

# **Una legge fondamentale della fisica nei libri di testo della scuola secondaria di 2° grado: il caso della legge di Coulomb e il ruolo della Storia della Scienza**

Pavia, 06 dicembre 2017  
Corso AIF – Sezione di Pavia  
Lucio Fregonese  
Università di Pavia  
Dipartimento di Fisica  
lucio.fregonese@unipv.it

# Breve richiamo sulla legge di Coulomb

## LA LEGGE DI COULOMB STABILISCE:

che tra due cariche elettriche **PUNTIFORMI** (condizione spesso dimenticata anche dai laureati in materie scientifiche) si stabilisce una forza di interazione mutua (principio di azione e reazione):

- 1) direttamente proporzionale al prodotto algebrico delle cariche,
- 2) diretta lungo la retta che congiunge le cariche,
- 3) attrattiva o repulsiva a seconda del valore rispettivamente negativo o positivo del prodotto algebrico delle cariche,
- 4) inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

## Compendiata in formula

$$\vec{f} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{12}$$

- $k$  = costante di proporzionalità dipendente dal sistema di unità di misura
- $q_1$  e  $q_2$  = le due cariche puntiformi
- $r$  = distanza tra  $q_1$  e  $q_2$
- $\vec{e}_{12}$  = versore unitario lungo la retta che congiunge  $q_1$  e  $q_2$

# È una legge fisica **fondamentale**

1) L'interazione tra distribuzioni di carica si ottiene sommando vettorialmente le interazioni coulombiane elementari (principio di sovrapposizione),

2) può quindi essere considerata la base dell'elettrostatica, cioè di una parte consistente della fisica classica.

## Ben oltre l'elettrostatica ...

Adottando il principio di relatività di Einstein (trasformazioni di Lorentz), l'interazione coulombiana tra cariche in movimento subisce variazioni che corrispondono alle azioni magnetiche ed elettrodinamiche tra cariche elettriche in movimento.

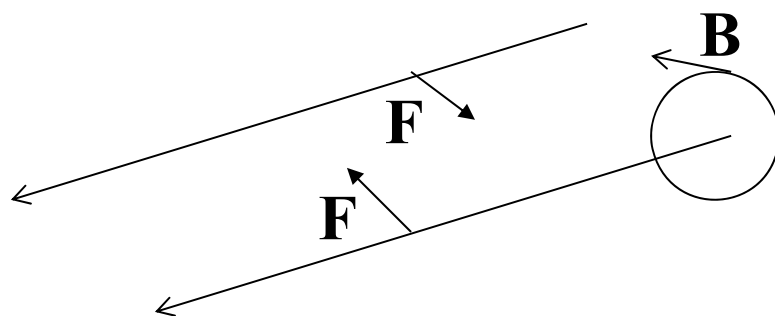
Quindi magnetismo ed elettrodinamica derivabili dalla legge di Coulomb (in condizioni stazionarie, cioè senza variazioni nel tempo in ciò che segue)!

(Richard Feynman, *La fisica di Feynman*, vol. II, parte 1, "Cosa sono i campi", p. 1-15).

# Richiami di elettromagnetismo ed elettrodinamica

Un filo conduttore percorso da una corrente continua costante (elettroni in movimento) dà origine intorno a sé a un campo magnetico (linee di forza circolari, centrate sul filo),

Due fili conduttori paralleli percorsi da corrente continua costante (elettroni in movimento) si attraggono.



**B** campo magnetico  
**F** forze di attrazione

# Magnetismo e azioni elettrodinamiche come correzioni relativistiche alla legge di coulomb

Situazione statica (corrente nulla): elettroni e cariche positive del reticolo metallico agiscono con forza di Coulomb pura, ma non si hanno interazioni per il perfetto bilanciamento tra tutte le cariche positive e negative.

Situazione dinamica: (elettroni in movimento) agiscono le forze di Coulomb con correzione relativistica,

Non c'è più un bilanciamento perfetto tra le forze coulombiane e la differenza rispetto alla legge di Coulomb statica corrisponde al magnetismo e all'attrazione elettrodinamica tra le correnti.

# Ben oltre l'elettrostatica ...

$$\text{LEGGE DI COULOMB + RELATIVITÀ RISTRETTA} \\ = \\ \text{ELETTROSTATICA + ELETTRODINAMICA.}$$

Questa è un'importante estensione della legge di Coulomb che:

- 1) Sottolinea il suo **carattere fondamentale**,
- 2) Non la confina, come spesso accade, all'**elettrostatica fatta con le pelli di gatto ...**



## La distinzione di Thomas Kuhn: “Scienza normale” e “Scienza straordinaria”

- Con riferimento allo sviluppo storico della scienza, Thomas Kuhn (1922-1996) ha introdotto le categorie di Scienza normale e Scienza straordinaria
- La Scienza straordinaria è la scienza di frontiera ancora soggetta a dibattito e non ancora stabilizzata e generalmente accettata dalla comunità scientifica.
- La Scienza normale è invece quella stabilizzata e generalmente accettata dalla comunità scientifica.
- La Scienza normale viene codificata nei manuali e libri di testo per essere trasmessa alla successiva generazione di scienziati e studenti.
- La **legge di Coulomb rientra nella Scienza normale** e rientra in particolare **nei programmi della scuola secondaria superiore**.

# La legge di Coulomb fa parte della “Scienza normale”

- La legge di Coulomb rientra nella Scienza normale e rientra in particolare nei programmi della scuola secondaria superiore.
- Ciò non impedisce di riaprire il dibattito da prospettive differenti, come è più volte successo per la legge di Coulomb in relazione, ad esempio, agli sviluppi dell'elettrodinamica quantistica.
- Ma questi sono capitoli più avanzati e in questa sede ci restringiamo alla legge di Coulomb in ambito classico.
- In particolare, **i libri di testo per la scuola secondaria superiore dovrebbero essere in grado di trasferire la legge di Coulomb in modo chiaro e in accordo con la sua normalizzazione scientifica oggi.**

# Indicazioni Nazionali per i percorsi liceali

*Ministero dell'istruzione, dell'università e della ricerca*

Schema di regolamento recante “Indicazioni nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento concernenti le attività e gli insegnamenti compresi nei piani degli studi previsti per i percorsi liceali di cui all’articolo 10, comma 3, del decreto del Presidente della Repubblica 15 marzo 2010, n. 89, in relazione all’articolo 2, commi 1 e 3, del medesimo regolamento.”

# I Licei con i vari Indirizzi e Opzioni

- Liceo Artistico
  - Indirizzo Arti Figurative (p. 11)
  - Indirizzo Architettura e Ambiente (p. 43)
  - Indirizzo Design (p. 73)
  - Indirizzo Audiovisivo e Multimediale (p. 103)
  - Indirizzo Grafica (p. 133)
  - Indirizzo Scenografia (p. 163)
- Liceo Classico
  - Indirizzo unico (p. 194, 225: per errore 2 Allegati C)
- Liceo Linguistico
  - Indirizzo unico (p. 255)
- Liceo Musicale e Coreutico
  - Indirizzo unico (p. 284)
- Liceo Scientifico
  - Opzione “standard” (p. 324)
  - Opzione delle Scienze Applicate (p. 353)
- Liceo delle Scienze Umane
  - Opzione “standard” (p. 383)
  - Opzione Economico-Sociale (p. 415)

# Le stesse Indicazioni Nazionali per tutti i Licei (4° anno Licei scientifici, 5° anno per gli altri)

## SECONDO BIENNIO (p. 343, 372)

Lo studio dei **fenomeni elettrici** e magnetici permetterà allo studente di esaminare criticamente il concetto di **interazione a distanza**, già incontrato con la **legge di gravitazione universale**, la necessità del suo superamento e dell'introduzione di interazioni mediate dal campo elettrico, del quale si darà anche una descrizione in termini di energia e potenziale, e dal campo magnetico.

## QUINTO ANNO (p. 343, 372)

Lo studente completerà lo studio dell'elettromagnetismo con l'induzione magnetica e le sue applicazioni, per giungere, privilegiando gli aspetti concettuali, alla sintesi costituita dalle equazioni di Maxwell. Lo studente affronterà anche lo studio delle onde elettromagnetiche, della loro produzione e propagazione, dei loro effetti e delle loro applicazioni nelle varie bande di frequenza.

Il percorso didattico comprenderà le conoscenze sviluppate nel XX secolo relative al microcosmo e al macrocosmo, accostando le problematiche che storicamente hanno portato ai nuovi concetti di spazio e tempo, massa ed energia. L'insegnante dovrà prestare attenzione a utilizzare un formalismo matematico accessibile agli studenti, ponendo sempre in evidenza i concetti fondanti.

Lo studio della **teoria della relatività ristretta di Einstein** porterà lo studente a confrontarsi con la simultaneità degli eventi, la dilatazione dei tempi e la contrazione delle lunghezze; l'aver affrontato l'equivalenza massa-energia gli permetterà di sviluppare un'interpretazione energetica dei fenomeni nucleari (radioattività fissione, fusione).

L'affermarsi del modello del quanto di luce potrà essere introdotto attraverso lo studio della radiazione termica e dell'ipotesi di Planck (affrontati anche solo in modo qualitativo), e sarà sviluppato da un lato con lo studio dell'effetto fotoelettrico e della sua interpretazione da parte di Einstein, e dall'altro lato con la discussione delle teorie e dei risultati sperimentali che evidenziano la presenza di livelli energetici discreti nell'atomo. L'evidenza sperimentale della natura ondulatoria della materia, postulata da De Broglie, ed il principio di indeterminazione potrebbero concludere il percorso in modo significativo.

La dimensione sperimentale potrà essere ulteriormente approfondita con attività da svolgersi non solo nel laboratorio didattico della scuola, ma anche presso laboratori di Università ed enti di ricerca, aderendo anche a progetti di orientamento.

In quest'ambito, lo studente potrà approfondire tematiche di suo interesse, accostandosi alle scoperte più recenti della fisica (per esempio nel campo dell'astrofisica e della cosmologia, o nel campo della fisica delle particelle) o approfondendo i rapporti tra scienza e tecnologia (per esempio la tematica dell'energia nucleare, per acquisire i termini scientifici utili ad accostare criticamente il dibattito attuale, o dei semiconduttori, per comprendere le tecnologie più attuali anche in relazione a ricadute sul problema delle risorse energetiche, o delle micro- e nanotecnologie per lo sviluppo di nuovi materiali).

# Solo per i Licei diversi dal Liceo Scientifico

## QUINTO ANNO

[Lo studio dei **fenomeni elettrici** e magnetici permetterà allo studente di esaminare criticamente il concetto di **interazione a distanza**, già incontrato con la **legge di gravitazione universale**, la necessità del suo superamento e dell'introduzione di interazioni mediate dal campo elettrico, del quale si darà anche una descrizione in termini di energia e potenziale, e dal campo magnetico.]

...

**Alla professionalità del docente** si deve intendere affidata la responsabilità di **declinare in modo coerente** alla tipologia del Liceo in cui opera, i percorsi di cui si sono indicate le tappe concettuali essenziali.

# Quale “normalizzazione” nei libri di testo?

- L’analisi di 40 libri di testo per tutti gli ordini delle scuole secondarie superiori, pubblicati dal 1979 al 2016, rivela una situazione caotica. Si oscilla tra due estremi che possiamo esemplificare considerando due opere esterne all’insieme dei libri di testo esaminati:
- 1) La legge di Coulomb è stata determinata/normalizzata? [rimane il dubbio ...] grazie agli esperimenti **con la bilancia di torsione**,  
Emilio Segrè, *Personaggi e scoperte nella fisica classica*, 1984).
- 2) La bilancia di torsione di Coulomb presenta problemi e **bisogna ricorrere a metodi diversi**.  
Amaldi-Bizzarri-Pizzella, *Fisica Generale – Elettromagnetismo Relatività Ottica*, 1986) [Testo universitario].
- **Il secondo approccio è nettamente minoritario** nei libri di testo per la scuola secondaria superiore.

# La “normalizzazione” 1 (immaginaria)

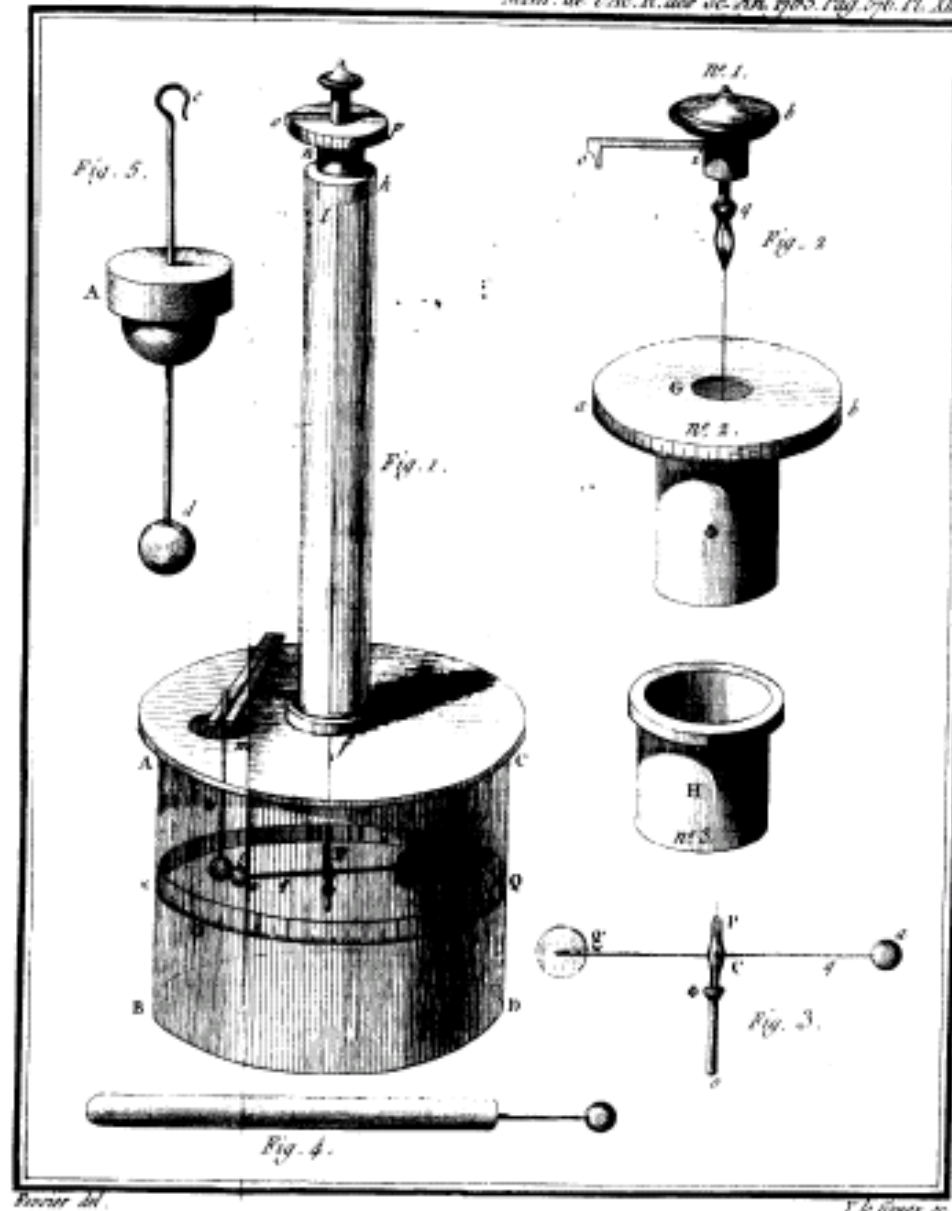
- “[Coulomb inventò e studiò la] bilancia di torsione: uno strumento di incomparabile sensibilità e versatilità. Egli se ne servì ampiamente nelle ricerche sull’elettricità e il magnetismo che culminarono nella dimostrazione della legge dell’inverso del quadrato della distanza, chiaramente enunciata in un saggio del 1788”.
- “la bilancia di torsione è uno strumento sensibile e preciso per misurare piccole forze”

Emilio Segrè, *Personaggi e scoperte nella fisica classica*, 1984.



# La bilancia di torsione di Coulomb originale (1785)

*Mém. de l'Ac. R. des Sc. An. 1785. Pag. 576. Pl. XIII.*



## La “normalizzazione” 2 (corretta)

- “L’esperienza di Coulomb ora descritta ha permesso di stabilire in modo diretto la legge di interazione fra due cariche **puntiformi**. Tuttavia si deve notare che la precisione con cui si può realizzare un esperimento di questo tipo è alquanto limitata tanto che se non avessimo alcun altro modo di verificare la esattezza di tale legge ben poca fiducia potremmo avere in essa.”
- “Il fatto che all’interno di un conduttore non vi siano cariche elettriche è una conseguenza della legge di Coulomb [...]. Il metodo sperimentale che ha permesso di stabilire con precisione via via crescente la validità della legge di Coulomb è proprio basato su questa osservazione e consiste nel cercare di stabilire l’esistenza di una carica elettrica all’interno di un conduttore.”

Amaldi-Bizzarri-Pizzella, *Fisica Generale – Elettromagnetismo Relatività Ottica*, 1986) [Testo universitario].

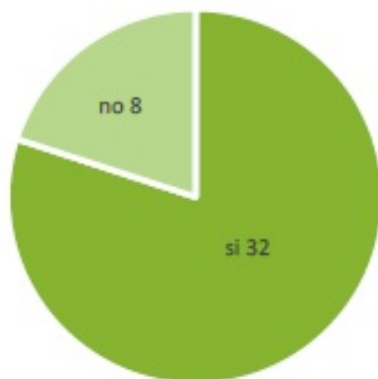
# Il potere della “normalizzazione” 1

- Nonostante gli studenti vengano a contatto con la corretta normalizzazione 2, **la normalizzazione 1 tende a prendere il sopravvento.**
- Studenti anche con una buona preparazione universitaria tendono **a perdere la normalizzazione 2 e a ricadere nella normalizzazione 1** affermando che la legge di Coulomb si stabilisce con la bilancia di torsione di Coulomb.
- Inoltre **la nozione fondamentale della puntiformità delle cariche (rimanendo in ambito classico) tende a passare in secondo piano o a essere dimenticata.**
- Il caso estremo è quello delle sferette della bilancia di torsione poste “a grande distanza” in modo tale da “poterle considerare puntiformi”.
- **Si finisce nel caos ...**

# La statistica sui libri di testo: esplicitamente o implicitamente la legge determinata con la bilancia di torsione di Coulomb

Analisi di 40 libri di testo per tutti gli ordini delle scuole secondarie superiori, pubblicati dal 1979 al 2016.

Bilancia di torsione nei 40 libri di testo



Nella maggioranza dei libri di testo (32 su 40) viene menzionata la bilancia di torsione nella presentazione didattica della legge di Coulomb.

La bilancia di torsione è uno strumento "buono"?



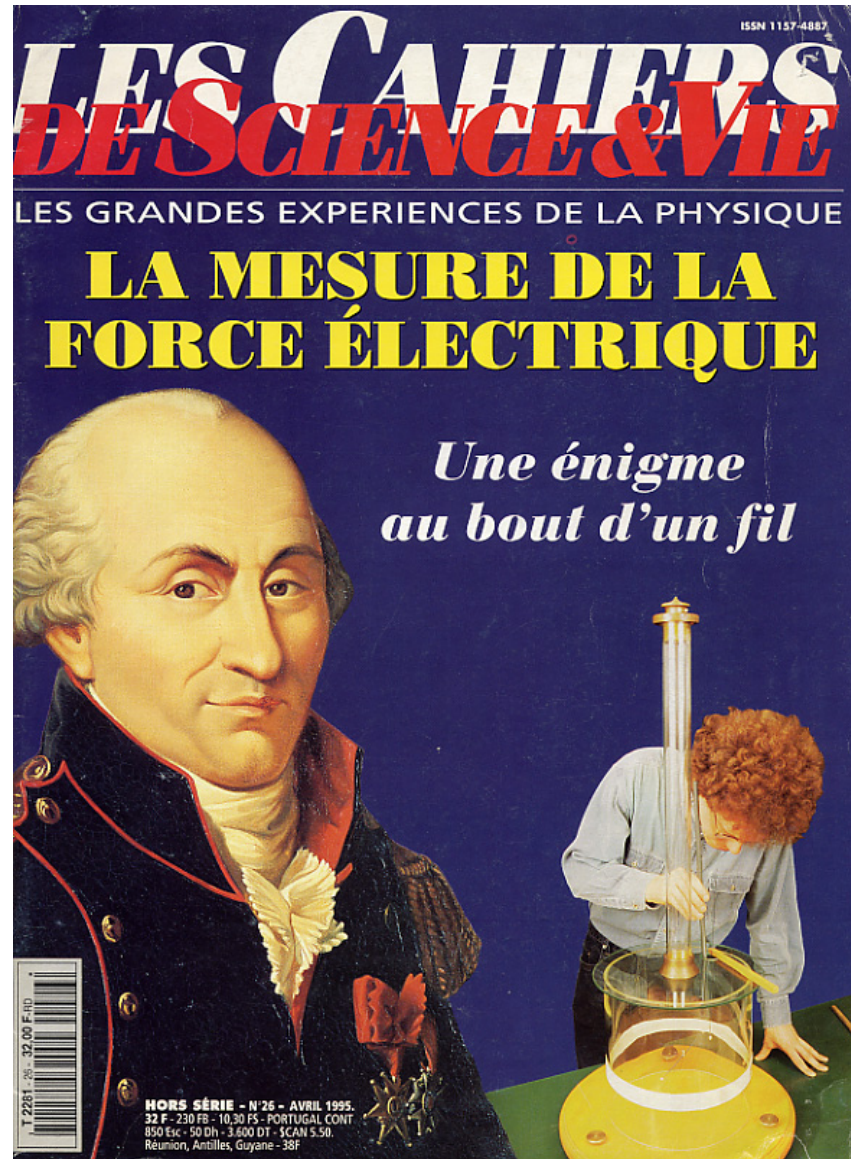
n.c.=non commentato

Sui 32 libri nei quali essa è menzionata soltanto in 3 è esplicitamente considerata uno strumento "cattivo".

# La “normalizzazione” della legge di Coulomb nei libri di testo

- Emerge una situazione molto confusa.
- La legge viene erroneamente indicata in prevalenza (29/40) come un risultato stabilito SPERIMENTALMENTE:
  - CON la bilancia di torsione "buona" (12/40)
  - CON la bilancia di torsione "UFO" (17/40)
  - NON CON la bilancia di torsione di Coulomb solo nella minoranza dei testi (3/40).

**Come è possibile, dato che la bilancia di torsione rimane oggi un “enigma appeso a un filo”**



# Le difficoltà delle recenti ricostruzioni

Tre recenti riproduzioni storiche hanno provato a chiarire le problematiche relative allo strumento. Riportiamo le conclusioni di questi tre lavori di ricerca.

Heering (1992): “It seems quite plausible that Coulomb **did not find** the inverse square law by the doubtful measurements from his torsion balance experiments but by theoretical considerations”.

Martinez (2006); “Coulomb obtained his reported numbers from experiment. His results were not unusual, **they were almost certainly typical**”.

Shech, Hatleback (2009): “We show that, despite recent claims, (1) it has so far provided **impossible to obtain the same results** reported by Coulomb in his paper of 1785, (2) Coulomb’s published results are **most likely atypical**, and (3) electric torsion balance experiments degenerate quickly when parameters are altered by small amounts”.

La bilancia di torsione si rivela “un enigma appeso ad un filo”, ovvero uno strumento pieno di problematiche, di difficile utilizzo, difficilmente in grado di verificare sperimentalmente la legge dell’inverso del quadrato.

In **contrasto** con i libri di testo!

# Difficoltà concettuali e matematiche

- La forza elementare “microscopica” (interazione tra cariche puntiformi) è

$$f \div \frac{1}{r^2}$$

- La forza macroscopica  $F$  (principio di sovrapposizione) è

$$F = \sum_i \frac{1}{r_i^2}$$

- Nel caso delle sfere di Coulomb abbiamo una **coincidenza funzionale**

$$F \div \frac{1}{R^2}$$

- $f$  tende a confondersi con  $F$  e si perde la nozione centrale della “puntiformità” nella legge fondamentale.
- È inoltre difficile calcolare  $F$  a partire da  $f$  (normalmente si ottiene  $F$  con il teorema di Gauss).



## Difficoltà sperimentali

- Quasi nessuna trattazione sottolinea la complessità della bilancia di torsione.
- Si tratta di un pendolo torsionale smorzato.
- Non si conosce la legge fluidodinamica per lo smorzamento dell'oscillazione che alla fine fa fermare lo strumento nella posizione di equilibrio
- La carica elettrica è soggetta a dispersione
- Molti altri problemi ....

# Difficoltà concettuali e matematiche già nella memoria originale di Coulomb

- Coulomb (1736-1806) non esplicita bene la relazione tra  $f$  microscopica e  $F$  macroscopica.
- Solo da un sottotitolo si intuisce che il suo scopo è quello di usare la validità di

$$F \div \frac{1}{R^2} \text{ per stabilire la validità di } f \div \frac{1}{r^2}.$$

- In questo sottotitolo Coulomb indica vagamente gli “**elementi dei corpi elettrizzati**” (cariche puntiformi) distribuite sulle sfere e mutuamente respingentisi.
- Questo in pratica rende poco comprensibile lo scopo della sua memoria al di fuori dell’*Académie des Sciences* parigina in cui opera (scienziati del livello di Laplace).

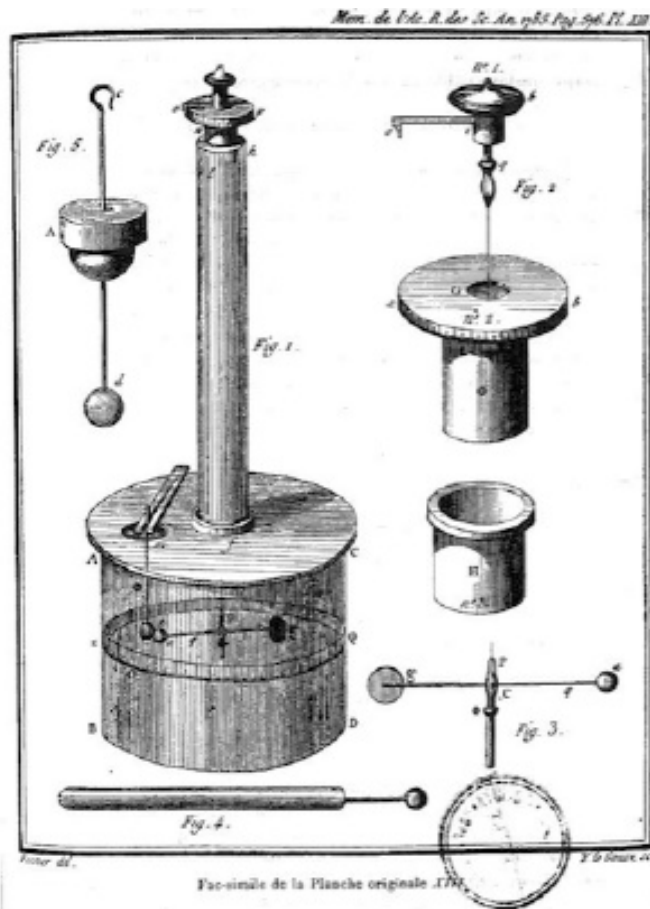
La sola criptica allusione di Coulomb agli  
“elementi dei corpi elettrizzati” (**puntiformi**)’

*PREMIER MÉMOIRE*  
*SUR*  
*L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.*  
Par M. COULOMB.

*Construction & usage d'une Balance électrique,  
fondée sur la propriété qu'ont les Fils de métal,  
d'avoir une force de réaction de Torsion propor-  
tionnelle à l'angle de Torsion.*

*Détermination expérimentale de la loi suivant laquelle les  
éléments des Corps électrisés du même genre d'Électricité,  
se repoussent mutuellement.*

# Difficoltà concettuali e sperimentali: solo 3 misure



Attraverso questo strumento Coulomb vuole verificare la dipendenza *microscopica*  $f \propto 1/r^2$ .

Sfrutta un risultato dimostrato da lui stesso in una sua vecchia memoria: il momento torcente elastico generato da un filo metallico in torsione è direttamente proporzionale a  $\tau$ , angolo di torsione totale del filo.

Attraverso tre sole misurazioni di posizioni di equilibrio tra il momento torcente elastico generato dal filo e il momento torcente generato dalla forza di repulsione elettrostatica tra le sferette ricava la dipendenza della forza *macroscopica*:

$$F \propto 1/R^2$$

$\alpha$	$d \propto \delta$	$F \propto \tau = \alpha + \delta$
0	36	36
126	$18 = 36/2$	$144 = 36 \times 4$
567	$8,5 \approx 18/2$	$575,5 \approx 144 \times 4^{\square}$

# Le reazioni e le critiche di Volta a Coulomb

Volta: “Questa opinione han preteso di ridurla con esperienze a dimostrazione Milord Mahon nell’opera Principles of electricity, e più recentemente il signor Coulomb in una memoria su questo soggetto inserita nel Giornale di Fisica dell’abate Rozier [...] essi han battuto diverse strade *cui noi abbiamo abbandonato per seguirne una più diretta*, e che mena assai più innanzi, come si vedrà” Bellodi et al. (2002), p. 87.

Volta non riprende gli schemi concettuali di Coulomb e non considera l’esperimento di Coulomb come il caso da trattare. Volta considera questo come un caso particolare, non coglie l’intenzione di Coulomb di verificare la legge fondamentale microscopica, considera questo esperimento come una delle *tante fenomenologie elettrostatiche macroscopiche*.



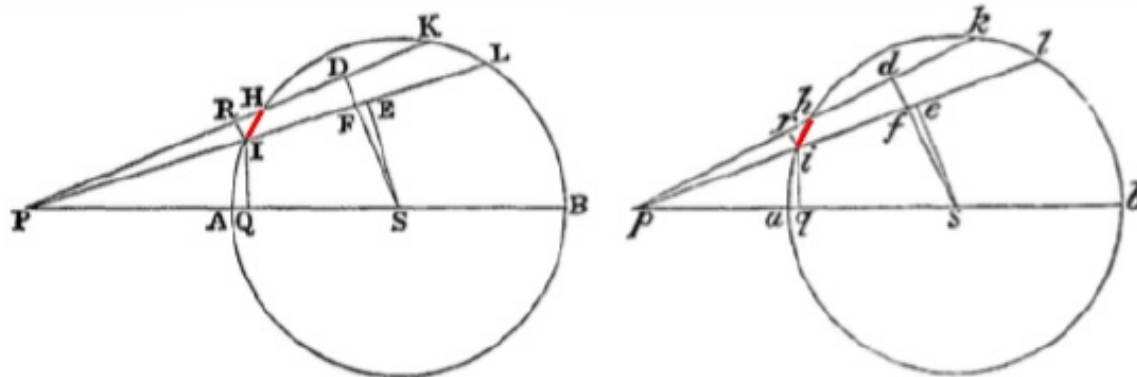
# Coulomb non rimanda implicitamente agli straordinari risultati di Newton per la gravitazione

- Per la gravitazione universale Newton era riuscito a dimostrare che la forza gravitazionale risultante  $F \div \frac{1}{R^2}$  esercitata dai pianeti di forma sferica può essere ricondotta a una interazione gravitazionale fondamentale “microscopica” della stessa forma funzionale  $f \div \frac{1}{r^2}$ .
- Si tratta di uno dei più straordinari risultati di sempre: la gravitazione è regolata da una interazione fondamentale “microscopica” di forma matematica che obbedisce al principio di sovrapposizione senza essere schermata.
- Sto interagendo con una particella materiale agli antipodi senza nessuna schermatura da parte di tutta la materia terrestre interposta: schema estremamente astratto.

# I calcoli geometrici di Newton 1

Newton (1687): Teorema XXXI

---



XXXI. "Se tutti i punti di un guscio sferico di massa uniformemente distribuita agiscono con la legge gravitazionale  $f$  dell'inverso del quadrato della distanza  $r$  ( $f \propto 1/r^2$ ), un corpuscolo materiale posto all'esterno del guscio sferico viene attratto verso il centro della sfera con una forza  $F$  inversamente proporzionale al quadrato della distanza  $R$  tra il corpuscolo e il centro della sfera ( $F \propto 1/R^2$ )".

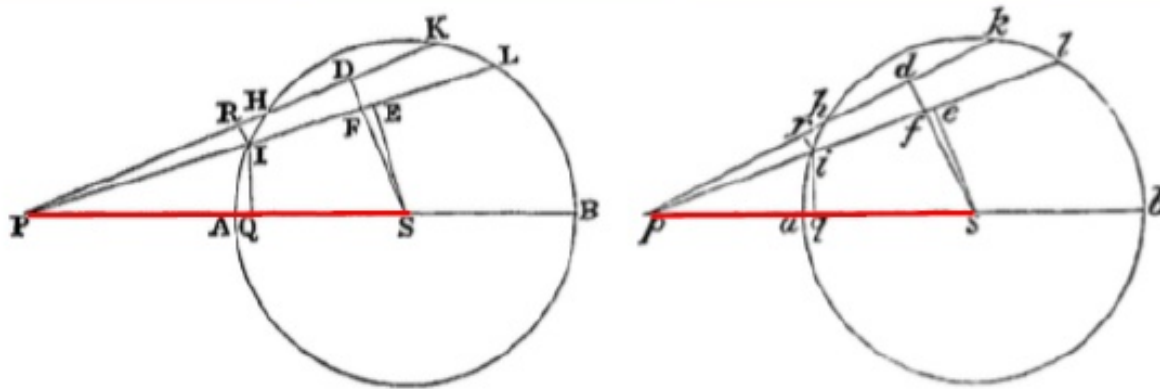
Oggi si dimostra facilmente col teorema di Gauss.

Newton ragiona sui rapporti tra forze gravitazionali  $\Delta F$  e  $\Delta f$  agenti rispettivamente sul punto  $P$  e sul punto  $p$  generate dai punti materiali collocati sulle porzioni di superficie  $\Delta S$  e  $\Delta s$  degli anelli circolari ottenuti ruotando gli archi  $HI$  e  $hi$  intorno ai diametri  $AB$  e  $ab$ .



# I calcoli geometrici di Newton 2

## Newton: Teorema XXXI



I calcoli geometrici sono abbastanza complessi. Da  $PI^2 \cdot pf \cdot ps : pi^2 \cdot PF \cdot PS = HI \cdot IQ : hi \cdot iq$  e

$$\Delta S \propto HI \cdot IQ \text{ e } \Delta s \propto hi \cdot iq, \text{ ottiene } \frac{\frac{\Delta S}{PI^2}}{\frac{\Delta s}{pi^2}} = \frac{pf \cdot ps}{PF \cdot PS}.$$

Le componenti verticali si annullano per simmetria, Newton calcola ora le componenti orizzontali  $\Delta F_{PS}$  e  $\Delta F_{ps}$  delle due forze gravitazionali  $\Delta F$  e  $\Delta f$ :

$$\Delta F_{PS} = \frac{\Delta S}{PI^2} \cos A, \quad \Delta F_{ps} = \frac{\Delta s}{pi^2} \cos a. \quad A \text{ e } a \text{ sono gli angoli } \widehat{KPL} \text{ e } \widehat{kpl}.$$

Essendo  $\cos A = PF/PS$  e  $\cos a = pf/ps$  il rapporto tra  $\Delta F_{PS}$  e  $\Delta F_{ps}$  diventa:

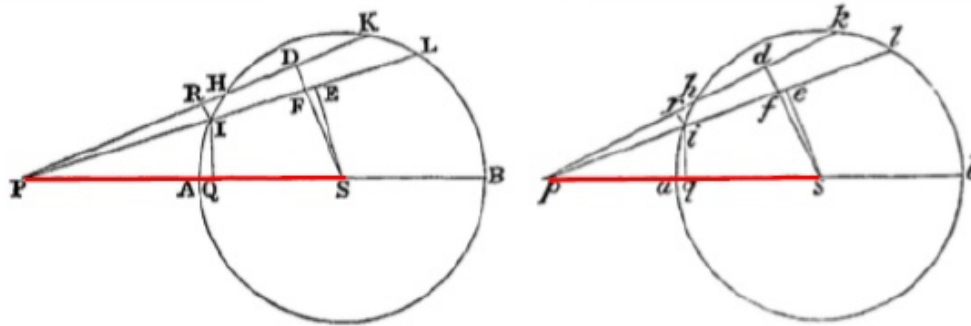
$$\frac{\Delta F_{PS}}{\Delta F_{ps}} = \frac{ps^2}{PS^2} = \frac{\Delta F_{PS}}{\Delta F_{ps}} = \frac{\frac{1}{PS^2}}{\frac{1}{ps^2}}$$

# Che fare didatticamente?

## Livello 1 (uso corretto e virtuoso della Storia)

- Riprendere eventualmente i calcoli geometrici di Newton per la gravitazione (un po' macchinosi ma alla portata degli studenti).

Newton: Teorema XXXI



I calcoli geometrici sono abbastanza complessi. Da  $PI^2 \cdot pf \cdot ps : pi^2 \cdot PF \cdot PS = HI \cdot IQ : hi \cdot iq$  e

$$\Delta s \propto HI \cdot IQ \text{ e } \Delta s \propto hi \cdot iq, \text{ ottiene } \frac{\frac{\Delta s}{PI^2}}{\frac{\Delta s}{pi^2}} = \frac{pf \cdot ps}{PF \cdot PS}.$$

Le componenti verticali si annullano per simmetria, Newton calcola ora le componenti orizzontali  $\Delta F_{PS}$  e  $\Delta F_{ps}$  delle due forze gravitazionali  $\Delta F$  e  $\Delta f$ :

$$\Delta F_{PS} = \frac{\Delta s}{PI^2} \cos A, \quad \Delta F_{ps} = \frac{\Delta s}{pi^2} \cos a. \quad A \text{ e } a \text{ sono gli angoli } \widehat{KPL} \text{ e } \widehat{kpl}.$$

Essendo  $\cos A = PF/PS$  e  $\cos a = pf/ps$  il rapporto tra  $\Delta F_{PS}$  e  $\Delta F_{ps}$  diventa:

$$\frac{\Delta F_{PS}}{\Delta F_{ps}} = \frac{ps^2}{PS^2} = \frac{\Delta F_{PS}}{\Delta F_{ps}} = \frac{1}{PS^2} = \frac{1}{ps^2}$$

# Che fare didatticamente?

## Livello 1 (semplificato)

- Presentare la bilancia di torsione solo come **strumento ideale**.
- Riprendere chiaramente il **paradigma della gravitazione newtoniana** (masse puntiformi e distinzione tra forza fondamentale “microscopica”  $f$  e forza risultante “macroscopica”  $F$ ).
- Rimarcare la **coincidenza formale** delle due forze nel caso delle sfere come **punto critico**:

$$f \div \frac{1}{r^2} \neq F \div \frac{1}{R^2} .$$

# Il paradigma gravitazionale

Legge dell'interazione fondamentale elettrostatica tra *cariche puntiformi*:

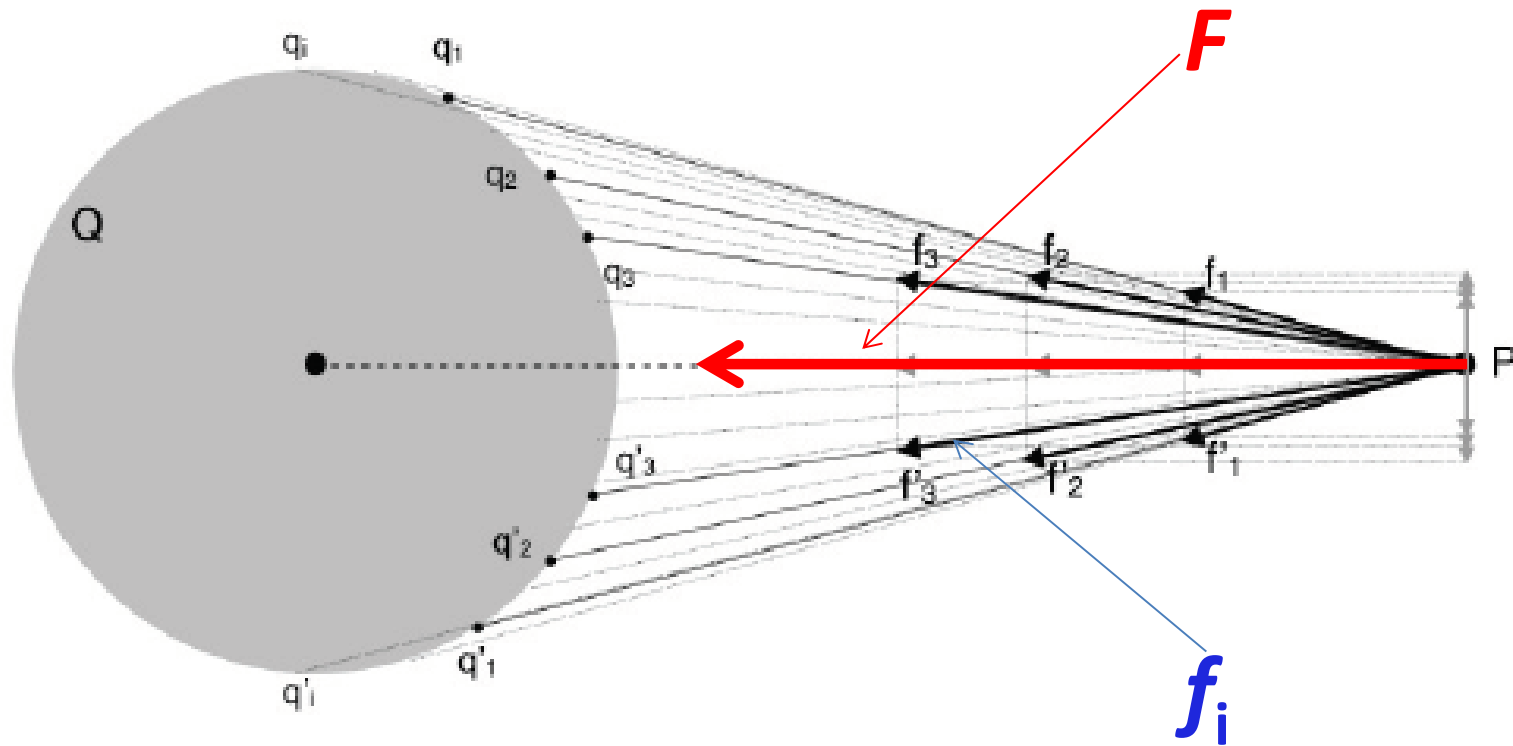
$$\vec{f}(\vec{r}) = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

Per *corpi estesi* si utilizza il principio di sovrapposizione:

“La forza totale  $F$  generata da un *sistema di cariche* è data dalla somma vettoriale delle forze fondamentali  $f$ ”

# Che fare didatticamente?

Livello 1 (semplificato): rappresentazione grafica del paradigma gravitazionale, con **principio di sovrapposizione** e  $f \neq F$



## Che fare didatticamente?

### Livello 2 (uso corretto e virtuoso della Storia)

- La effettiva "normalizzazione" scientifica della legge di Coulomb avviene **senza la bilancia di torsione di Coulomb**.
- Ma con il **metodo di carica nulla** all'interno di conduttori cavi messa a punto da Henry Cavendish (che non lo pubblica).
- Il metodo viene ripreso da Maxwell (1879).
- Il metodo viene poi continuato da Lawton e Plimpton (1936) e altri.

## Che fare didatticamente?

### Livello 2 (uso corretto e virtuoso della Storia)

- Riprendere il metodo di carica nulla ideato da Henry Cavendish (1731-1810), contemporaneo di Coulomb.
- Lo sviluppo di questo metodo (senza il teorema di Gauss) ha condotto alla determinazione sempre più precisa dell'esponente 2 della legge di Coulomb

$$f \div \frac{1}{r^{2\pm\eta}}$$

- Ripreso da Maxwell (1879)
- Ripreso da Lawton e Plimpton (1936).

# Henry Cavendish



*H. Cavendish*



## Che fare didatticamente?

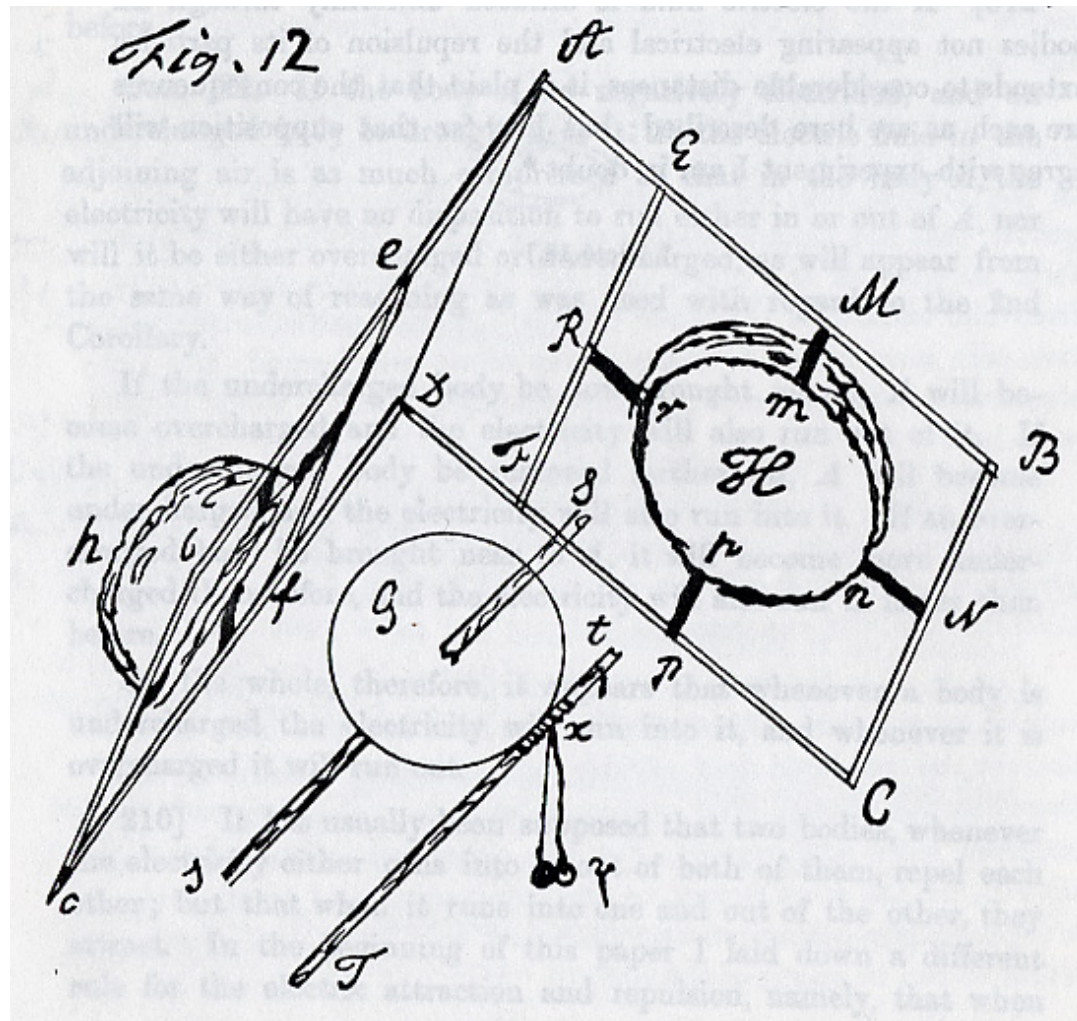
### Livello 2 (storia della effettiva “normalizzazione”)

- Riprendere il metodo di carica nulla ideato da Henry Cavendish (1731-1810), contemporaneo di Coulomb.
- Lo sviluppo di questo metodo (senza il teorema di Gauss) ha condotto alla determinazione sempre più precisa dell'esponente 2 della legge di Coulomb

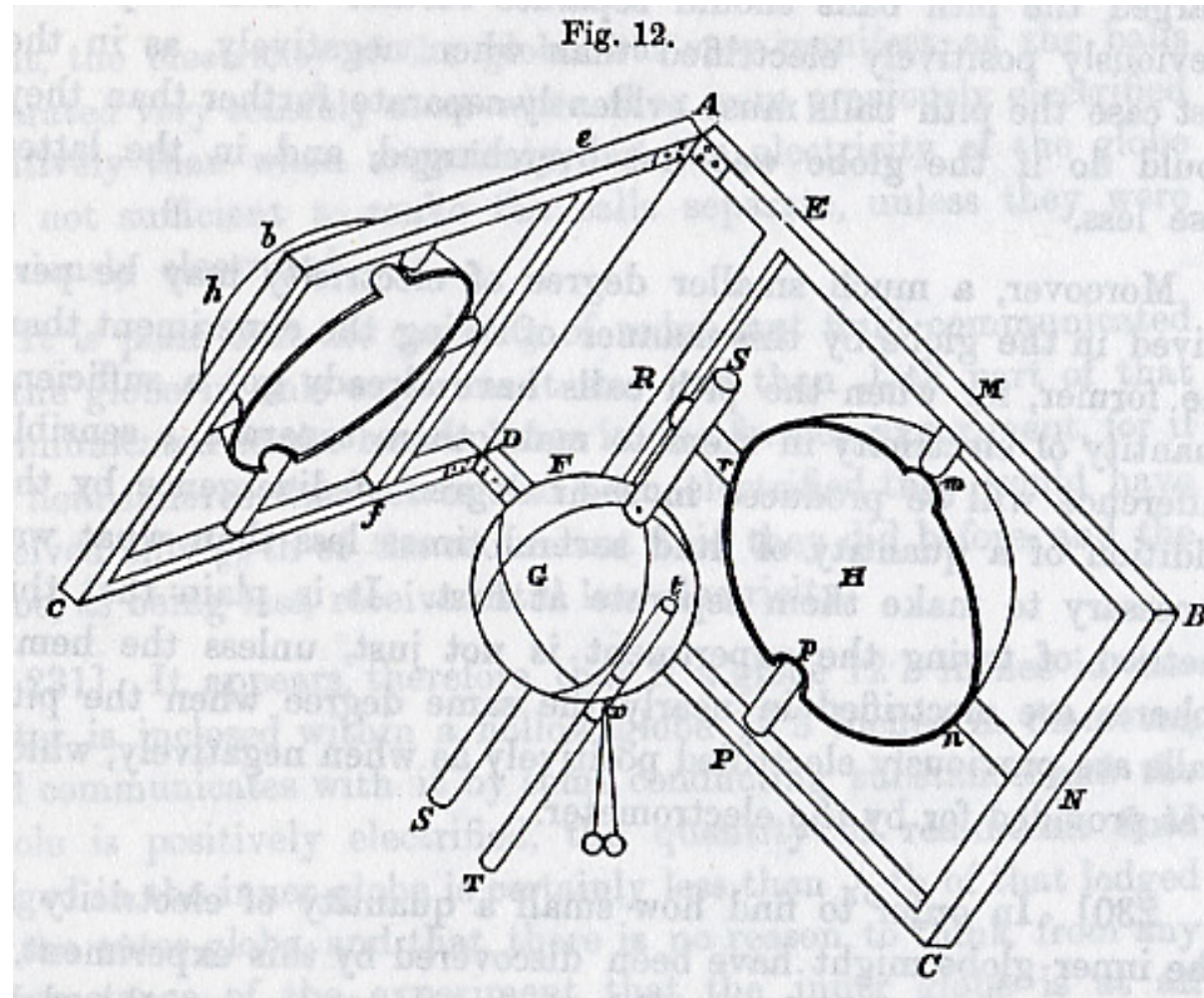
$$f \div \frac{1}{r^{2\pm\eta}}$$

- Ripreso da Maxwell (1879)
- Ripreso da Lawton e Plimpton (1936).

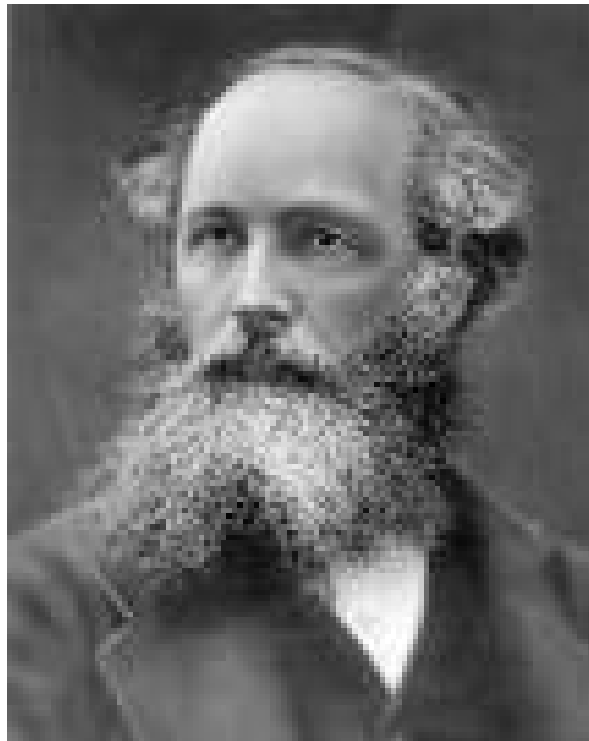
# L'apparecchio ideato da Cavendish



# L'apparecchio di Cavendish ridisegnato da Maxwell



# James Clerk Maxwell (1831-1879)



## Che fare didatticamente?

### Livello 2 (storia della effettiva “normalizzazione”)

Il valore di  $\eta$  dipende dalla sensibilità dello strumento.

$$\text{Cavendish (1773): } |\eta| < \frac{1}{50}$$

$$\text{Maxwell (1879): } |\eta| < \frac{1}{21.600}$$

$$\text{Plimpton Lawton (1936): } |\eta| < 2 \times 10^{-9}$$

Ulteriori esperimenti hanno migliorato questo valore ma esulano dalla fisica classica.

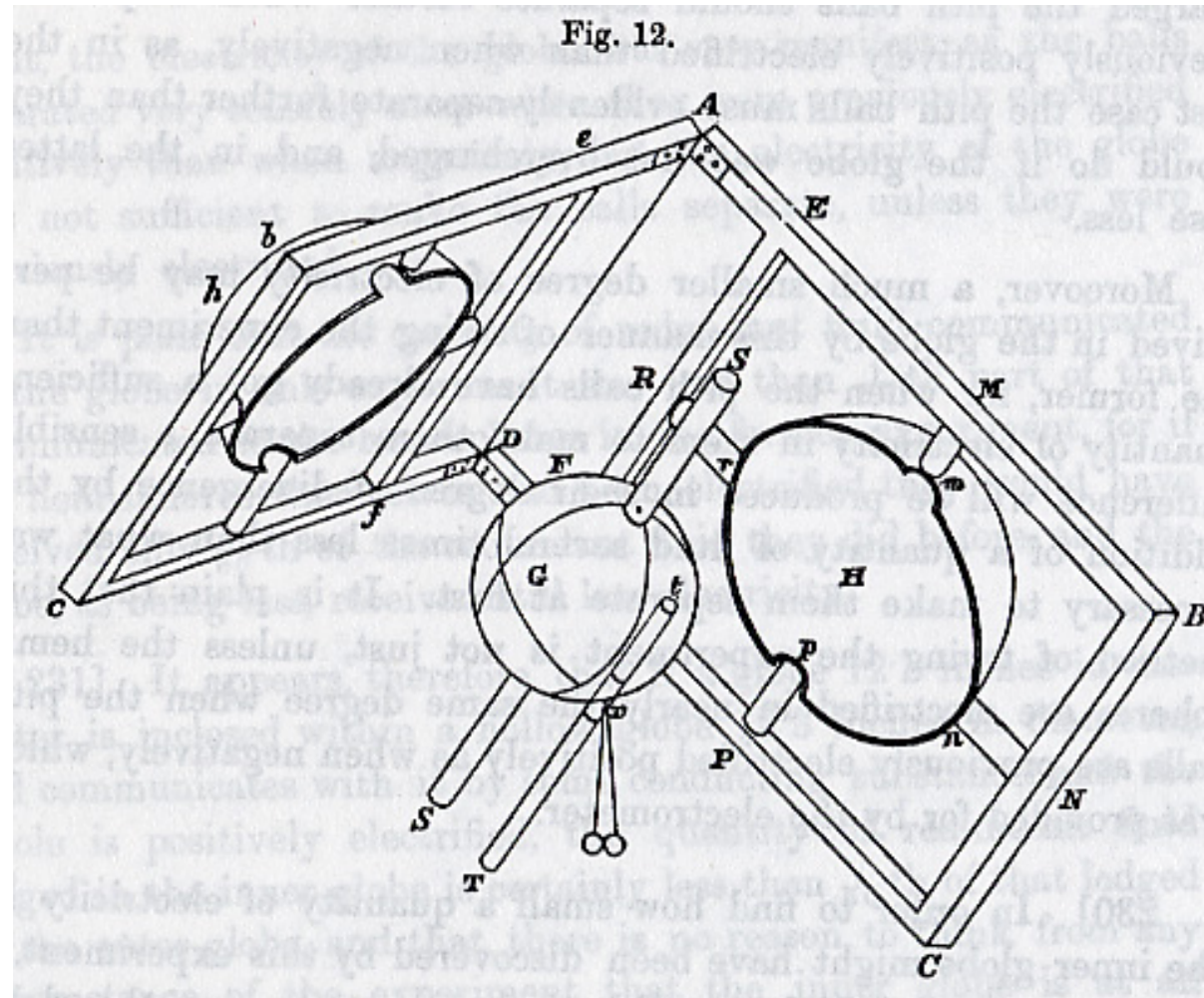
C'è un miglioramento di  $\eta$  che ha portato all'accettazione della legge fondamentale dell'interazione elettrostatica attraverso questo percorso e non quello di Coulomb.

## Che fare didatticamente?

### Livello 2 (storia della effettiva “normalizzazione”)

- Va notato come anche nei libri di testo che segnalano la corretta normalizzazione della legge di Coulomb (ad esempio Amaldi-Bizzarri-Pizzella) non diano un'idea del metodo sperimentale che permette di stabilire la tolleranza  $\eta$  dell'esponente 2 della legge in base alla sensibilità di un elettroscopio o elettrometro con cui si determina la carica all'interno di un conduttore cavo.

# L'apparecchio di Cavendish ridisegnato da Maxwell



# Premessa: il teorema di Newton $F = 0$ dentro un guscio sferico se $f \div \frac{1}{r^2}$

## Newton: Teorema XXX

XXX. "Se tutti i punti di un guscio sferico di massa uniformemente distribuita agiscono con la legge gravitazionale  $f$  dell'inverso del quadrato della distanza  $r$  ( $f \propto 1/r^2$ ), la forza gravitazionale totale  $F$  su un corpuscolo materiale posto all'interno del guscio è nulla."

Dalla similitudine dei triangoli  $HPI$  e  $LPK$  Newton ottiene la proporzione  $IH:PH = KL:PL$ .

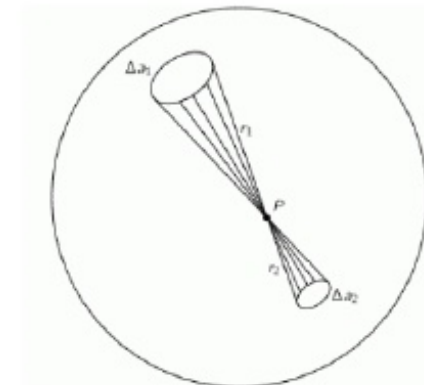
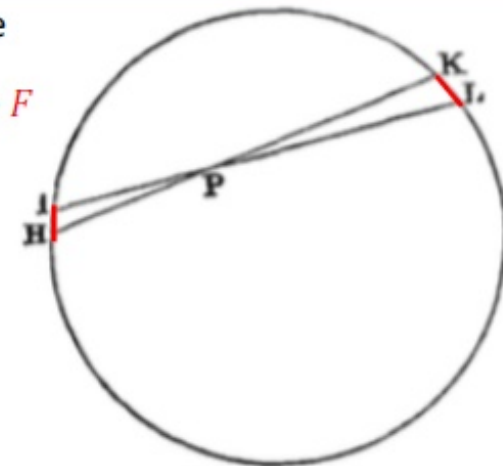
Considera: "le particelle su  $HI$  e  $KL$  della **superficie** sferica terminata da linee rette passanti attraverso  $P$ " (oggi lo chiameremmo l'angolo solido centrato su  $P$ )

Le masse presenti su questi elementi di superficie sono **proporzionali al quadrato** delle distanze  $PH$  e  $PL$ .

Le forze gravitazionali sono proporzionali **all'inverso del quadrato** delle distanze  $PH$  e  $PL$ , Newton conclude che i due andamenti si **compensano** con un rapporto 1:1.

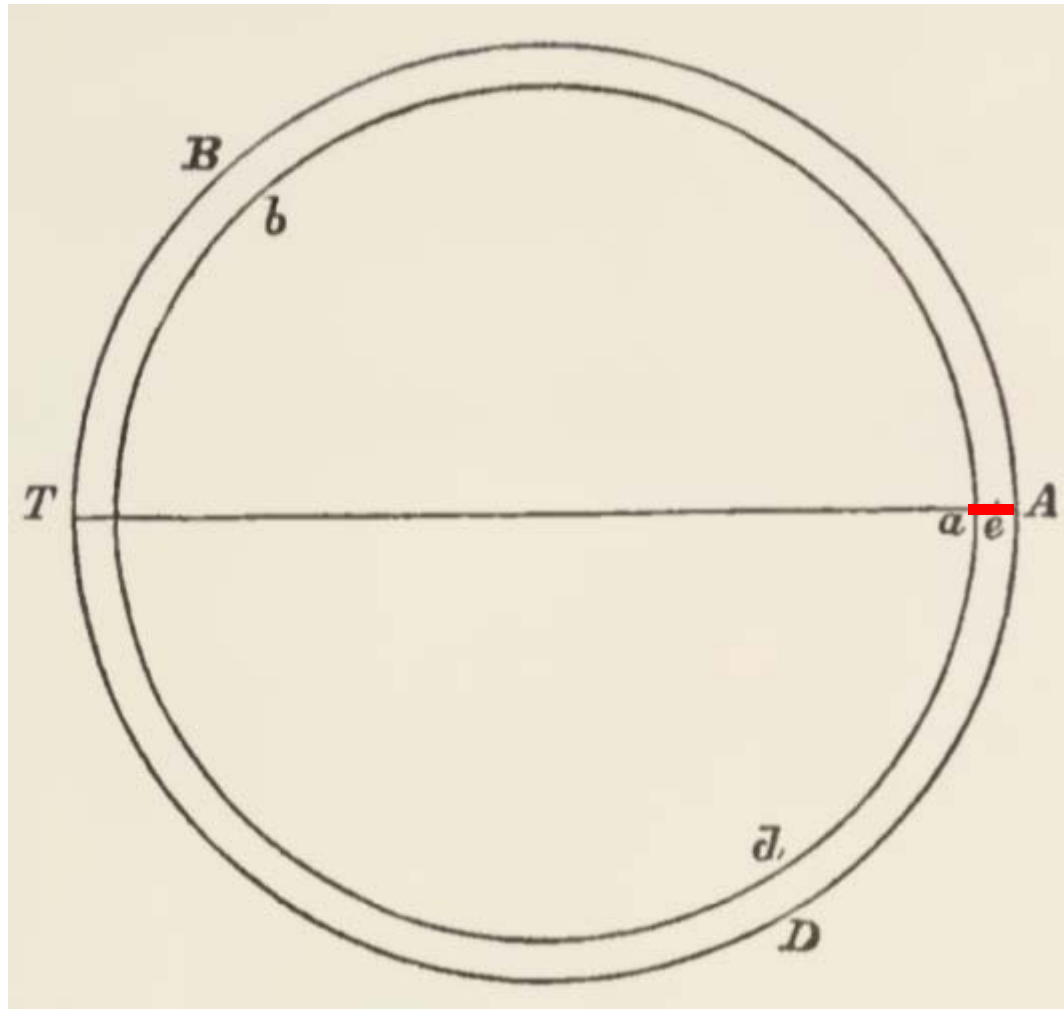
le forze esercitate dalle masse presenti sugli elementi di superficie su  $IH$  e  $KL$  sono uguali e opposte e si compensano dando un'azione gravitazionale complessiva nulla

Ripetendo questo ragionamento per tutti gli archi come  $IH$  e  $KL$ , il corpuscolo nel punto  $P$  sarà soggetto ad una forza macroscopica totale  $F = 0$ .





Equilibrio tra  $F(Q_{ABD})$  e  $F(Q_{abd})$   
sul filo  $aA$  nel punto  $e$

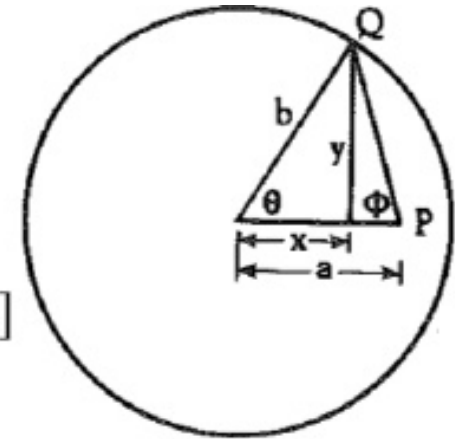


Si può impostare un integrale risolvibile per il calcolo di  $F(Q_{ABD})$  con esponente  $n$  generico

$$F = Kq \int_0^\pi \frac{\sigma 2\pi y b \cos \phi}{r^n} d\theta$$

Si ottiene:

$$F = Kq \sigma 2\pi b \left\{ -\frac{1}{(b-a)^{n-2}} [(b-a) + a(3-n)] - \frac{1}{(b+a)^{n-2}} [-(b+a) + a(3-n)] \right\}$$



## Calcoli un po' macchinosi ...

Le due presentazioni didattiche: il calcolo integrale di Cavendish

---

La forza agente sul punto P sarà:

$$F = Kq \int_0^\pi \frac{\sigma 2\pi y b \cos \phi}{r^n} d\theta$$

Si sostituisce  $x = b \cos \theta$  ;  $\cos \theta = \frac{a-x}{r}$  ;  $b \sin \theta = y$

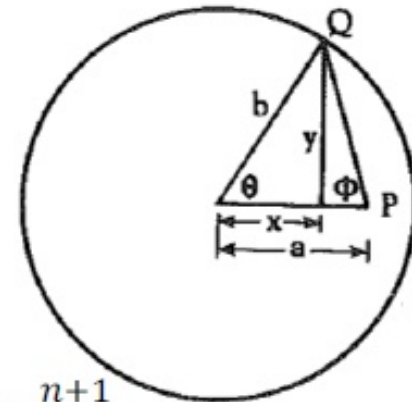
Si utilizza il teorema di Pitagora:

$$r^2 = y^2 + (a-x)^2 \rightarrow r^{n+1} = (y^2 + (a-x)^2)^{\frac{n+1}{2}}$$

Si ottiene:

$$F = Kq \int_{-b}^b \sigma 2\pi b \frac{(a-x)}{(b^2+a^2-2ax)^{(n+1)/2}} dx$$

Si risolve per parti:  $F = Kq\sigma 2\pi b \left[ \frac{a-x}{a^2(n-1)} \frac{1}{(b^2+a^2-2ax)^{(n-1)/2}} - \frac{1}{a^2(n-1)(3-n)} \frac{1}{(b^2+a^2-2ax)^{(n-3)/2}} \right]_{-b}^b$

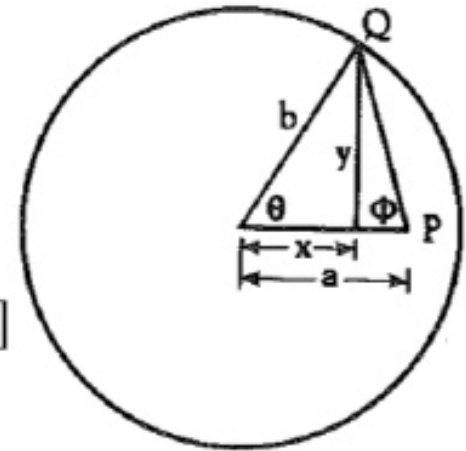


# Cavendish assume ora che l'esponente $n$ sia circa 2: $n = 2 \pm \eta$

$$F = Kq \int_0^\pi \frac{\sigma 2\pi y b \cos \phi}{r^n} d\theta$$

Si ottiene:

$$F = Kq \sigma 2\pi b \left\{ -\frac{1}{(b-a)^{n-2}} [(b-a) + a(3-n)] - \frac{1}{(b+a)^{n-2}} [-(b+a) + a(3-n)] \right\}$$



Si passa da dall'esponente generico  $n$  a quello  $2 + \eta$ , con  $n - 2 = \eta \approx 0$

Si ottiene:

$$F \approx Kq \frac{Q_{EST}}{ba} \eta$$

Ora Cavendish uguaglia la forza  $F(Q_{EST})$  alla forza  $F(q_{int})$  esercitata dalla carica  $q_{int}$

$$F(Q_{EST}) \approx K \frac{q Q_{EST}}{b a} \eta$$

$$F(q_{int}) \approx K \frac{q q_{int}}{a^2}$$

$$\eta \approx \frac{q_{int}}{Q_{EST}} \frac{b}{a}$$

- Cavendish valuta  $\frac{q_{int}}{Q_{EST}} \approx \frac{1}{57}$  (**sensibilità del suo elettroscopio**), da cui

$$\eta \approx \frac{1}{50}$$