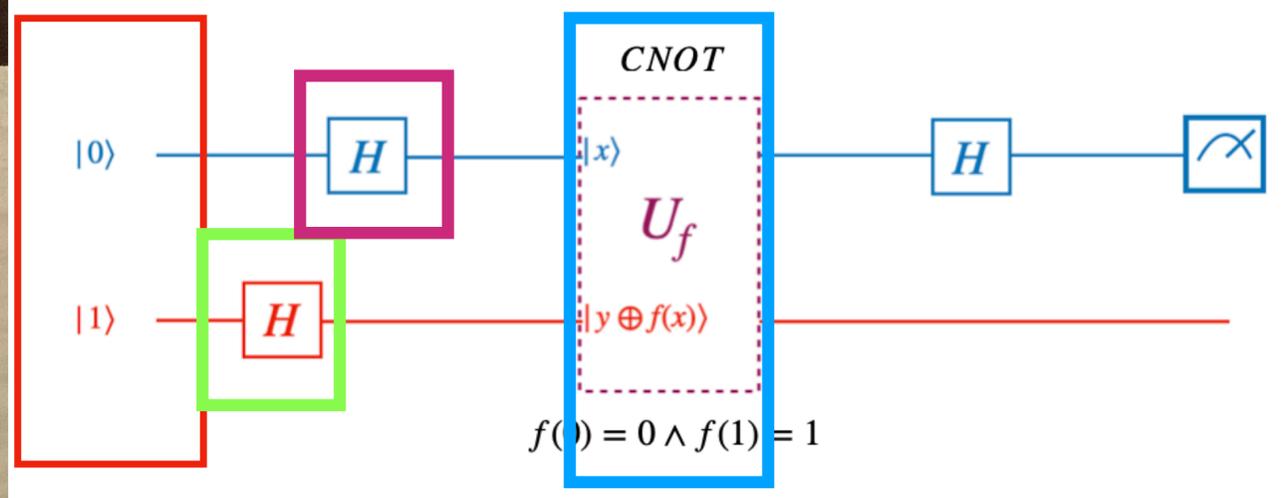


DEUTSCH'S ALGORITHM

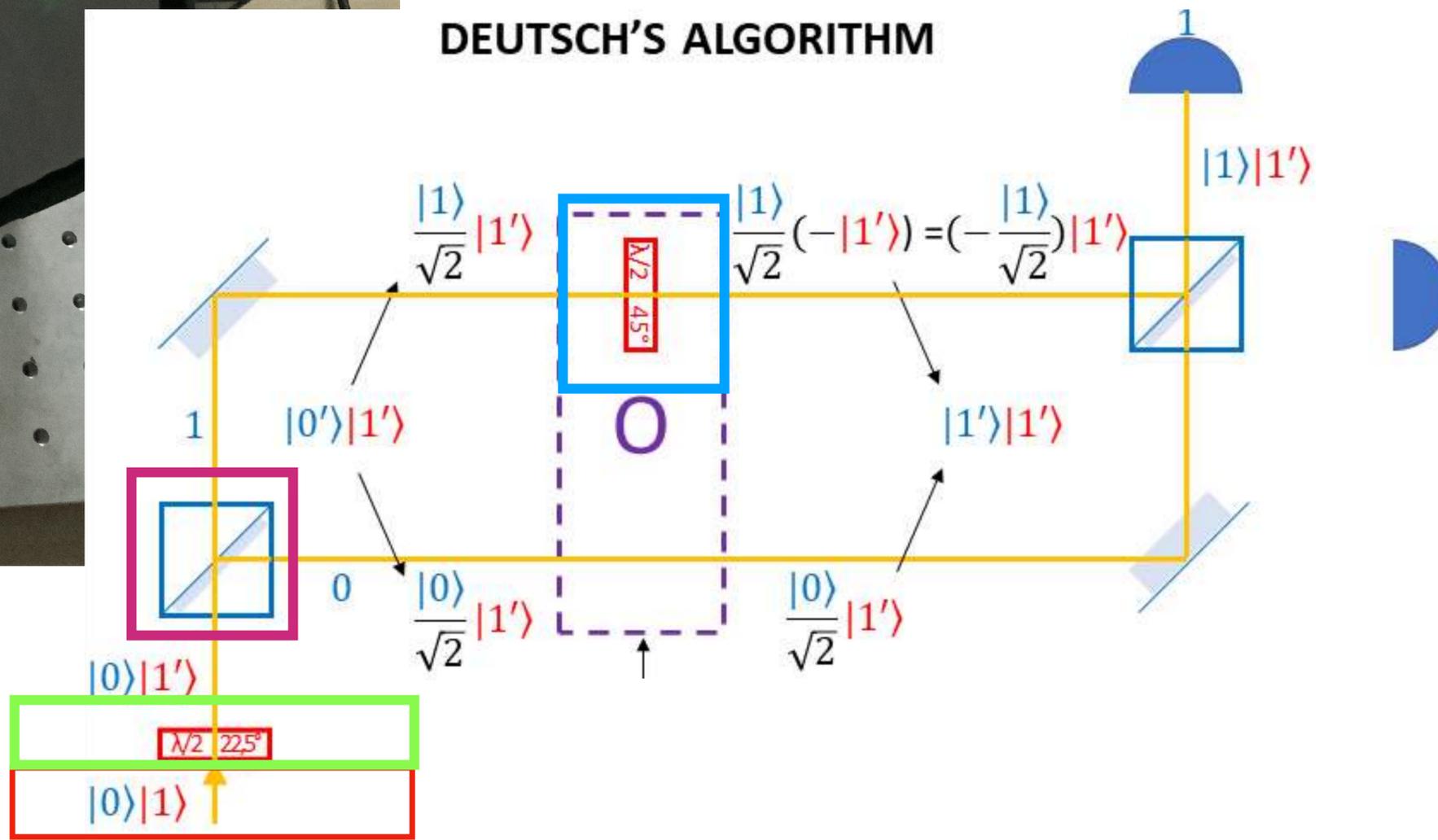


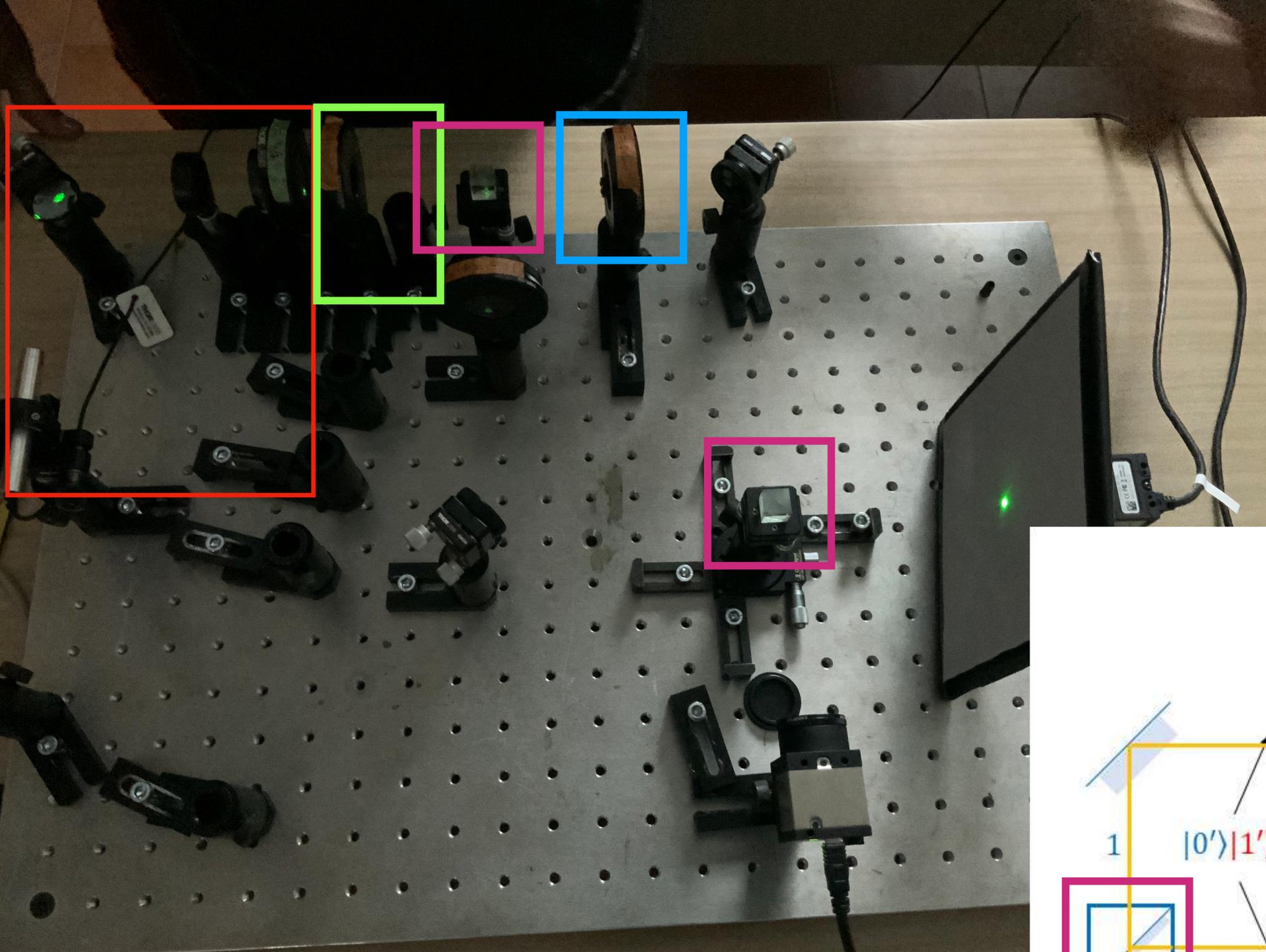


Circuito ottico

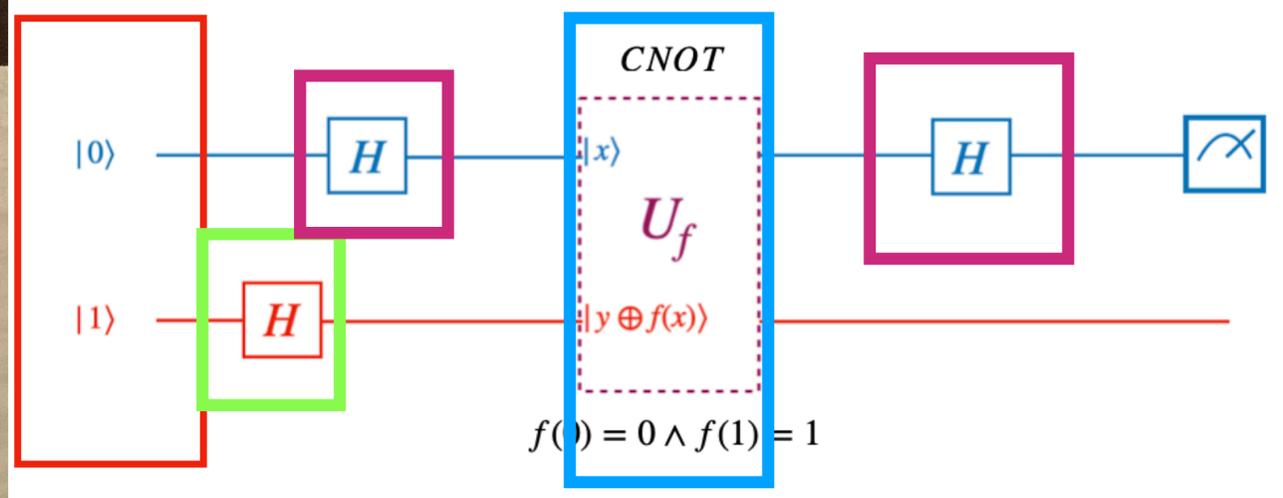


DEUTSCH'S ALGORITHM

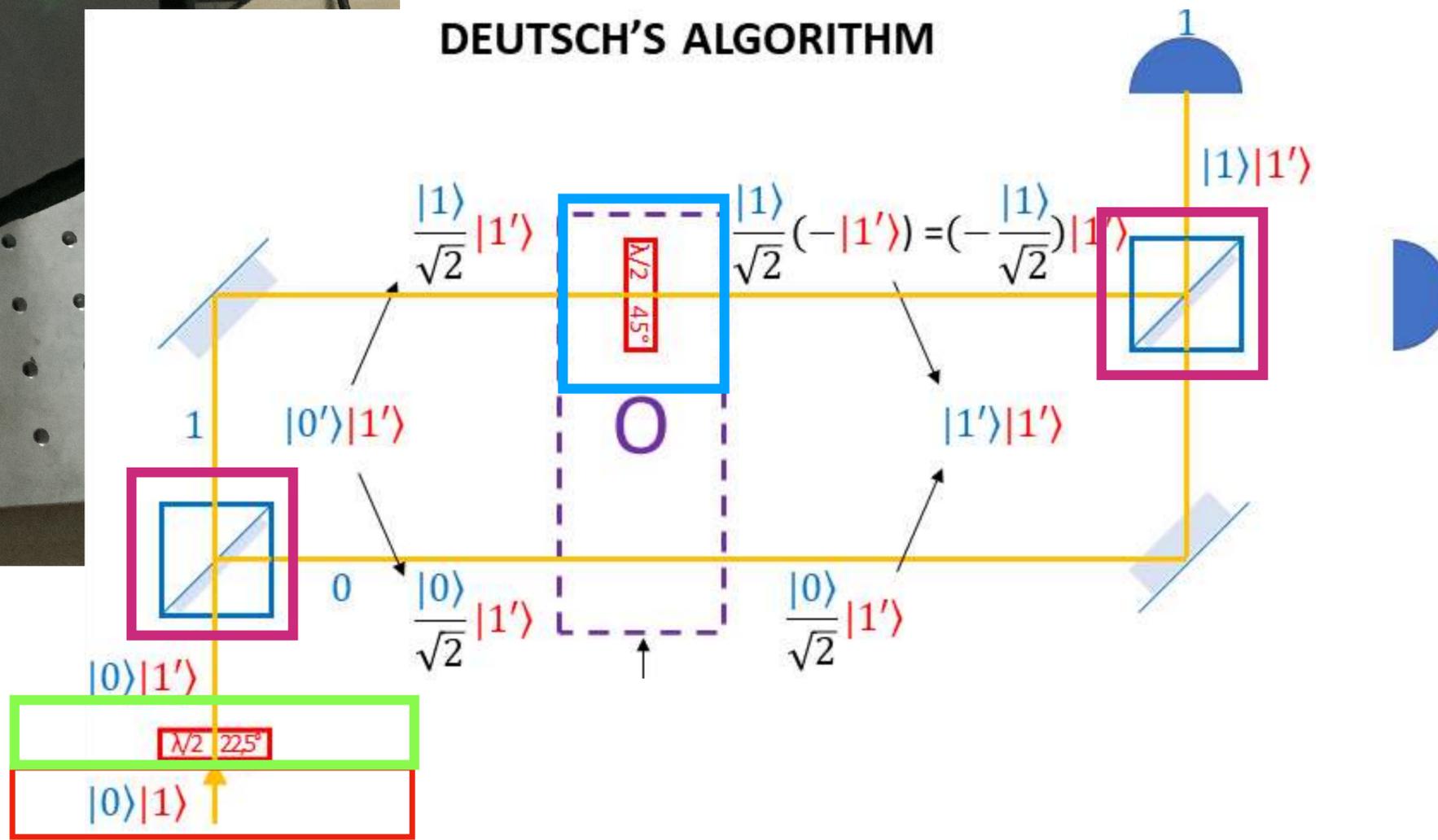


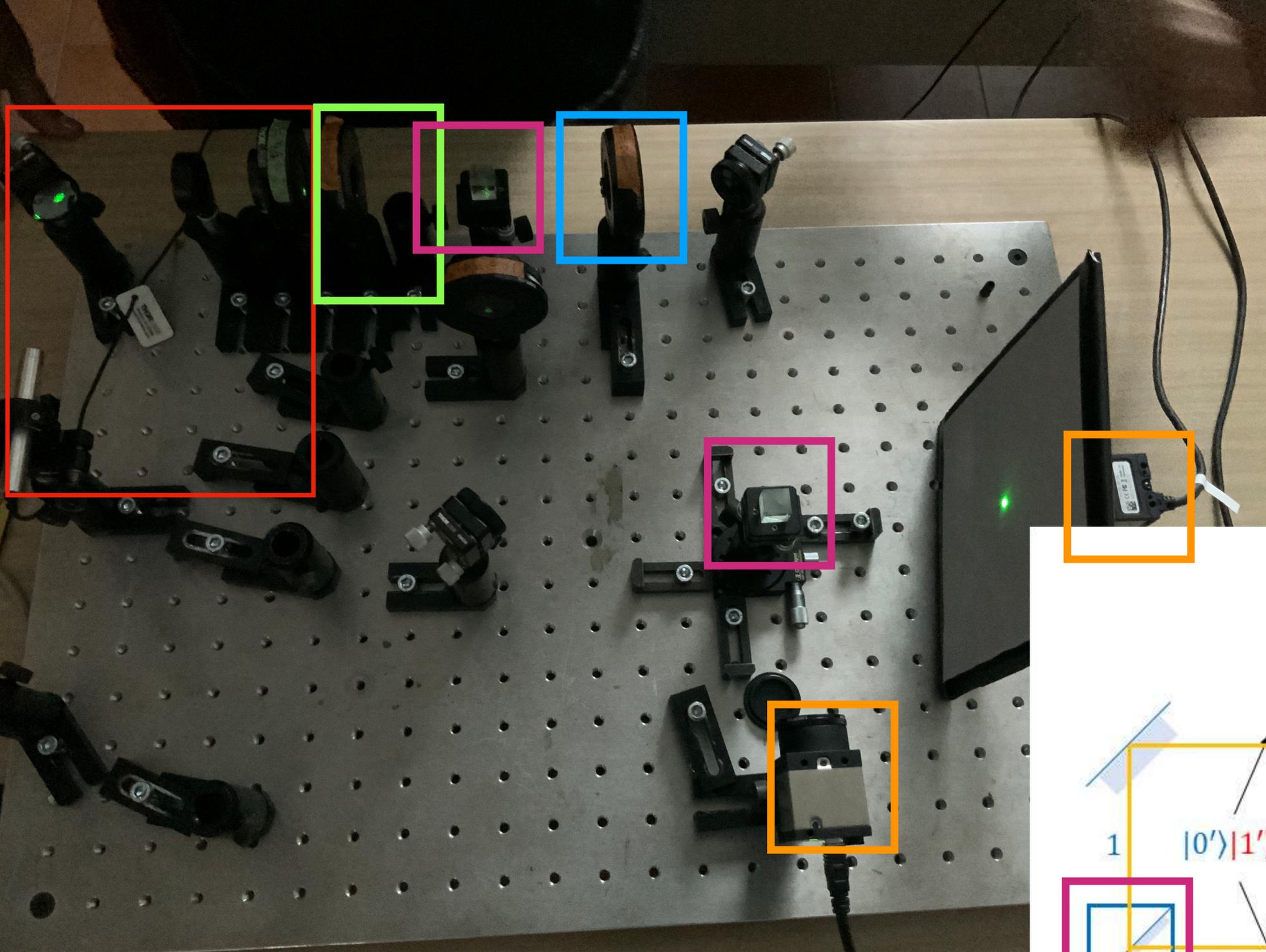


Circuito ottico

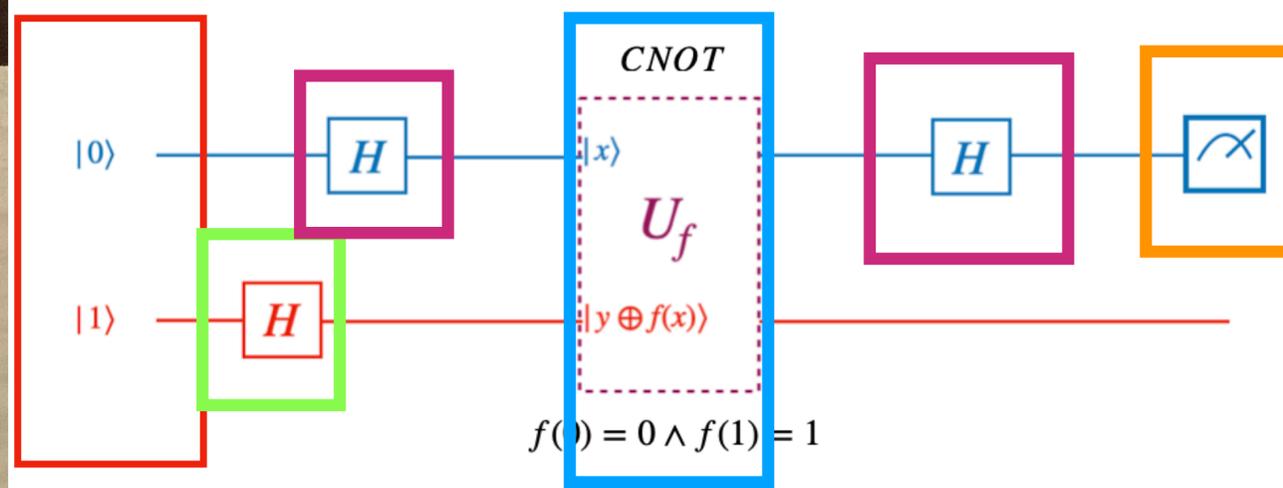


DEUTSCH'S ALGORITHM

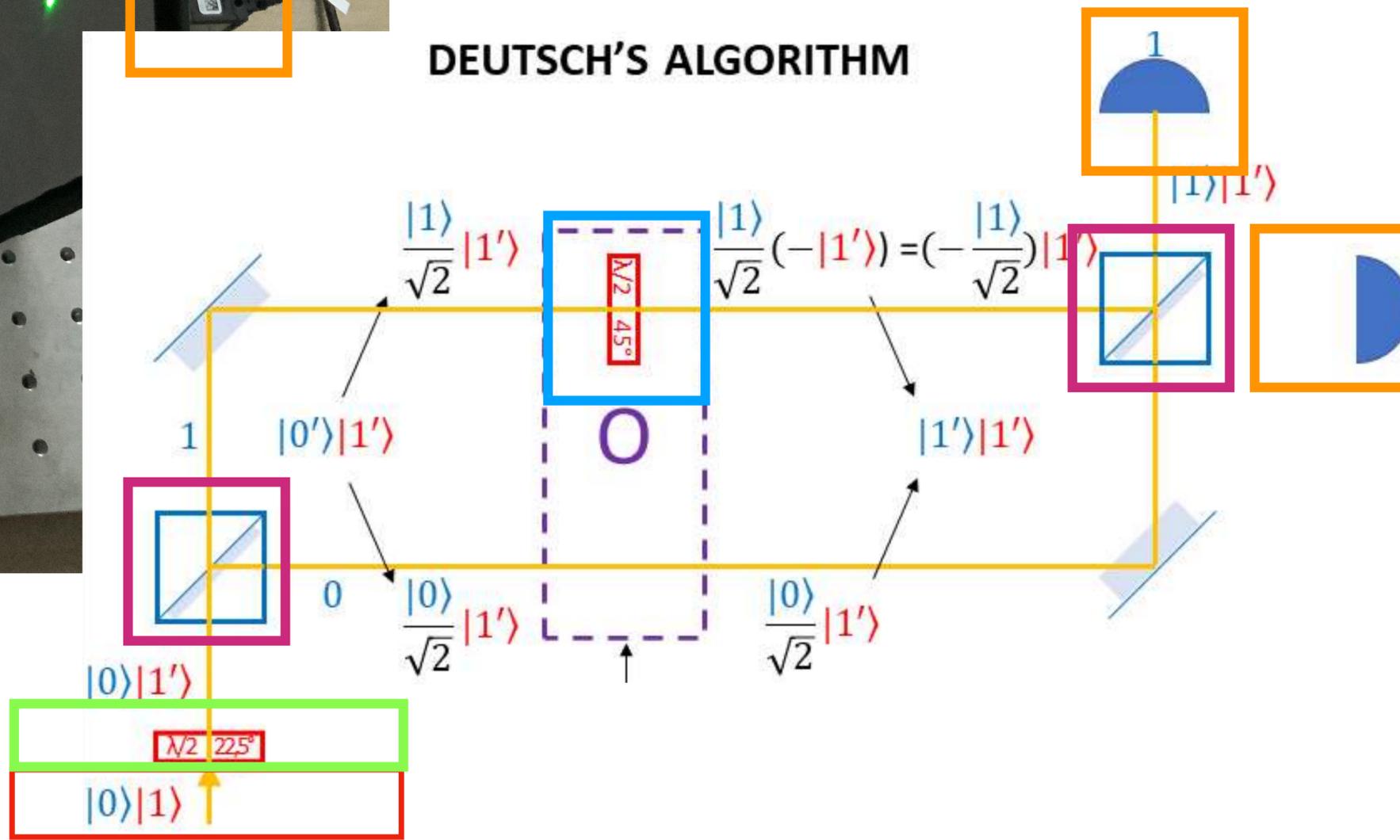




Circuito ottico



DEUTSCH'S ALGORITHM



Il nostro lavoro

05-09 SETTEMBRE 2022

SUMMER SCHOOL QUANTUM TECHNOLOGIES

PER STUDENTI DEL QUINTO ANNO DI SCUOLA SUPERIORE

Univeristà degli studi di Pavia, Dipartimento di Fisica



Malgieri Massimiliano
Zuccarini Giacomo
Sutrini Claudio
Falomo Lidia
Chiara Macchiavello

Information, after all, is something that is encoded in the state of a physical system; a computation is something that can be carried out on an actual physically realizable device.
J. Preskill

La possibilità di realizzare dispositivi capaci di manipolare singoli sistemi quantistici rende oggi possibile lo sviluppo di tecnologie che si stanno diffondendo non solo in ambito strettamente fisico, ma anche medico, chimico, biologico etc. La necessità di uno studio profondo della meccanica quantistica sarà a breve non più appannaggio dei soli fisici, ma si diffonderà tra matematici, informatici, ingegneri, biologi. Proponiamo un percorso capace di porre in risalto la dialettica tra fisica, matematica, logica, probabilità e informatica e di condurre gli studenti attraverso materiali, lezioni e seminari appositamente costruiti verso la scoperta di un nuovo modo di pensare il mondo.

Info e iscrizioni
massimiliano.malgieri@unipv.it
claudio.sutrini01@universitadipavia.it



30-11-2022-2023 - AIF - PAVIA



UNIVERSITÀ
DI PAVIA



UNIVERSITÀ
DI PAVIA

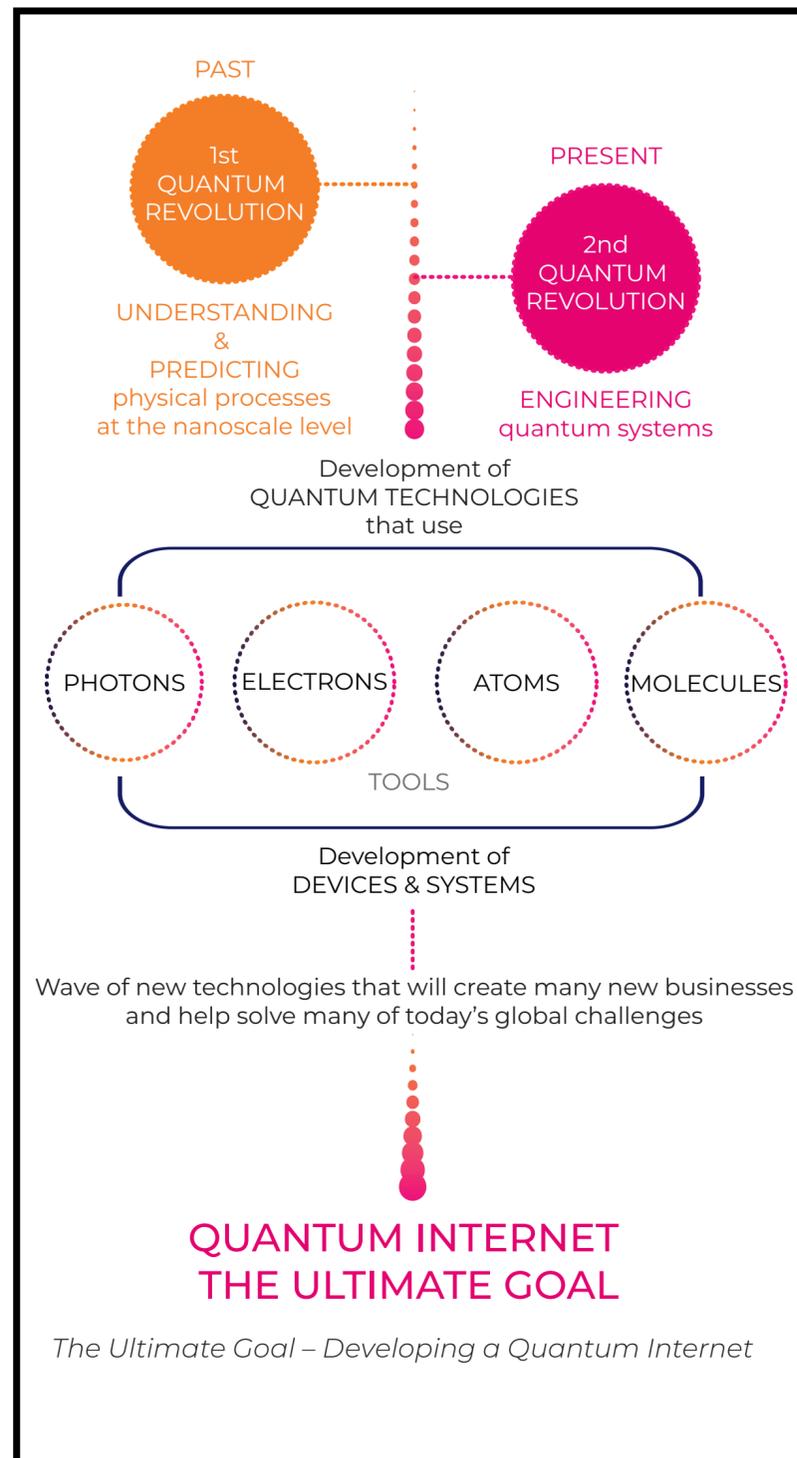


Piano Nazionale
Lauree Scientifiche



QUANTUM
FLAGSHIP

Rivoluzione quantistica



La prima rivoluzione quantistica ha plasmato il mondo in cui viviamo oggi; senza padroneggiare la fisica quantistica, non avremmo potuto sviluppare computer, telecomunicazioni, navigazione satellitare, smartphone o la moderna diagnostica medica. Ora, una seconda rivoluzione quantistica si sta svolgendo, sfruttando gli enormi progressi nella capacità di rilevare e manipolare singoli oggetti quantici (fotoni, elettroni, atomi, molecole), qualcosa che persino Einstein considerava impossibile.

Rivoluzione quantistica

Tecnologie quantistiche

The New York Times

Quantum Computing Is Coming,
Bit by Qubit

Quantum computer



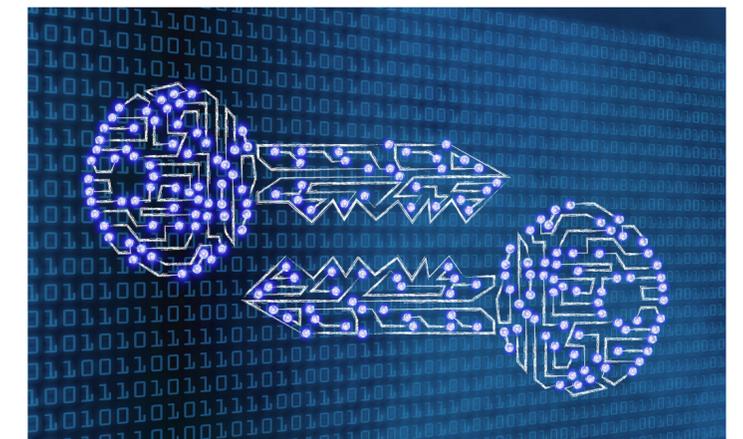
The Guardian view on quantum computing: the new space race Editorial

The main use of quantum technology might not be to hack existing systems but to create unhackable communication networks of the future

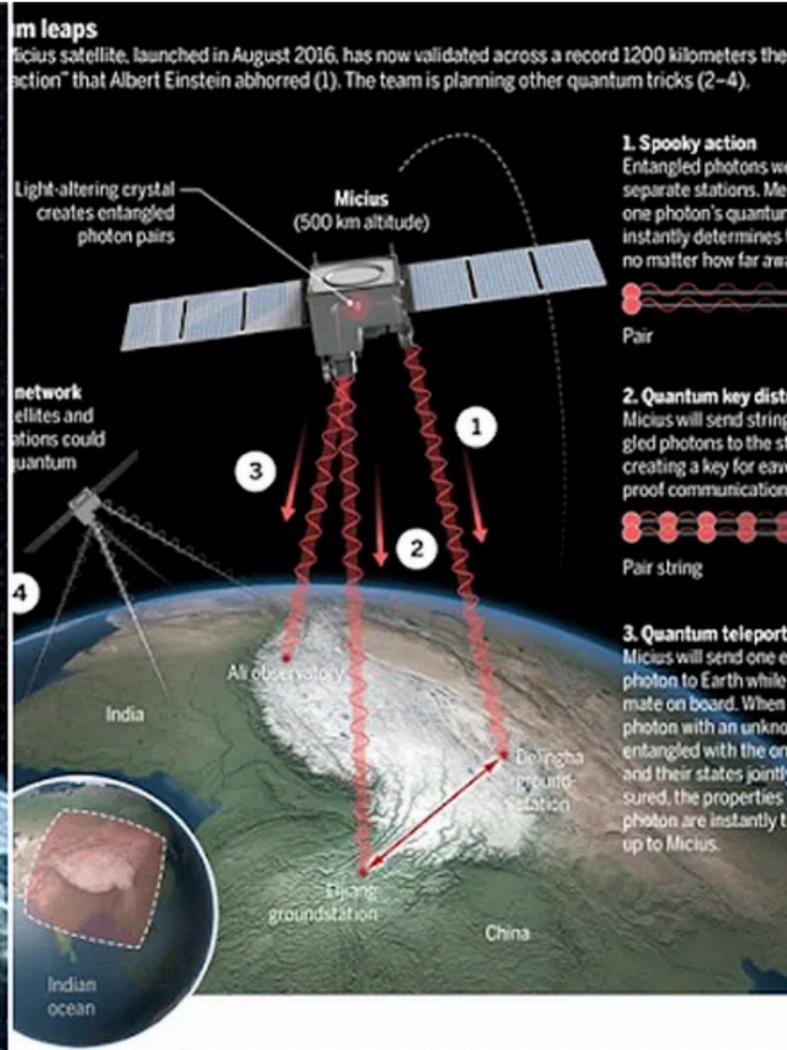
Quantum communication



Quantum cryptography



Rivoluzione quantistica



RESEARCH ARTICLE

QUANTUM OPTICS

Satellite-based entanglement distribution over 1200 kilometers

Juan Yin,^{1,2} Yuan Cao,^{1,2} Yu-Huai Li,^{1,2} Sheng-Kai Liao,^{1,2} Liang Zhang,^{2,3} Ji-Gang Ren,^{1,2} Wen-Qi Cai,^{1,2} Wei-Yue Liu,^{1,2} Bo Li,^{1,2} Hui Dai,^{1,2} Guang-Bing Li,^{1,2} Qi-Ming Lu,^{1,2} Yun-Hong Gong,^{1,2} Yu Xu,^{1,2} Shuang-Lin Li,^{1,2} Feng-Zhi Li,^{1,2} Ya-Yun Yin,^{1,2} Zi-Qing Jiang,³ Ming Li,³ Jian-Jun Jia,³ Ge Ren,⁴ Dong He,⁴ Yi-Lin Zhou,⁵ Xiao-Xiang Zhang,⁶ Na Wang,⁷ Xiang Chang,⁸ Zhen-Cai Zhu,⁵ Nai-Le Liu,^{1,2} Yu-Ao Chen,^{1,2} Chao-Yang Lu,^{1,2} Rong Shu,^{2,3} Cheng-Zhi Peng,^{1,2*} Jian-Yu Wang,^{2,3*} Jian-Wei Pan^{1,2*}

Long-distance entanglement distribution is essential for both foundational tests of quantum physics and scalable quantum networks. Owing to channel loss, however, the previously achieved distance was limited to ~100 kilometers. Here we demonstrate satellite-based distribution of entangled photon pairs to two locations separated by 1203 kilometers on Earth, through two satellite-to-ground downlinks with a summed length varying from 1600 to 2400 kilometers. We observed a survival of two-photon entanglement and a violation of Bell inequality by 2.37 ± 0.09 under strict Einstein locality conditions. The obtained effective link efficiency is orders of magnitude higher than that of the direct bidirectional transmission of the two photons through telecommunication fibers.

Chinese scientists have established a quantum entanglement between particles 1200 kilometres apart, smashing the previous world record of 143 kilometres.



THE END