

1. **Approccio geometrico alla relatività speciale:
la proposta di Taylor&Wheeler**
2. **Spaziotempo e dinamica relativistica**

Anna De Ambrosis

**Dipartimento di Fisica
Università di Pavia**

INSEGNAMENTO DELLA RELATIVITA'

Riferimenti internazionali per l'insegnamento della Relatività, a partire dagli anni '60 :

- la proposta formulata da Resnick (1968) ***INTRODUCTION TO SPECIAL RELATIVITY***
- quella elaborata da Taylor e Wheeler (1966) ***SPACETIME PHYSICS***
-
- nuova versione di ***SPACETIME PHYSICS*** (1992)

LA TRADIZIONE ITALIANA

Fin dagli anni settanta in Italia si è dibattuto il tema dell' introduzione della Relatività Speciale nella Scuola Secondaria
Il dibattito è stato sostenuto da progetti e da sperimentazioni a livello nazionale

- il Progetto Relatività coordinato da G. Cortini

Vedute recenti sull' Insegnamento della Relatività Ristretta
Quaderni del Giornale di Fisica V.2, n.4, 1977

La relatività ristretta, con nota storica di S. Bergia, Loesher Editore, 1978

- la proposta di E. Fabri

Per un insegnamento moderno della Relatività, AIF sezioni di Lucca e Pisa
1989

Insegnare relatività nel XXI secolo - Dal "navilio" di Galileo all' espansione dell' Universo

Quaderno 16 Bollettino AIF, n1 Supplemento, 2005

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

LE MOTIVAZIONI PER INSEGNARLA A SCUOLA

Valore culturale della teoria

Possibilità di trattare i concetti base con una matematica semplice

Possibilità di suscitare il coinvolgimento degli studenti e il loro interesse

Valore didattico di far sperimentare il passaggio da una teoria ad un'altra

Importanza di riconoscere come una teoria fisica possa essere in contrasto con il senso comune e l'esperienza di tutti i giorni

Allo stesso tempo in accordo con esperimenti eseguiti ogni giorno nei laboratori di ricerca e con tecnologie di uso ormai quotidiano

UNO SGUARDO ALLA PROPOSTA DI TAYLOR E WHEELER

Come ricostruzione della relatività speciale in prospettiva didattica

Taylor e Wheeler: *Spacetime Physics, second edition, Freeman, N.Y., 1992*
Fisica dello spazio tempo, Zanichelli, Bo, 1996

Approccio non storico: la relatività come teoria viva, che si usa oggi, che ha continue verifiche sperimentali, e su cui si basa il funzionamento di dispositivi diventati ormai di uso quotidiano

Approccio di tipo geometrico in cui l'idea centrale per la formalizzazione è quella di **intervallo nello spaziotempo**

UNO SGUARDO ALLA PROPOSTA DI TAYLOR E WHEELER

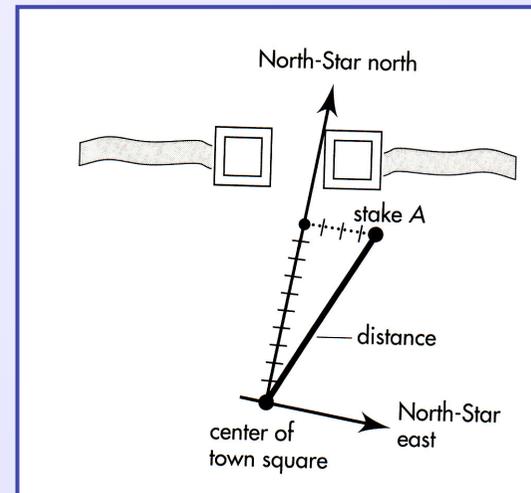
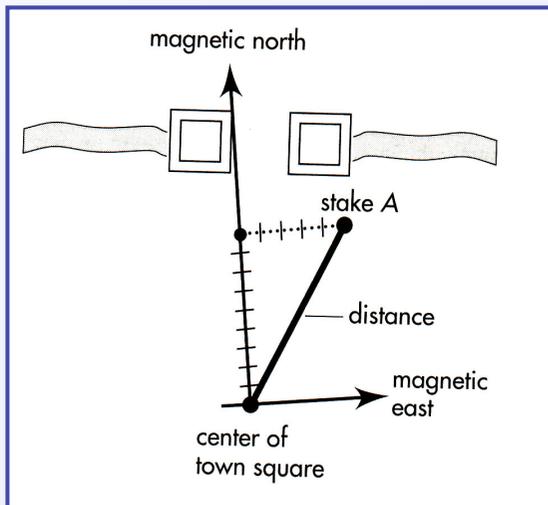
Fin dal primo capitolo vengono anticipati i concetti cardine dell'intera proposta, concetti che poi saranno ripresi e sviluppati nei capitoli successivi.

si sceglie **un' impostazione geometrica basata** sul concetto di **evento** e sulla costruzione di **grandezze invarianti**.

sono subito evidenti scelte comunicative che si discostano nettamente dal linguaggio di un libro di testo tradizionale.

Per cominciare... LA PARABOLA DEGLI AGRIMENSORI

LA PARABOLA DEGLI AGRIMENSORI: DIVERSI SISTEMI DI COORDINATE

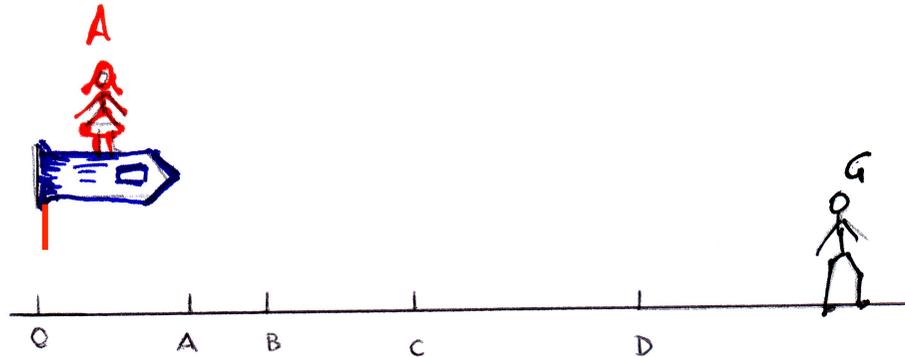


Che cosa cambia, che cosa rimane invariato?

$$d^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

DIVERSI SISTEMI DI RIFERIMENTO



Evento	Rif. Gianluca		Rif. Anna	
	Distanza(m)	Tempo(ns)	distanza(m)	Tempo(n.s)
Scintilla 0	0	0	0	0
Scintilla A	2,0000	33,6900	0	33,0228
Scintilla B	3,0000	50,5350	0	49,5343
Scintilla C	5,0000	84,2250	0	82,5572
Scintilla D	8,0000	134,7600	0	132,0915

velocità della luce $c = 299\,792\,458$ metri/secondo

**Che cosa
cambia,
che cosa
rimane
invariato?**

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

Che cosa cambia, che cosa rimane invariato?

Evento	Rif. Gianluca		Rif. Anna	
	Distanza(m)	Tempo(n.s)	distanza(m)	Tempo(n.s)
Scintilla 0	0	0	0	0
Scintilla A	2,0000	33,6900	0	33,0228
Scintilla B	3,0000	50,5350	0	49,5343
Scintilla C	5,0000	84,2250	0	82,5572
Scintilla D	8,0000	134,7600	0	132,0915

velocità della luce $c = 299792458$ metri/secondo

$$\Delta t = 10,1000 \text{ m}$$

$$\Delta t^2 = 102,010 \text{ m}^2$$

Esprimiamo le distanze e gli intervalli di tempo con la stessa unità di misura usando la velocità della luce

$$\Delta t' = 9,9000 \text{ m}$$

$$\Delta t'^2 = 98,010 \text{ m}^2$$

$$I^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$$

Un nuovo invariante

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

UNA NUOVA GEOMETRIA

Misurare con la stessa unità di misura distanza e tempo, usando la velocità della luce come fattore di conversione

$$I^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$$

$$d^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

se $\Delta x = 0$ cioè nel riferimento in cui gli eventi avvengono nella stessa posizione

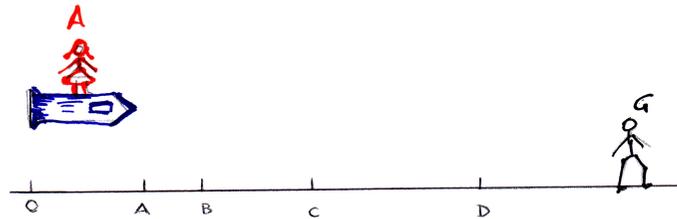
$$\tau^2 = \Delta t^2$$

τ intervallo di tempo proprio

Il fattore γ

Considero 2 eventi che avvengono nella stessa posizione nel riferimento del razzo:

$$\Delta x' = 0 \quad \Delta t' = \tau$$



Qual è la separazione spaziale e temporale tra la stessa coppia di eventi nel riferimento del laboratorio?

$$\Delta x = v \Delta t \quad v \text{ è la velocità del razzo rispetto al laboratorio}$$

$$\Delta t^2 - \Delta x^2 = \tau^2 \quad \text{INVARIANZA DELL'INTERVALLO}$$

$$\Delta t^2 - v^2 \Delta t^2 = \Delta t^2 (1 - v^2) = \tau^2$$

$$\Delta t / \tau = 1 / (1 - v^2)^{1/2} = \gamma$$

$$\gamma = 1 / (1 - v^2)^{1/2}$$

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

ESERCIZI - PROBLEMI

■ 1.11 Dilatazione del tempo con i muoni

A un'altezza compresa tra i 10 e i 60 km al di sopra della superficie terrestre i raggi cosmici colpiscono continuamente i nuclei degli atomi di ossigeno e azoto producendo mesoni μ (mesoni mu o muoni¹: particelle elementari aventi massa pari a 207 masse elettroniche che vengono prodotti in particolari reazioni nucleari). Alcuni di questi muoni si muovono verticalmente verso il basso a una velocità prossima a quella della luce. Seguiamo uno di questi muoni nel suo cammino verso il basso. Preso un insieme di mesoni, la metà di essi decadono in altre particelle elementari in 1,5 microsecondi ($1,5 \times 10^{-6}$ secondi), misurati in un sistema di riferimenti in cui questi sono a riposo. Metà dei rimanenti decadono nei successivi 1,5 microsecondi, e così via. Analizzate il risultato di questo decadimento rispetto a due diversi sistemi di riferimento. Approssimate l'esperimento reale (piuttosto complicato) con il seguente meccanismo, che è all'incirca equivalente: tutti i mesoni sono prodotti alla stessa altezza (60 chilometri); hanno tutti la stessa velocità; tutti si muovono in linea retta verso il basso; nessuno di essi viene perduto nel corso del suo cammino a causa di urti con le molecole di aria.

- a. All'incirca, quanto tempo (misurato nel sistema di riferimento della Terra) occorrerà perchè questi mesoni raggiungano la superficie terrestre?
- b. Se il tempo di decadimento fosse lo stesso per gli osservatori terrestri e per un osservatore che si muove con i muoni, quanti tempi di dimezzamento saranno trascorsi, approssimativamente? Quindi, quale frazione delle particelle create a 60 chilometri di altezza rimarrà quando queste raggiungono il livello del mare sulla Terra? Potete esprimere la vostra risposta come una potenza della frazione $1/2$.
- c. Un esperimento stabilisce che una frazione pari a $1/8$ dei muoni raggiunge il livello del mare. Chiamate «sistema del razzo» quello in cui i muoni sono a riposo. In quest'ultimo sistema, quanti tempi di dimezzamento sono trascorsi tra la creazione di un dato muone e il suo arrivo come superstite al livello del mare?
- d. *Nel sistema del razzo*, qual è la distanza spaziale tra il punto di nascita di un muone superstite e il punto in cui esso arriva sulla superficie terrestre? (Attenti!)
- e. Partendo dalle distanze spaziali e temporali relative al razzo, trovate il valore dell'intervallo spazio-temporale tra l'evento di nascita e l'evento di arrivo per un singolo muone superstite.

Riferimento: Nalini Easwar e Douglas A. MacIntire, *American Journal of Physics*, Volume 59, pagine 589-592 (luglio 1991).

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

Quanti muoni arrivano a terra?

- Altezza a cui vengono prodotti i muoni **60 km ($6 \cdot 10^4$ m) dalla superficie terrestre**
- Tempo di dimezzamento dei muoni (nel riferimento in cui sono fermi) **$1.5 \cdot 10^{-6}$ s**
- Velocità dei muoni **circa uguale alla velocità della luce**

Nel riferimento della Terra l'intervallo di tempo tra Evento 1 (produzione) ed Evento 2 (arrivo a terra) è

$$\Delta t = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

Arriva a terra 1/8 dei muoni prodotti!

Nel riferimento del muone l'intervallo di tempo tra Evento 1 ed Evento 2 è

$$\Delta t' = 3 \cdot (1.5 \cdot 10^{-6}) \text{ s}$$

$$\Delta t^2 - \Delta x^2 = \Delta t'^2 - \Delta x'^2 = \tau^2 \quad \text{INVARIANZA DELL'INTERVALLO}$$

(STESSA UNITA' DI MISURA PER DISTANZE E TEMPI!)

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

IL SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE

Il secondo Capitolo del Taylor e Wheeler affronta il problema della definizione e individuazione dei sistemi di riferimento inerziali.

L'impostazione del problema da parte degli autori è insolita per la relatività ristretta e prelude agli sviluppi verso la relatività generale.

Si introduce una nuova idea di **osservatore**;

Si mostra come sia necessaria una procedura di **sincronizzazione degli orologi** all'interno di un riferimento inerziale

IL SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE

At that moment there came to me the happiest thought of my life...For an observer falling freely from the roof of a house no gravitational field exists during his fall

A. Einstein

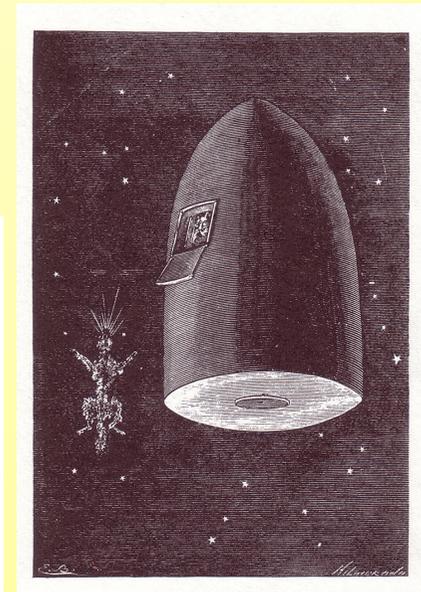
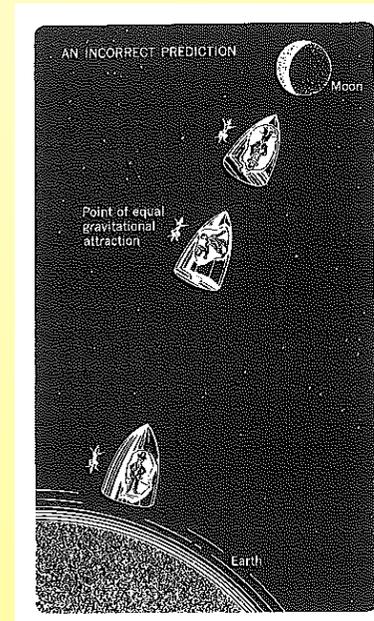
IL SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE

Tenendo presente la Relatività Generale....

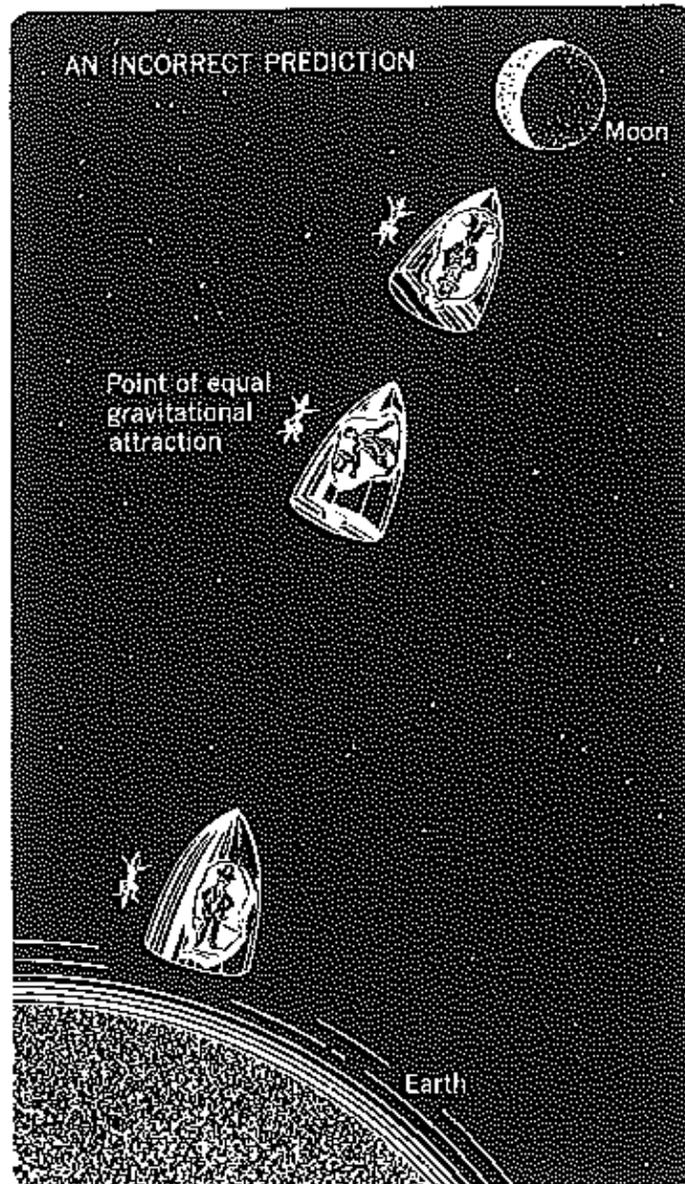
definizione di sistema di riferimento inerziale
come sistema in volo libero

Un sistema di riferimento viene detto INERZIALE in una certa regione dello SPAZIO e del TEMPO quando in tutta quella regione (e compatibilmente con una data accuratezza delle misure) ogni particella di prova libera di muoversi che si trovi inizialmente a riposo rispetto a quel sistema continui a rimanere a riposo e ogni particella di prova libera di muoversi che si trovi inizialmente in moto rispetto a quel sistema continui il suo moto senza alcuna variazione del modulo o della direzione della sua velocità

Il sistema di riferimento inerziale ha un
carattere locale



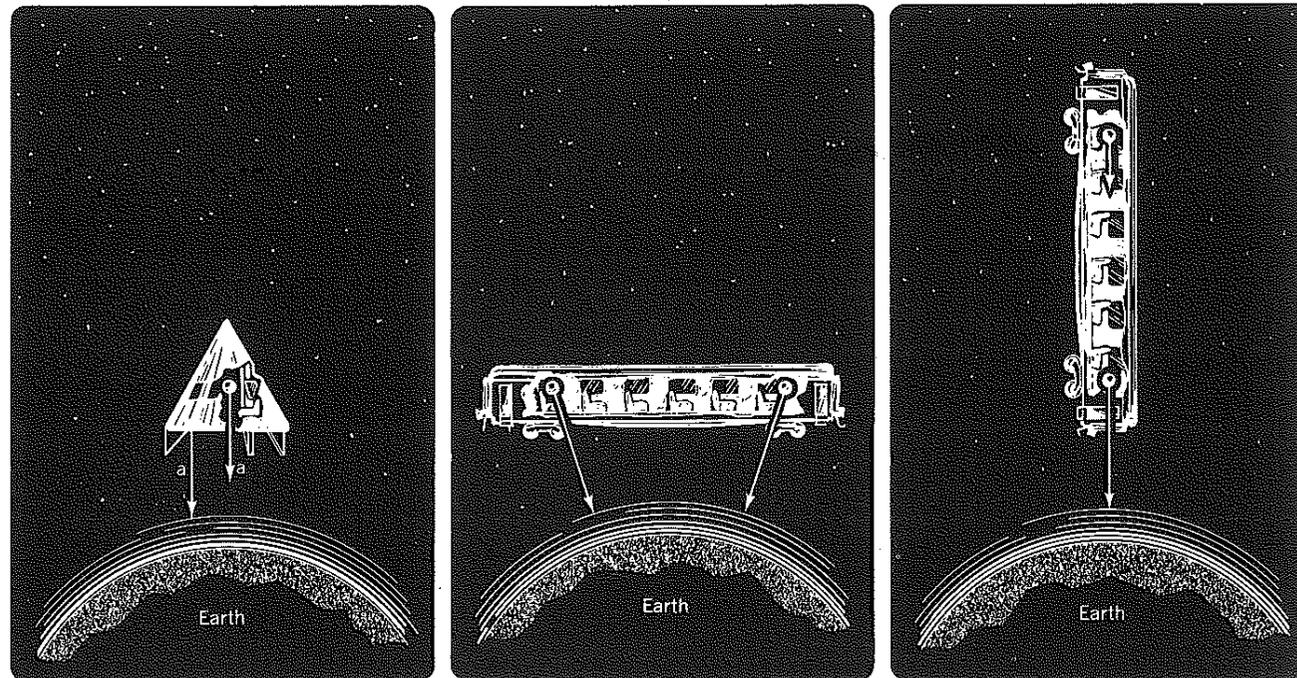
Dalla terra alla Luna
J. Verne



La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

CARATTERE LOCALE DEL RIFERIMENTO INERZIALE

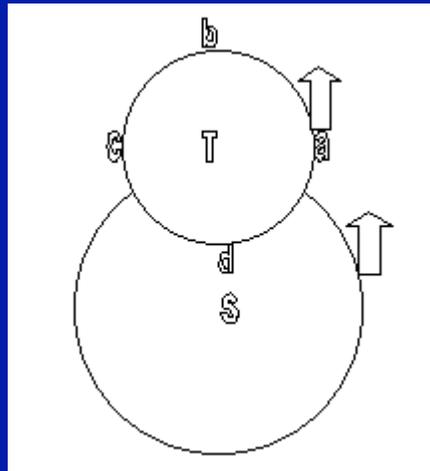
Le maree



La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

L'idea di Galileo sulle maree

''...Figuriamoci dunque una barca veneziana con mediocre velocità per la Laguna, portando placidamente l'acqua della quale ella sia piena, ma che poi, o per dare in secca o per altro impedimento che le sia opposto, venga notabilmente ritardata; non perciò l'acqua contenuta perderà, al pari della barca, l'impeto già concepito, ma, conservandolo, scorrerà avanti verso la prua, ove notabilmente si alzerà, abbassandosi verso la poppa; ma se, per l'opposto, all'istessa barca, nel mezzo del suo placido corso, verrà con notevole aumento aggiunta nuova velocità, l'acqua contenuta, prima di abituarsene, restando nella sua lentezza, rimarrà indietro, cioè verso la poppa, ove in conseguenza si solleverà, abbassandosi nella prua. '' **Dialogo dei Massimi sistemi, quarta giornata**

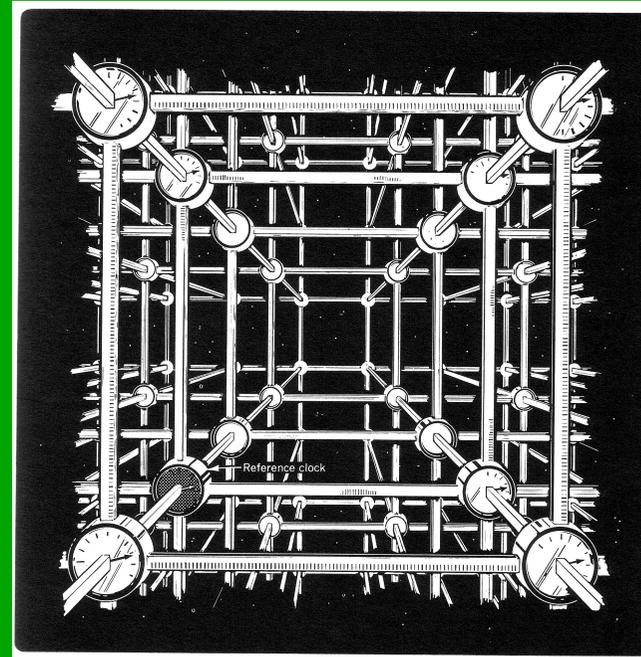


Galileo parte da un dato non corretto: pensa che la velocità del moto annuo sia circa tre volte quella del moto diurno, mentre il rapporto tra le due è circa 64

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

IL RETICOLO DI REGOLI E OROLOGI

L' "OSSERVATORE"
è l' insieme degli orologi di
registrazione associati ad un
sistema inerziale



IL PRINCIPIO DI RELATIVITA'

A questo punto si ridiscutono i postulati alla base della relatività (**Principio di relatività e Invarianza della velocità della luce**) e se ne mettono in evidenza le conseguenze sulla visione dello spaziotempo.

La relatività della simultaneità, la contrazione delle lunghezze

L'esistenza di una grandezza invariante che lega tra loro la dimensione spaziale e quella temporale, il "quadrintervallo" $I^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$, è ricavata dal principio di relatività e dal principio di invarianza della velocità della luce.

Si conferma così la validità e l'efficacia dell'idea di intervallo invariante che era stata introdotta sulla base di una **semplice analogia con la geometria Euclidea**.

IL PRINCIPIO DI RELATIVITA'

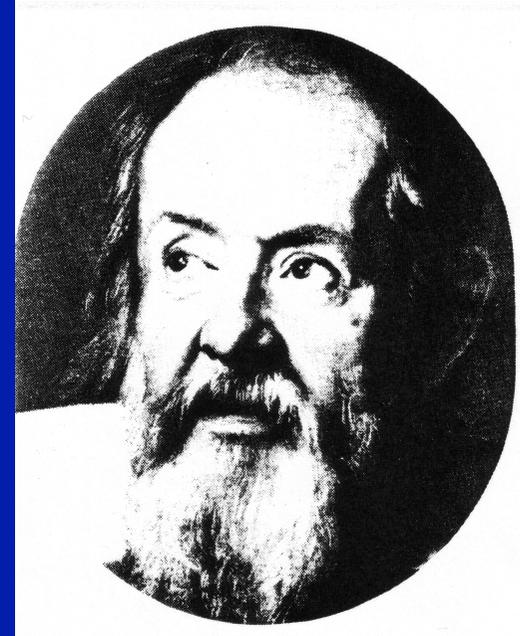
The name relativity theory was an unfortunate choice: the relativity of space and time is not the essential thing, which is the independence of the laws of Nature from the view point of the observer

A. Sommerfeld

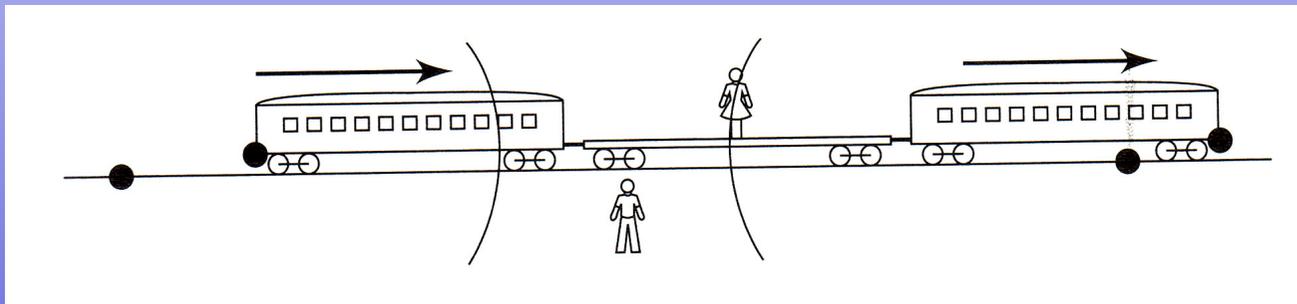
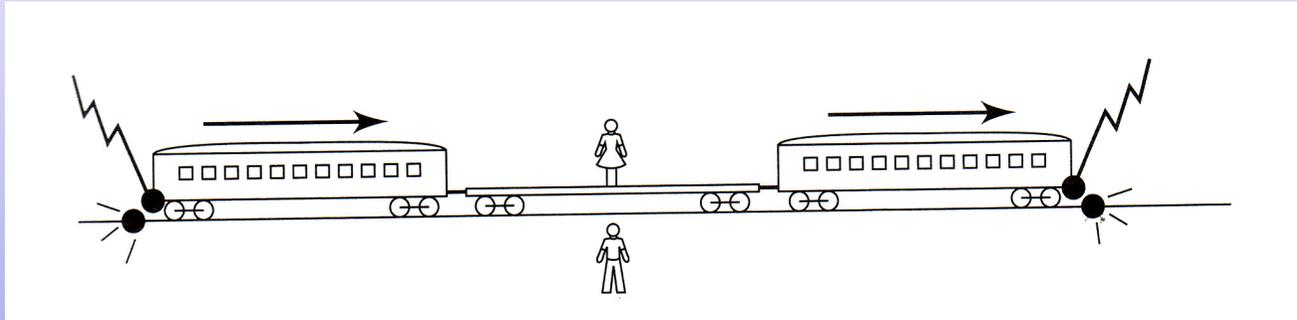
Da Galileo a ...Lorentz, Poincaré, Einstein...

Tutte le leggi della fisica sono le stesse in ogni sistema di riferimento inerziale

Nessuna verifica delle leggi della fisica fornisce alcun modo per distinguere un sistema di riferimento inerziale da un altro



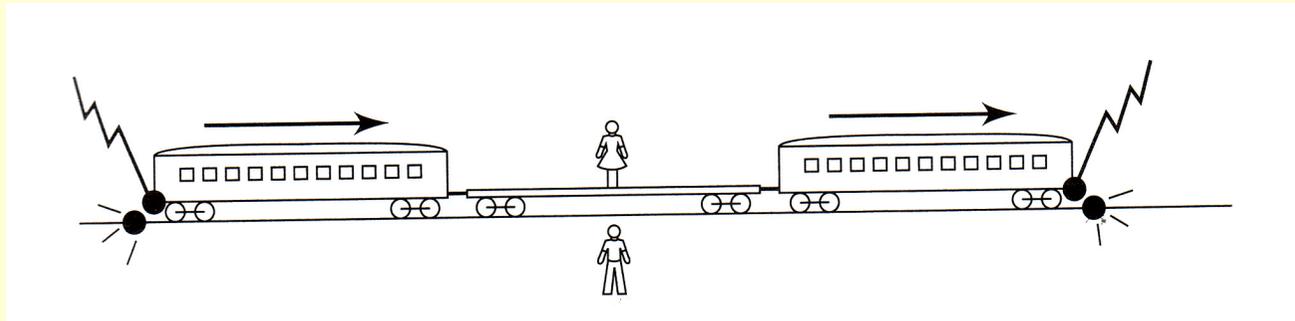
LA RELATIVITA' DELLA SIMULTANEITA'



Invarianza della velocità della luce

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

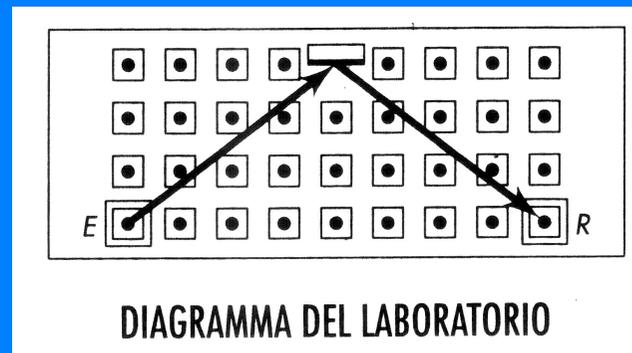
DALLA RELATIVITA' DELLA SIMULTANEITA' ALLA CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE



La separazione spaziale tra gli estremi del treno misurata in un riferimento in cui esso è in moto è **minore** di quella misurata nel riferimento in cui è fermo

Le dimensioni trasversali rispetto alla direzione del moto sono invarianti

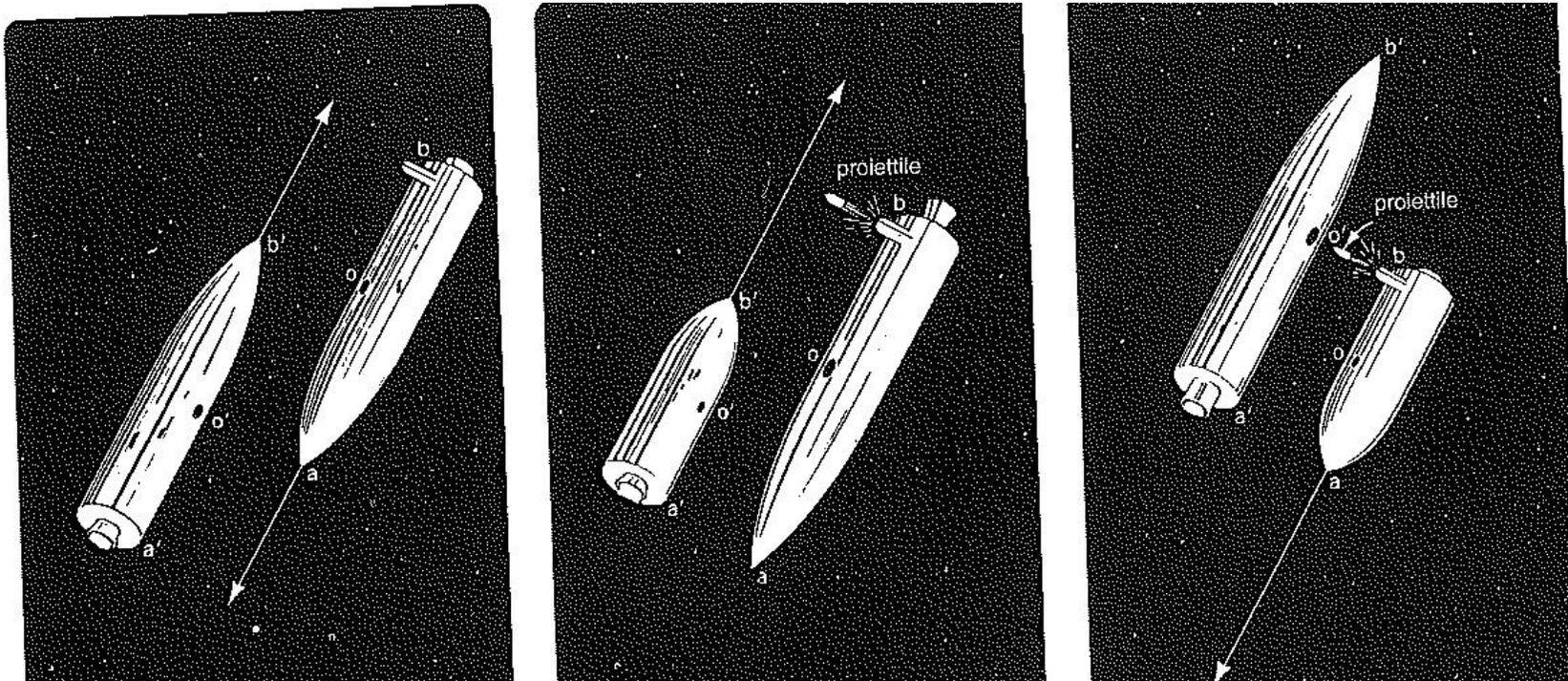
L' INVARIANZA DELL' INTERVALLO: UNA DIMOSTRAZIONE



La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

Colpirà o non colpirà?

Molti paradossi sono basati sulla relatività della simultaneità



La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

Il problema dei vulcani

Due vulcani, chiamati **Rainier** e **Hood**, distano tra loro 300 km (nel sistema di riferimento in cui sono a riposo).

Essi eruttano simultaneamente nel sistema di riferimento di un vulcanologo che è fermo in un laboratorio posto a metà strada tra i due vulcani.

Un razzo, in volo con velocità costante pari a 0.8 volte la velocità della luce dal vulcano Rainier al vulcano Hood, si trova esattamente sopra a Rainier nel momento in cui questo erutta.

Definiamo **Evento1**
Evento 2

l' eruzione del vulcano Rainier
l' eruzione del vulcano Hood.

Domanda:

Nel sistema di riferimento del razzo, l' **Evento 1** avviene *prima, dopo o contemporaneamente* all' **Evento 2**?

Spiega la tua risposta.

Equazioni della TRASFORMAZIONE DI COORDINATE DI LORENTZ

Uno strumento utile per:

Trovare le coordinate spaziali e temporali in diversi sistemi di riferimento inerziali

Trovare la velocità di un oggetto in diversi sistemi di riferimento Inerziali

Le equazioni possono essere ricavate dall'invarianza dell'intervallo spazio-temporale

Equazioni della TRASFORMAZIONE DI COORDINATE DI LORENTZ

*Coordinate dell'evento nel
laboratorio x, y, z, t*

*Coordinate dell'evento nel razzo
 x', y', z', t'*

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} = \gamma \mathbf{x}' + v_{\text{rel}} \gamma t' \\ t = v_{\text{rel}} \gamma \mathbf{x}' + \gamma t' \\ \mathbf{y} = \mathbf{y}' \\ \mathbf{z} = \mathbf{z}' \end{array} \right. \quad \gamma = 1/(1 - v_{\text{rel}}^2)^{1/2}$$

$$\mathbf{v} = (\mathbf{v}' + v_{\text{rel}})/(1 + \mathbf{v}' \cdot v_{\text{rel}})$$

Non si può superare la velocità della luce nel vuoto

Equazioni della TRASFORMAZIONE DI COORDINATE DI GALILEI

*Coordinate nel
laboratorio*

*Coordinate nel
razzo*

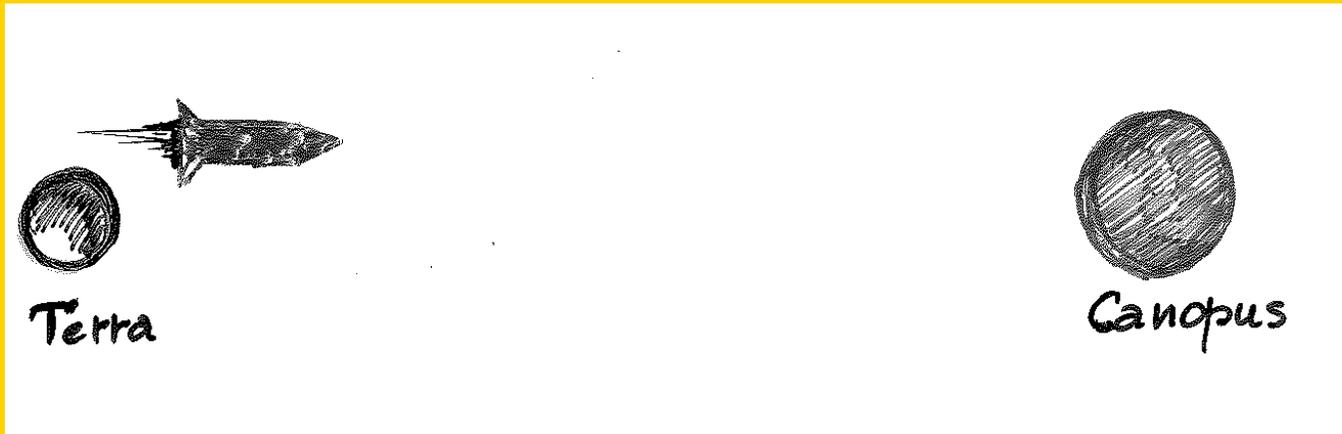
$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} = \mathbf{v}_{\text{rel}} \mathbf{t}' \\ \mathbf{t} = \mathbf{t}' \\ \mathbf{y} = \mathbf{y}' \\ \mathbf{z} = \mathbf{z}' \end{array} \right.$$

$$\mathbf{v} = (\mathbf{v}' + \mathbf{v}_{\text{rel}})$$

Non esiste una velocità limite

VIAGGIO DI ANDATA E RITORNO A CANOPO: MISSIONE POSSIBILE?

E' possibile progettare un viaggio di andata e ritorno a Canopus, stella che dista dalla Terra 99 anni luce, pensando di poterlo realizzare nel corso di una vita?



- **Invarianza dell' intervallo spaziotemporale**

- **Relatività della simultaneità**



- **Cosa cambia e cosa è invariante**

- **Il paradosso dei gemelli**

- **Le prove sperimentali:**

- Esperimento di Pound e Rebka (*Physical Review Letters* 1960)

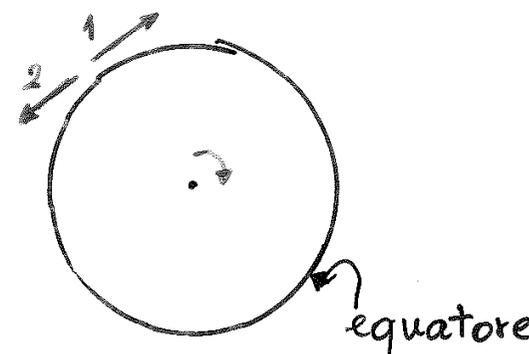
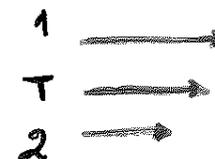
- Esperimento di Hafele e Keating (*Science* 1972)

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

Around-the-World Atomic Clocks: Predicted Relativistic Time Gains

J. C. Hafele, R. E. Keating, *Science* 14 1972, Vol. 177 no. 4044 pp. 66-168

During October 1971, four cesium beam atomic clocks were flown on regularly scheduled commercial jet flights around the world twice, once eastward and once westward, to test Einstein's theory of relativity with macroscopic clocks. From the actual flight paths of each trip, the theory predicts that the flying clocks, compared with reference clocks at the U.S. Naval Observatory, should have lost 40 ± 23 nanoseconds during the eastward trip, and should have gained 275 ± 21 nanoseconds during the westward trip. The observed time differences are presented in the report that follows this one.



Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains

J. C. Hafele, R. E. Keating

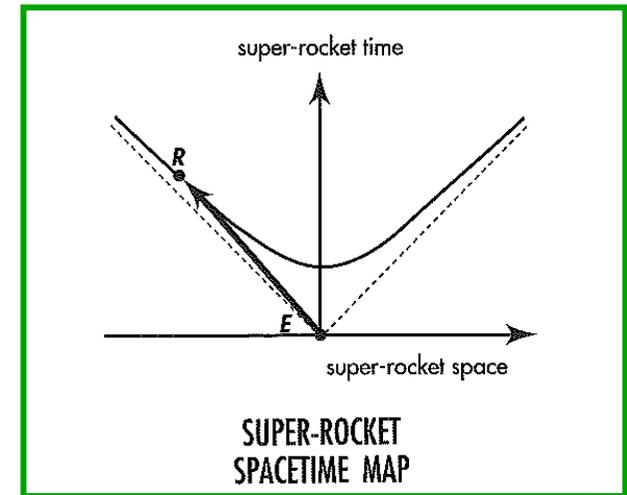
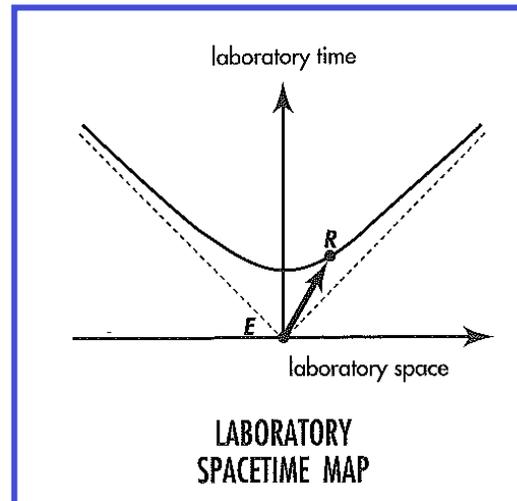
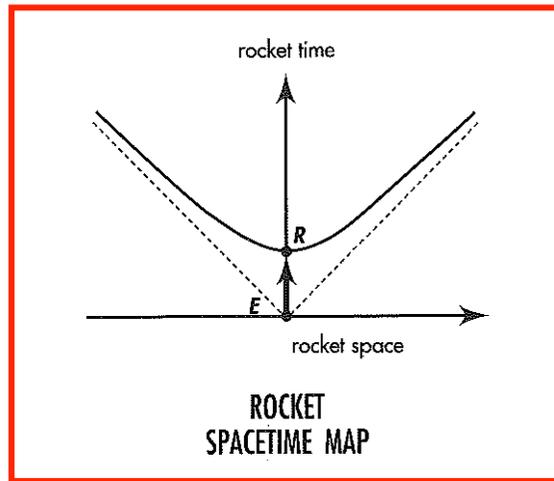
Science 14 1972, Vol. 177 no. 4044 pp. 168-170

Four cesium beam clocks flown around the world on commercial jet flights during October 1971, once eastward and once westward, recorded directionally dependent time differences which are in good agreement with predictions of conventional relativity theory. Relative to the atomic time scale of the U.S. Naval Observatory, the flying clocks lost 59 ± 10 nanoseconds during the eastward trip and gained 273 ± 7 nanoseconds during the westward trip, where the errors are the corresponding standard deviations. These results provide an unambiguous empirical resolution of the famous clock "paradox" with macroscopic clocks.

Predicted relativistic time differences (ns)

	Direction	
Effect	East	West
Gravitational	144 ± 14	179 ± 18
Kinematic	-184 ± 18	96 ± 10
Net	-40 ± 23	275 ± 21

MAPPE SPAZIO-TEMPORALI E LINEE D'UNIVERSO



$$I^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$$

IPERBOLE INVARIANTE

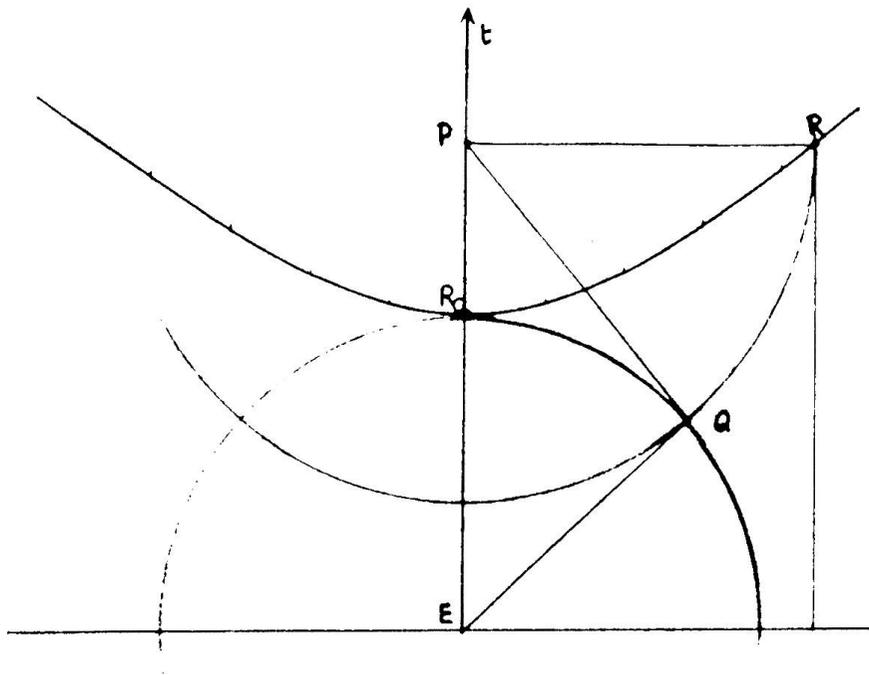
La riflessione di uno studente

Consideriamo due eventi E ed R:
E è preso come evento di riferimento, cioè come origine comune a sistemi di riferimento inerziali che si sovrappongono in corrispondenza a questo evento.
Sappiamo che l'intervallo spaziotemporale tra E ed R è invariante.
Questa invarianza può essere espressa graficamente.

Nel riferimento in cui E ed R hanno la stessa coordinata spaziale, la separazione spaziale è uguale al tempo proprio τ , quindi $\Delta t = \tau = I$

Possiamo disegnare l'iperbole invariante per l'evento R, il cerchio γ (centro in E e raggio I) e il cerchio γ' (centro in P, raggio PR);

γ e γ' hanno un'intersezione in Q (perché PR è minore di PE).



Sappiamo che $PQ = PR = x_R$ e che $P_E = t_R$

Poiché R è sull'iperbole $t_R^2 - x_R^2 = I^2$,

ovvero $t_R^2 = x_R^2 + I^2$

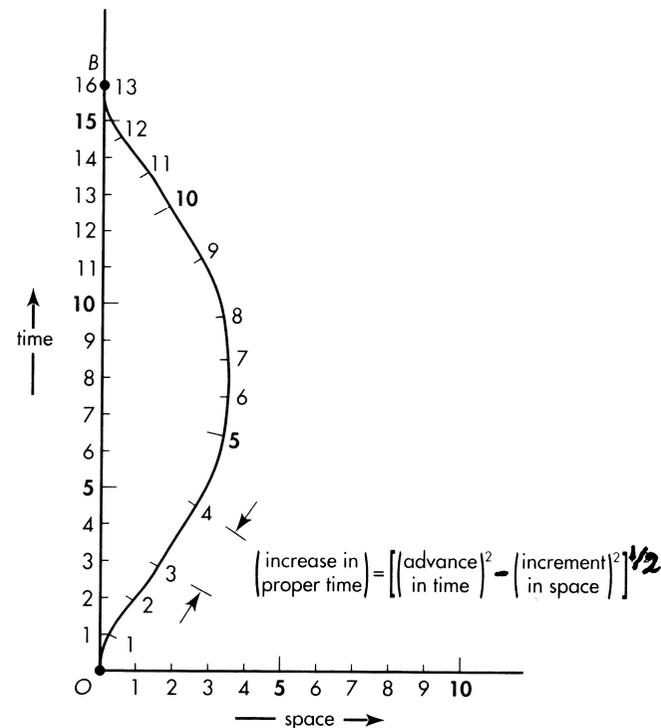
Che esprime il teorema di Pitagora per il triangolo PQE.

Questa rappresentazione consente di visualizzare l'intervallo invariante ricorrendo al teorema di Pitagora.

MAPPE SPAZIO-TEMPORALI E LINEE D'UNIVERSO

Le mappe spazio-temporali sono un utile strumento di rappresentazione degli eventi nello spazio-tempo.

La concatenazione degli eventi relativi a una particella può essere visualizzata mediante una **linea d'universo** in un dato sistema di riferimento.



La **misura** della lunghezza delle linee d'universo diventa il criterio guida per **confrontare storie diverse** che si sviluppano tra una stessa coppia di eventi.

MAPPE SPAZIO-TEMPORALI E LINEE D'UNIVERSO

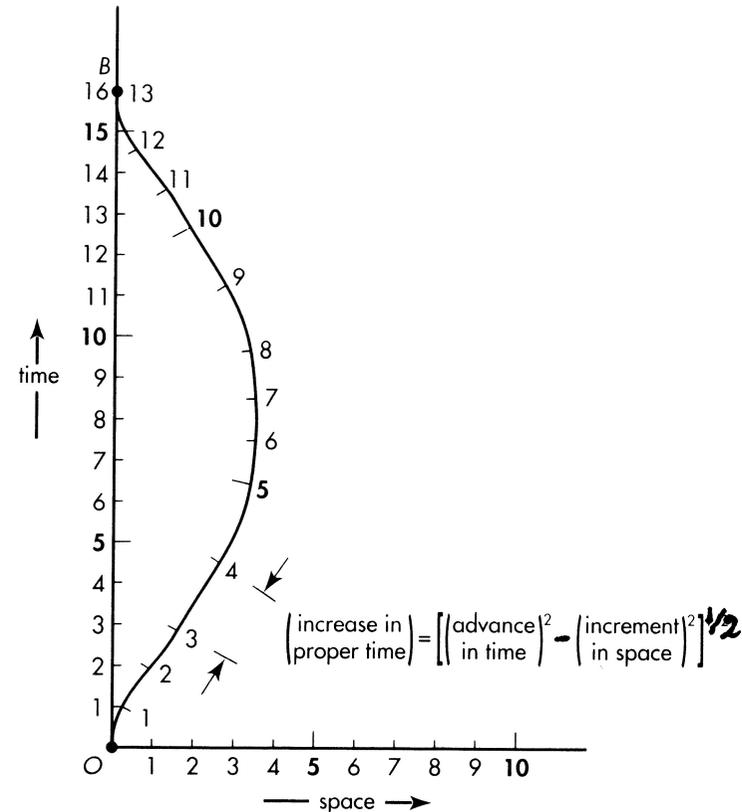
Come si misura la lunghezza di una linea nello SPAZIOTEMPO?

Si usa la “metrica” della geometria di Lorentz

$$\tau = (\Delta t^2 - \Delta x^2)^{1/2}$$

Principio del massimo invecchiamento:

Tra due dati eventi una particella libera segue la linea d'universo del massimo invecchiamento



misura della lunghezza di una linea di universo con “l’orologio da polso”

TERRA-CANOPO-TERRA: E' POSSIBILE !!!

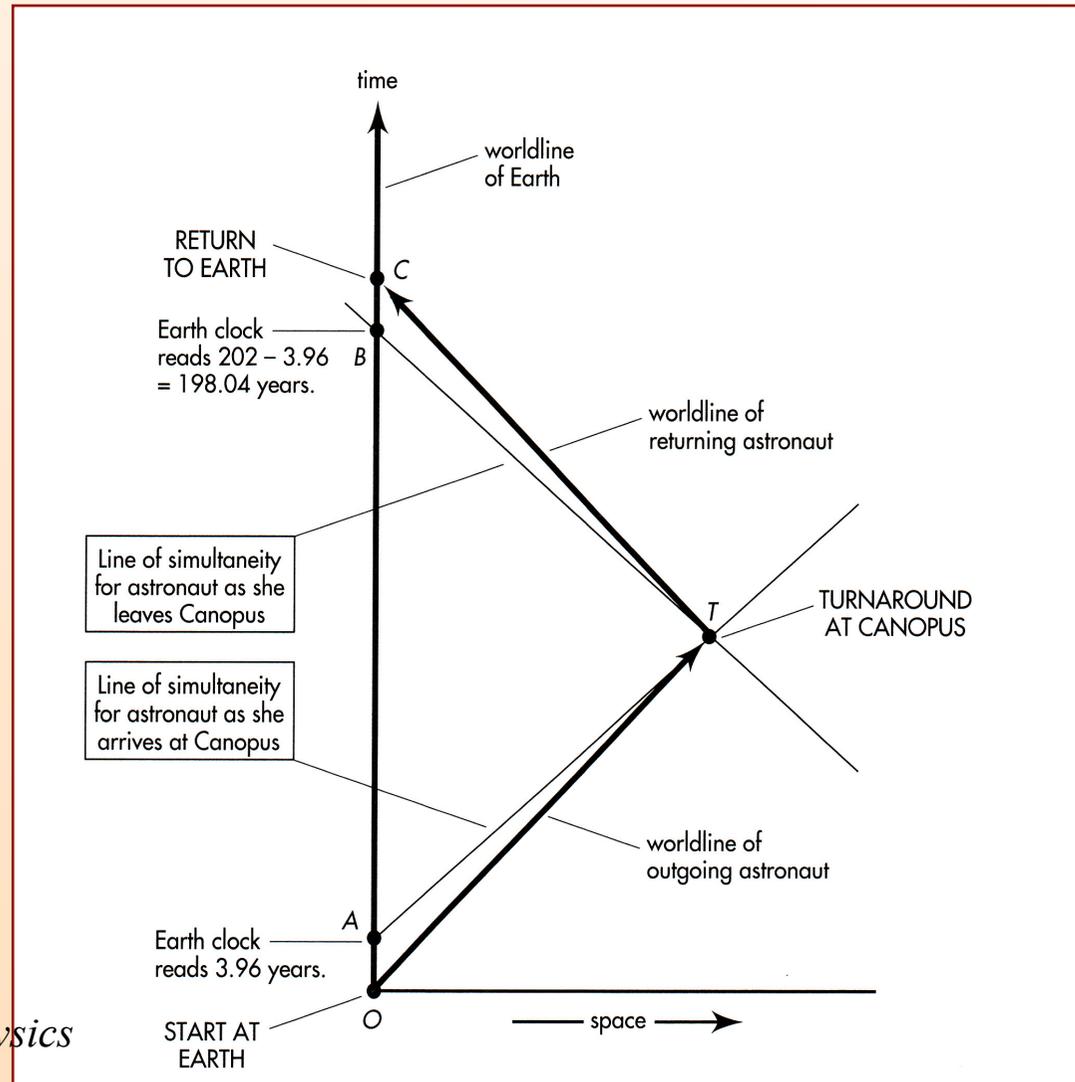
Mappe dello spaziotempo

$$\tau = (\Delta t^2 - \Delta x^2)^{1/2}$$

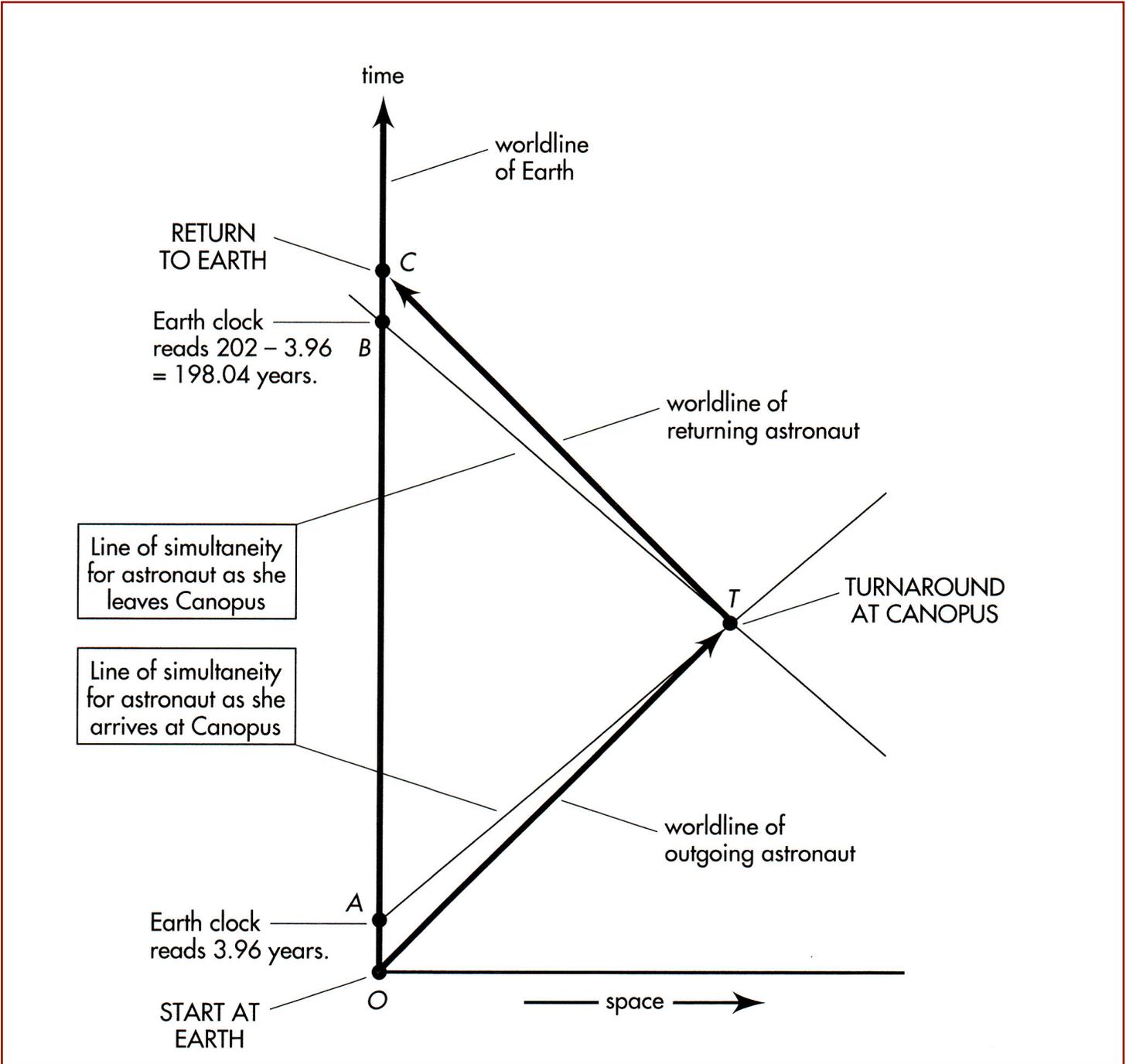
benché non si possa superare la velocità della luce, si può andare lontano quanto si vuole in un tempo breve quanto si vuole nel proprio riferimento

OTC ha lunghezza minore di OC

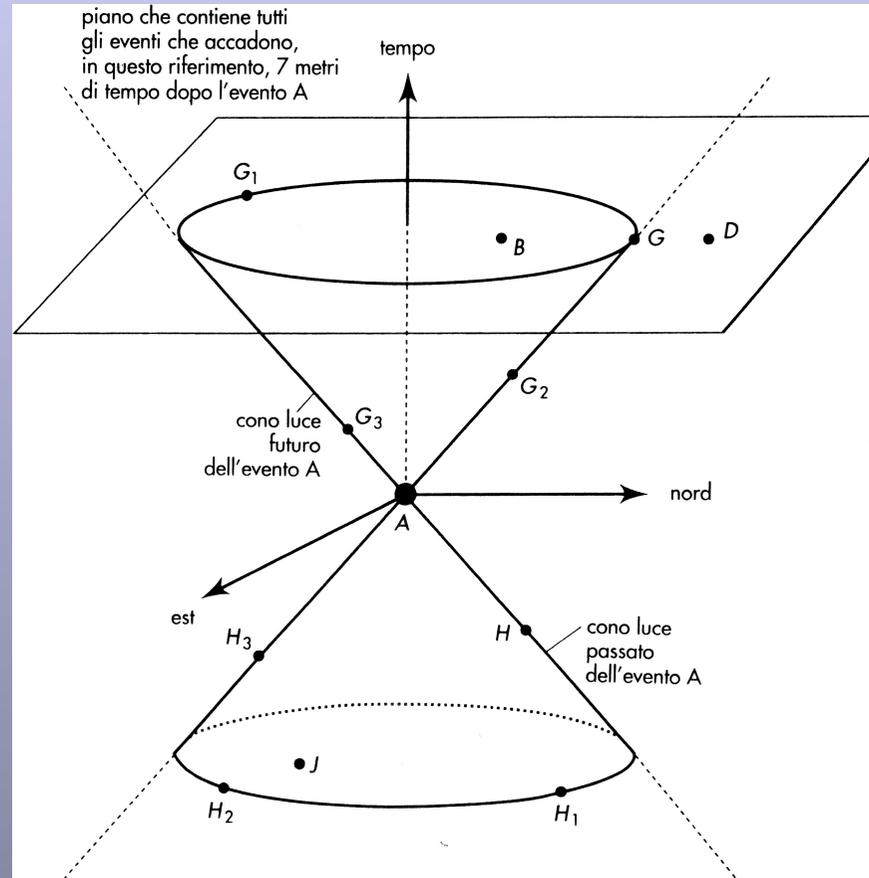
Rif. E.Lowry, *American Journal of Physics*
31, pag. 59, 1963
Esercizio 5.8



La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014



IL CONO LUCE COME PARTIZIONE NELLO SPAZIO-TEMPO



La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

LA DINAMICA RELATIVISTICA

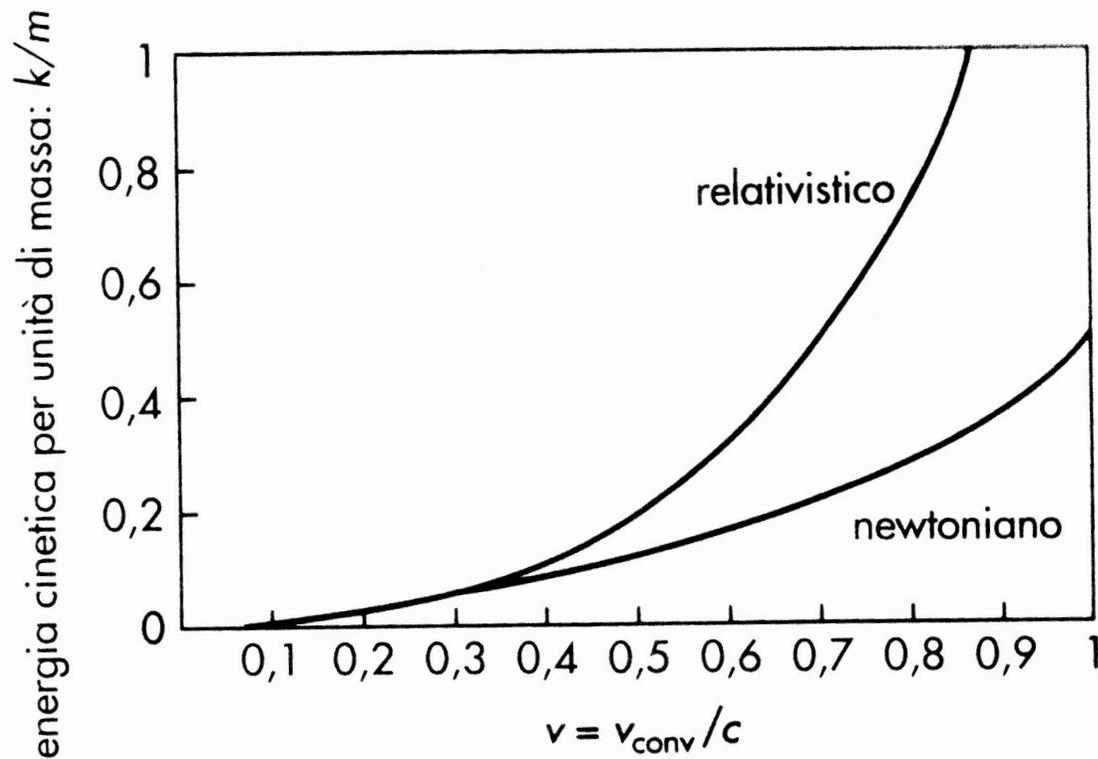
L'impostazione geometrica basata sulla definizione dell'intervallo invariante come metrica nella geometria di Lorentz porta a delineare un **nuovo approccio alla dinamica relativistica**.

Partendo dal “quadrintervallo” invariante, vengono ridefinite le grandezze quantità di moto ed energia, legate tra loro e alla massa sia dai vincoli posti dalla geometria dello spazio-tempo, sia dalle regole di invarianza e conservazione a cui le grandezze fisiche in gioco devono soddisfare.

Si definisce un **nuovo quadrivettore: il MomentoEnergia o Enermoto**

Da qui deriva un sostanziale mutamento nella interpretazione delle grandezze dinamiche e delle loro relazioni.

LA DINAMICA RELATIVISTICA



La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

LA DINAMICA RELATIVISTICA

Quantità di moto energia e massa → MomentoEnergia

$$\text{MomentoEnergia} = \text{massa} \times \frac{d\vec{s}}{d\tau}$$

Invariante

La **quantità di moto** di una particella è ridefinita utilizzando il tempo proprio della particella per scandirne il moto

$$\mathbf{p}_x = m \, d\mathbf{x}/d\tau$$

La **massa** m è la massa

L'**energia** è la componente temporale del vettore, di cui la quantità di moto costituisce la componente spaziale.

$$E = m \, dt/d\tau$$

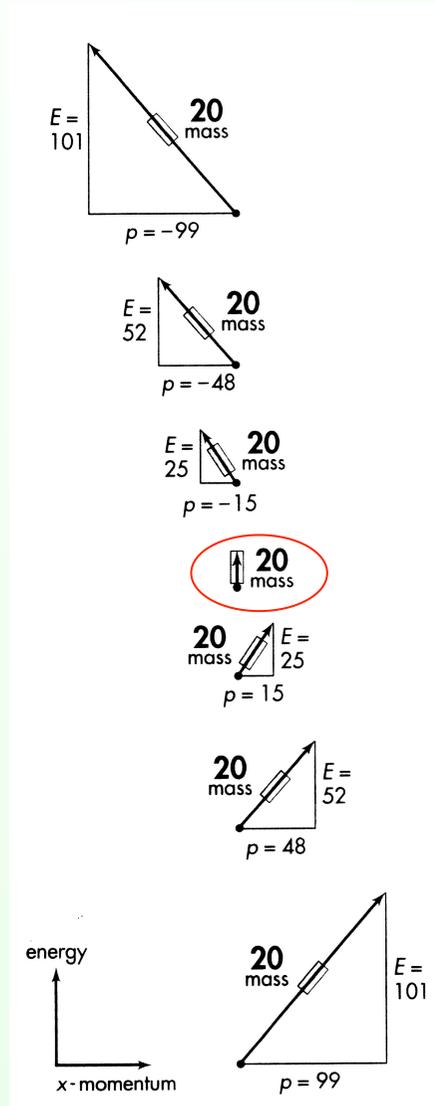
Se dt e dx hanno la stessa unità di misura, anche p , E e m hanno la stessa unità di misura!

"it is the momentum with which you travel from past to future while sitting still" (Jon Ogborne)

$$E^2 - p^2 = m^2$$

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

LA DINAMICA RELATIVISTICA



Quantità di moto, energia, e massa → un unico quadrivettore

$$E^2 - p^2 = m^2$$

$$p_x = m \, dx/d\tau = m v_x \gamma$$

Essendo $dt/d\tau = \gamma$

$$E = m \, dt/d\tau = m \gamma$$

Se $v = 0$

$E = m$ energia a riposo

Nelle unità convenzionali

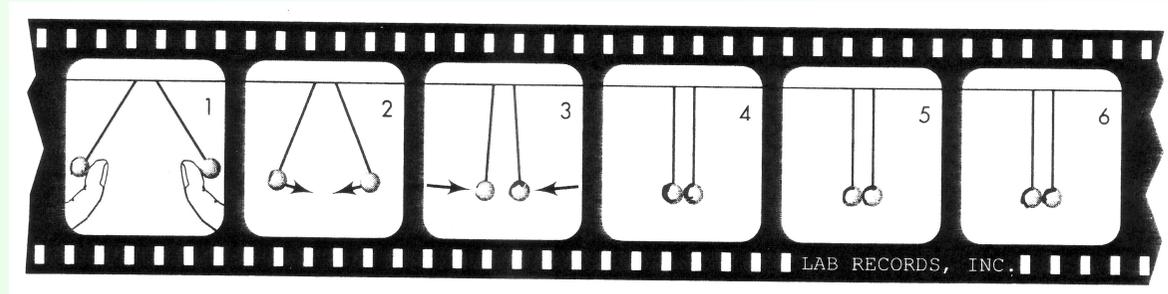
$$E = mc^2$$

In generale $E = m + K$

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

LA MASSA DI UN SISTEMA DI PARTICELLE

Un urto anelastico



$$E_{\text{ sistema }} = 2m + 2K$$

Prima dell' urto

$$E_{\text{ sistema }} = M_{\text{ sistema }}$$

Dopo l' urto

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL' ENERGIA



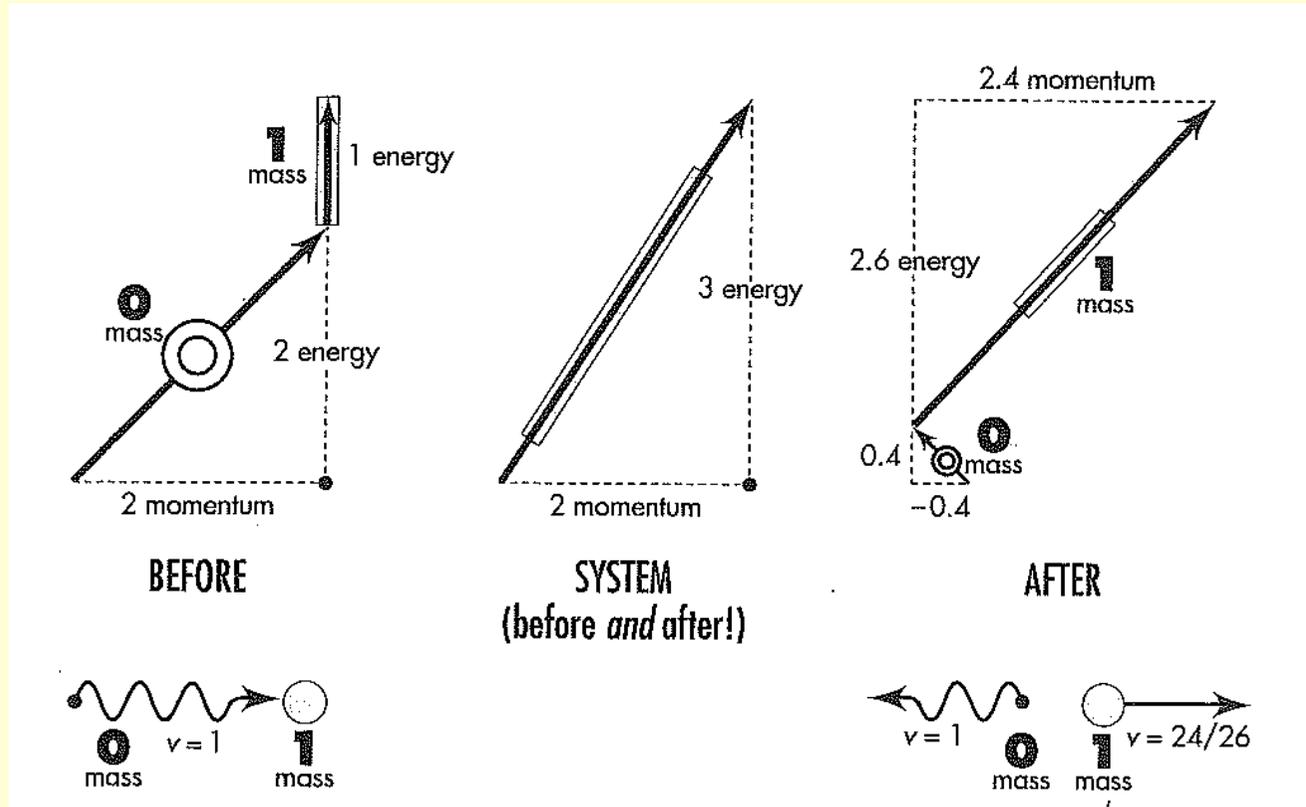
$$M_{\text{ sistema }} = 2m + 2K$$

In un sistema di particelle che possiede energia interna
la massa del sistema è maggiore della somma delle masse

La massa è invariante e non è additiva

INTERAZIONE COMPTON

Il fotone: energia senza massa $E^2 = p^2$

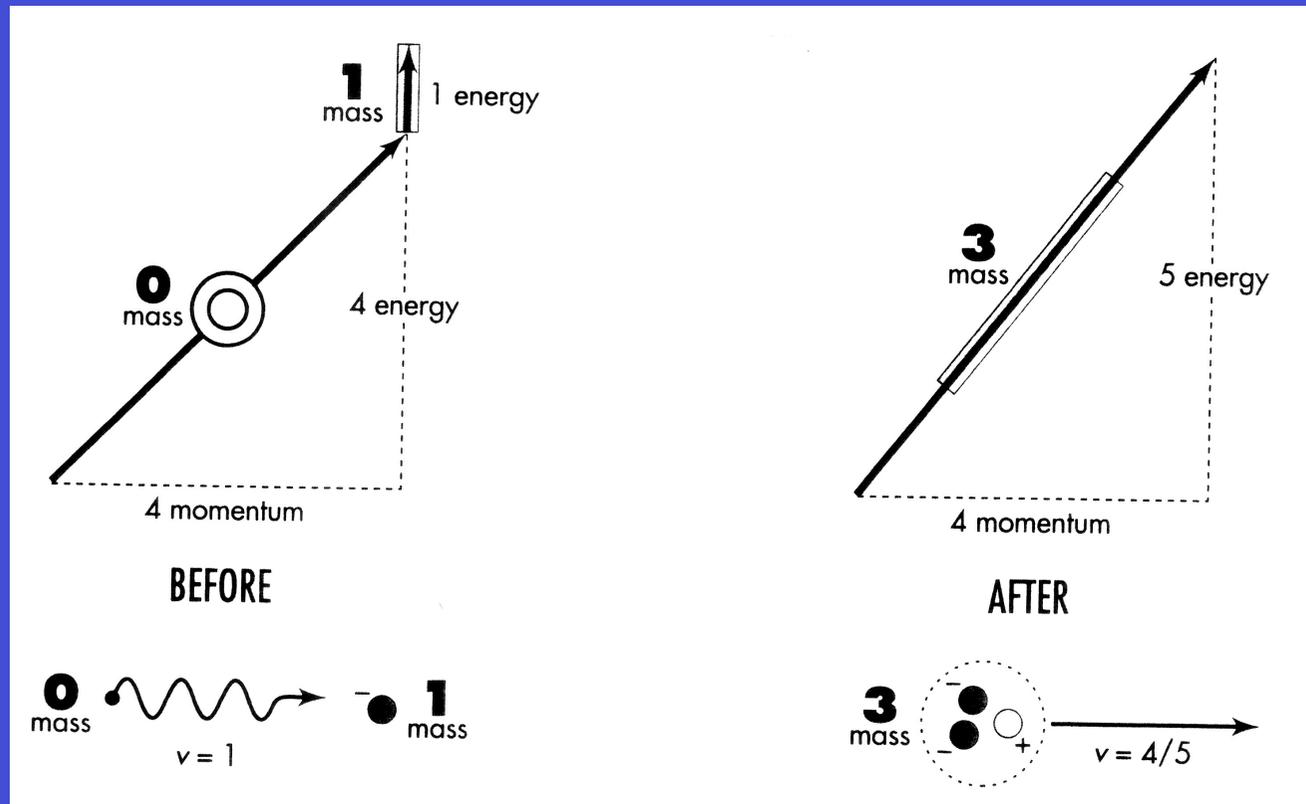


massa dell' elettrone = $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0,511 \text{ MeV}$

La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

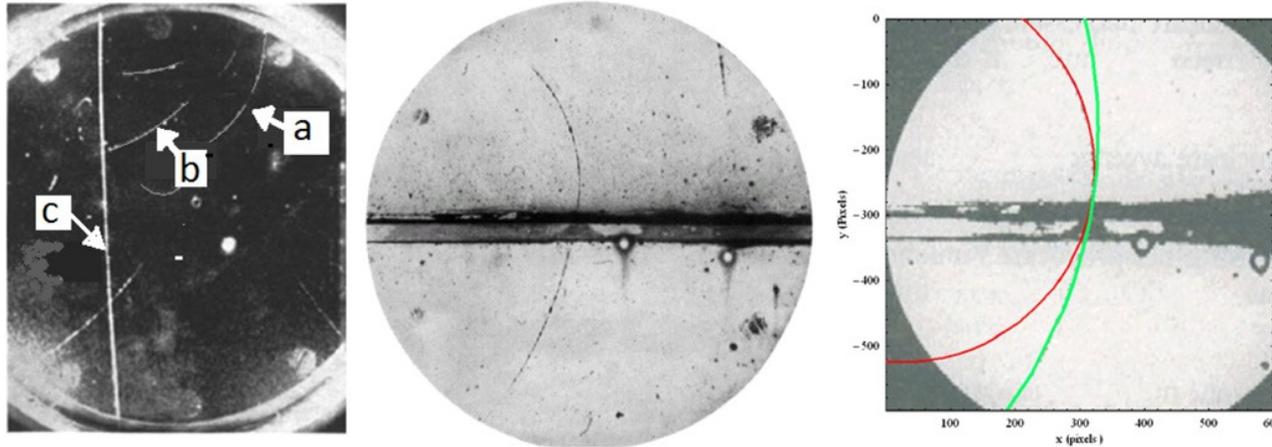
CREAZIONE DI PARTICELLE

$$M^2 = E^2 - P^2$$



La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

Esperimento di Anderson

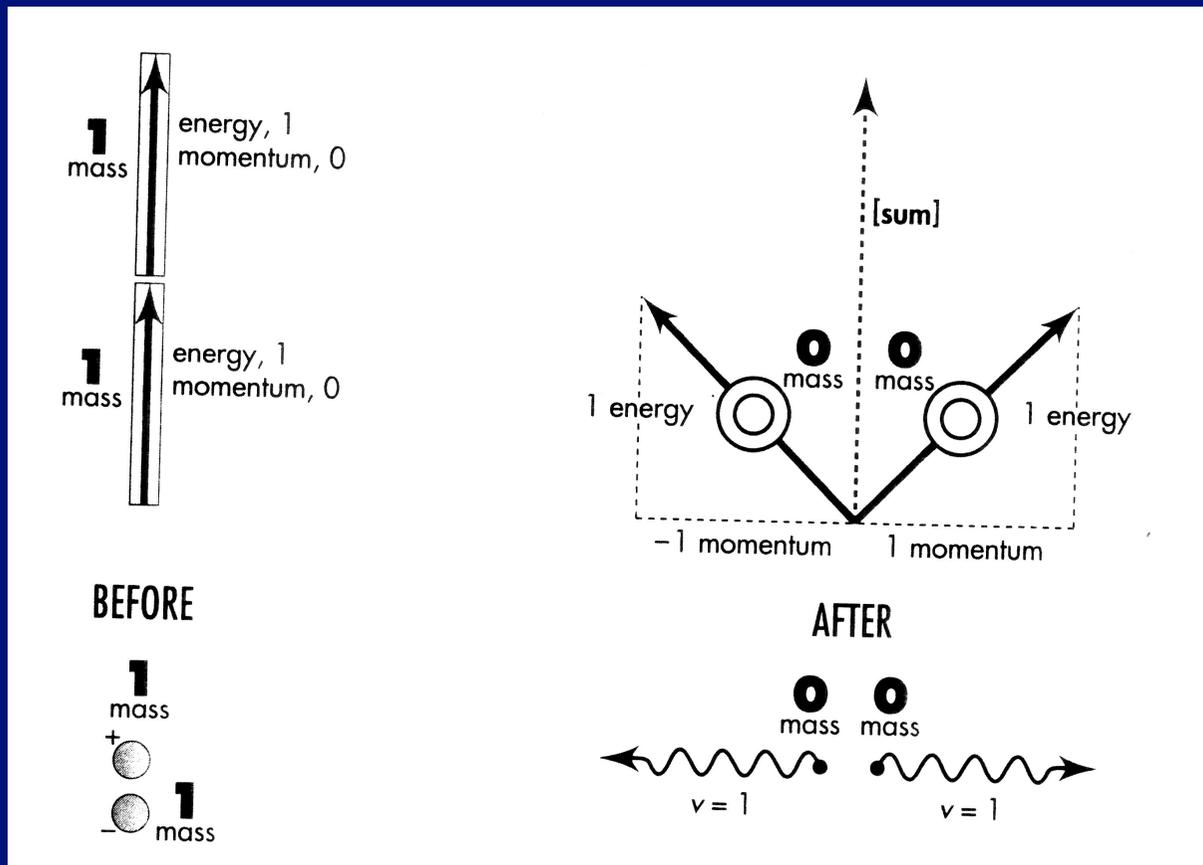


Cloud chamber photograph by C D Anderson of the first positron ever identified: This particle was discovered in 1933 when Anderson allowed cosmic rays to pass through a cloud chamber and a lead plate.

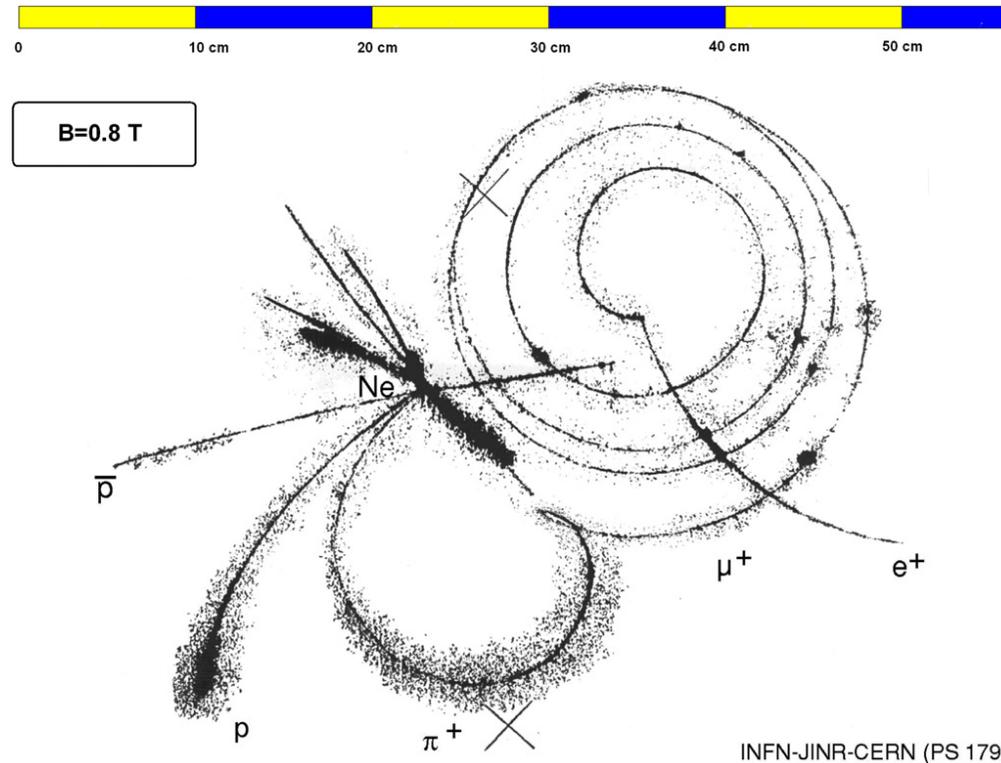
La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

ANNICHILAZIONE DI PARTICELLE

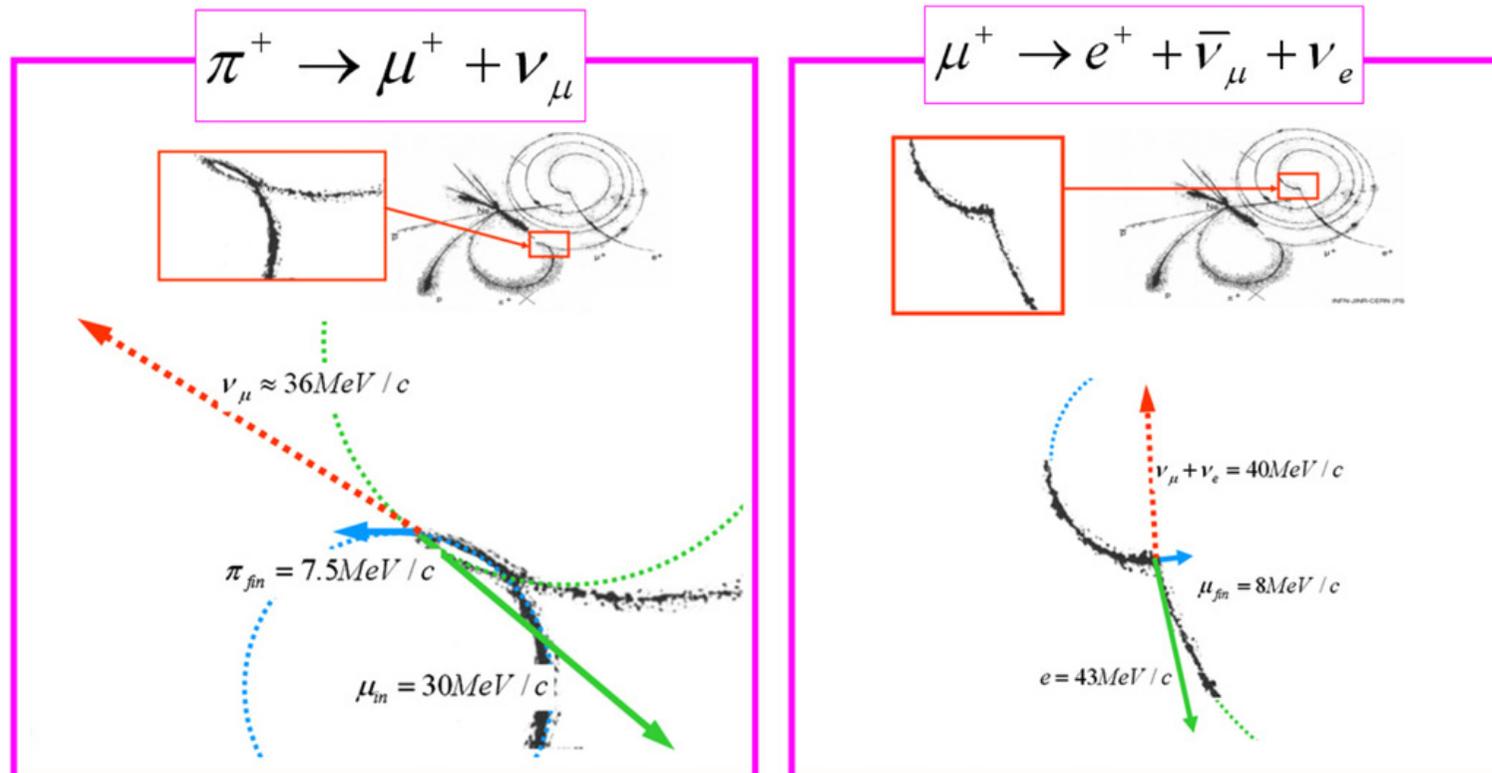
$$M^2 = E^2 - P^2$$



The streamer chamber photo of a pion–muon–electron (pi–mu–e) decay chain resulting from antiproton annihilation.



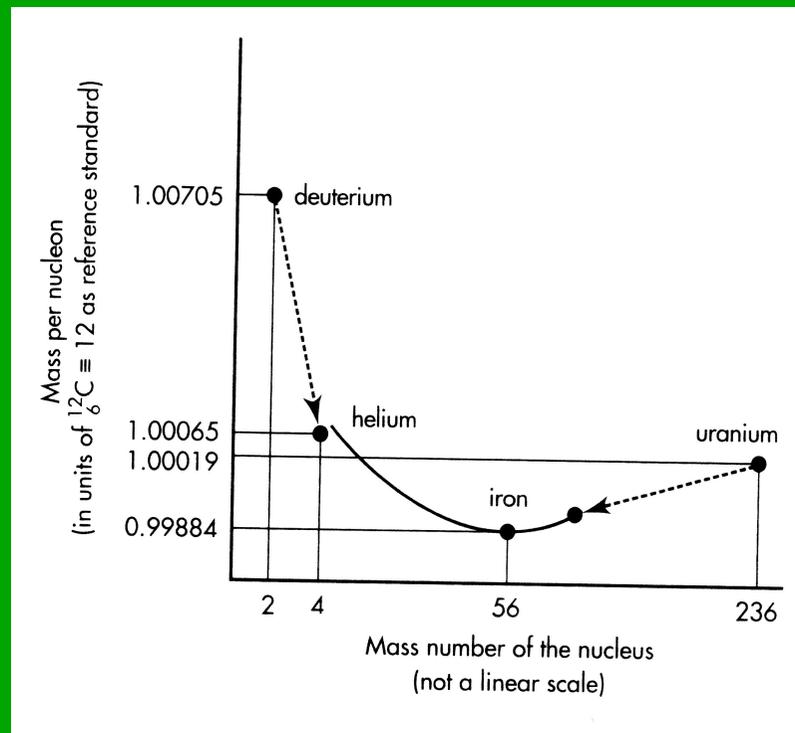
The antiproton enters from the bottom and annihilates with a proton in neon gas filling the chamber; their energy materialises as three nuclear fragments (thick tracks) and several positive and negative pions (less dense tracks).



At each decay the tracks changed direction sharply, indicating simultaneous emission of unseen neutral particles. The π decay (left) and the μ decay (right) with the draw of the momenta.

FISSIONE E FUSIONE

$$M^2 = E^2 - p^2$$



La proposta di Taylor&Wheeler-AIF 2014

Esempi di argomenti ripresi nei problemi

- Esperimento di Michelson-Morley e di Kennedy-Thorndike, *American Journal of Science*, V. 134, 1887 e *Physical Review*, V. 42, 1932 (problemi 3.12 e 3.13)
- Dimostrazione per l'espressione relativistica del modulo della quantità di moto $\mathbf{p} = m \mathbf{dr}/d\tau$ (problema 7.12)
- Effetto Doppler e red shift della luce proveniente da un oggetto che si allontana (problema L.5 e riferimento ad articoli di *Astronomical Journal*, Vol.102, 1991)
- Red shift gravitazionale (problema 8.6)
- Diffusione Compton (problemi 8.29 – 8.32)
- Test della Relatività (problema 8.33 – 8.39)