XXXXII CORSO DI AGGIORNAMENTO IN FISICA - ANNO 2019

Astronomia e astrofisica

A.I.F.

SEZIONE DI PAVIA

Newton: studio del movimento e gravitazione universale

Lucio Fregonese
Università di Pavia – Dipartimento di Fisica
lucio.fregonese@unipv.it

La massa in testi scolastici

- 1.1) Ogni oggetto mostra una certa resistenza (o inerzia) quando lo si vuole mettere in movimento,
  - [Commento: utilizzo implicito di nozioni dinamiche].
- 1.2) La grandezza fisica che caratterizza la quantità di materia di cui un oggetto è fatto si chiama massa inerziale o semplicemente massa.
- 1.3) Definizione operativa della massa ad esempio con il "carrello delle masse" (pendolo elastico con massa attaccata a una molla).
  - [Commento: La relazione $T \div (m/k)^{1/2}$ ha dipendenza complicata da m].
- 1.4) Definizione dell'unità di misura della massa: il kilogrammo definito come la massa inerziale del campione di massa conservato a Sèvres.
  - [Commento: il campione è un cilindro di platino-iridio è il rischio è quello di veicolare una nozione "geometrica" della massa].

La massa in testi scolastici

- 1.6) Collegamento tra massa e densità $d = (m/V)$.
- 1.5) Nell'uso quotidiano per misurare le masse si usano le bilance a bracci uguali.
  - [Commento: rischio di introdurre confusione tra le nozioni di massa e di peso].
- 1.7) Trattazione delle forze statiche.
- 1.8) Introduzione del 2° Principio della dinamica $F = m\ a$.
  - [Commento: difficoltà del passaggio tra le nozioni di forza statica e forza dinamica].
- 1.9) $F = m\ a$ usata per definire il peso come forza ottenendo ora una chiara distinzione tra peso e massa.
  - [Commento: fase alquanto inoltrata di una soddisfacente distinzione tra massa e peso-forza (possibilità di confusione nel punto 1.5 sopra)].

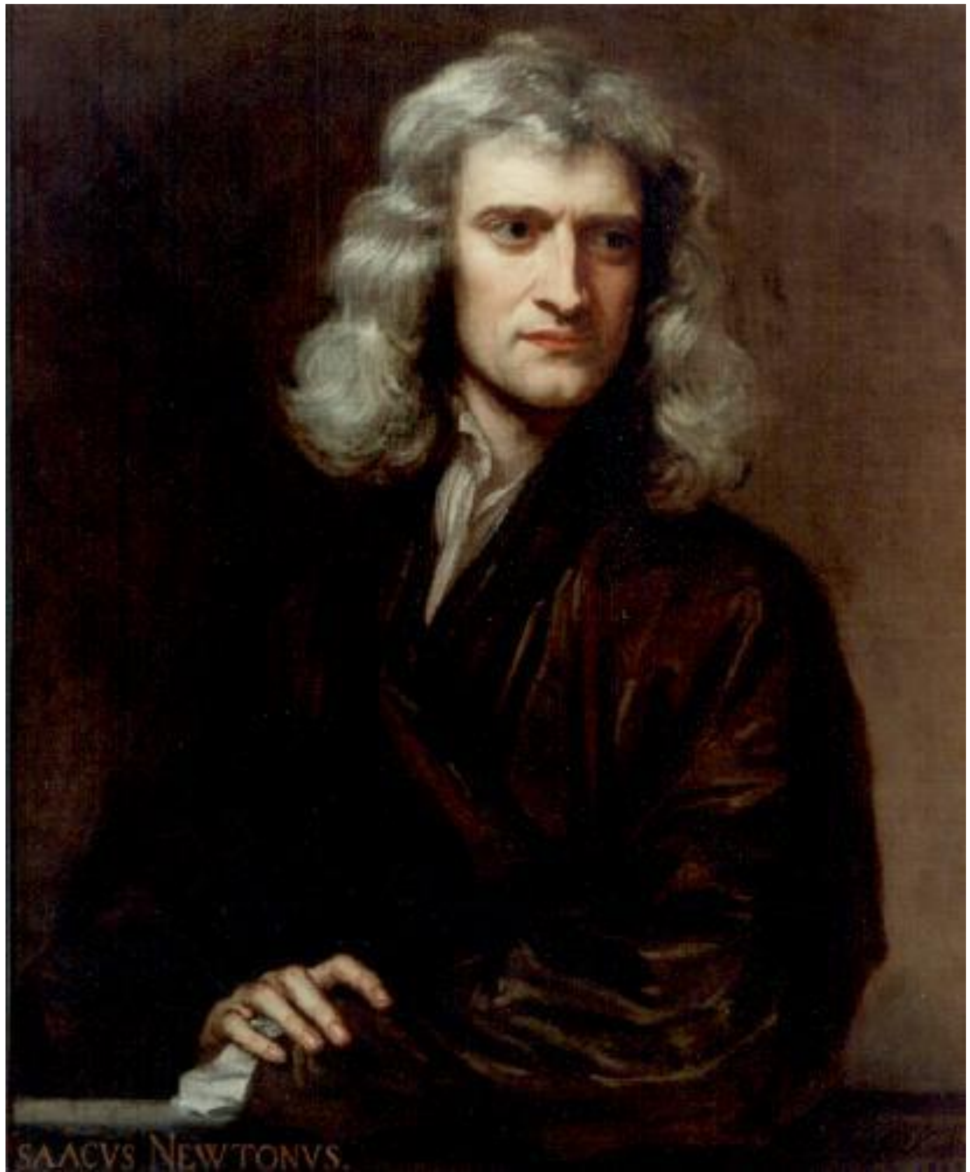
La massa in testi scolastici

- 1.10) Si introduce la gravitazione universale usando la nozione di massa inerziale m_i al momento discussa) $F = G\,\frac{M_1 M_2}{R^2}$.
  - [Commento: nozione definita più che giustificata. Rimane poi il problema del rapporto tra forza macroscopica e forza microscopica fondamentale, dato che entrambe hanno la stessa forma $F = G\,\frac{M_1 M_2}{R^2}$, $f = G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}$].
- 1.11) Si afferma genericamente che $m_\mathrm{g} \div m_\mathrm{i}$ in base a “dati sperimentali”.
  - [Commento: non indicati o appena accennati quali esperimenti e raramente ripresa la proprietà fondamentale della gravitazione, ovvero che tutti i corpi cadono allo stesso modo (ricorrendo contestualmente alla dinamica con $F = m\,a$)].

La massa in testi scolastici

- 1.12) Si continua dicendo che la proporzionalità $m_g \div m_i$ permette di scegliere per entrambe la stessa unità di misura, il kilogrammo, e che si può quindi in pratica “evitate di sottolineare la differenza tra m_i e m_g”.
  - [La coincidenza numerica porta all’uso indifferenziato del simbolo *m* per la massa (con semplificazioni tra m_i e m_g nelle formule) e perdita a lungo termine di una delle più importanti differenza concettuali della fisica].

Isaac Newton (1642-1727)



I *Principia* di Newton
(1687, 1713, 1726, 1729)

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *J S.* NEWTON, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Matheseos Professore *Lucasiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,

Jussu *Societatis Regiæ* ac Typis *Josephi Streater*. Prostat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.

Costruzione assiomatico-deduttiva della dinamica nei *Principia* di Newton

- Newton adotta la forma assiomatico-deduttiva della geometria ponendo:
  - DEFINIZIONI (8),
  - LEGGI DEL MOTO (3).
- La MASSA entra esplicitamente:
  - in 4 delle DEFINIZIONI,
  - nella 2° LEGGE DEL MOTO (che Eulero esprimerà nella forma dell'attuale 2° Principio della dinamica $F = m\,a$).
- Discute TEMPO e SPAZIO assoluti e relativi:
  - optando per la concezione assoluta di entrambi.

DEFINIZIONI

- I. Quantità di materia o massa $m = d \cdot V$.
  - “Tale quantità diviene nota attraverso il peso di ciascun corpo. Per mezzo di esperimenti molto accurati sui pendoli, trovai che è proporzionale al peso, come in séguito mostrerò”.
- II. Quantità di moto $m \cdot v$.
- III. Forza insita o forza d’inerzia $\div\, m$.
  - “Questa forza è sempre proporzionale al corpo, né differisce in alcunché dall’inerzia della massa altrimenti che per il modo di concepirla”.
- IV. Forza impressa
  - “La forza impressa ha varie origini: l’urto, la pressione, e la forza centripeta”.

DEFINIZIONI

- V. Forza centripeta
  - "… è la forza per effetto della quale i corpi sono attratti, o sono spinti, o comunque tendono verso un qualche punto come verso un centro.
  - "… la gravità, … la forza magnetica, … quella forza per effetto della quale i pianeti sono continuamente deviati dai moti rettilinei … Una pietra, fatta ruotare nella fionda, tende ad allontanarsi dalla mano … col suo sforzo, essa tende la fionda tanto più fortemente quanto maggiore è la velocità di rotazione … Chiamo centripeta la forza, contraria a tale sforzo, per effetto della quale la fionda di continuo riporta la pietra verso la mano …".

DEFINIZIONI

- VI. Forza centripeta: quantità assoluta
  - "… maggiore o minore a seconda della potenza della causa che la diffonde dal centro attraverso gli spazi circostanti". [nel caso gravitazionale m_g implicita].
- VII. Forza centripeta: quantità accelerativa
  - "… è proporzionale alla velocità che, in un dato tempo, essa genera". [$\div \Delta v$].
- VIII. Forza centripeta: quantità motrice
  - "… è la misura della medesima ed è proporzionale al moto [$= m\ v$] che, <u>in un dato tempo</u>, essa genera". [$\div \Delta mv$ in un dato tempo Δt, poi messa da Eulero nella forma $F = m\ a$]

LEGGI DEL MOTO

- Legge I. Inerzia rettilinea
  - "Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse".
- Legge II. Variazione della quantità di moto
  - "Il cambiamento di moto [Δmv] è proporzionale alla forza motrice impressa, ed avviene lungo la linea retta secondo la quale la forza è stata impressa". [$F \div \Delta mv$ senza dire "in un dato tempo" ma sottinteso e poi $F = m\,a$ con Eulero.]
- Legge III. Azione e reazione
  - "Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria: ossia, le azioni di due corpi sono sempre uguali fra loro e dirette verso parti opposte".

Le DEFINIZIONI e LEGGI di Newton evidenziano aspetti molto importanti

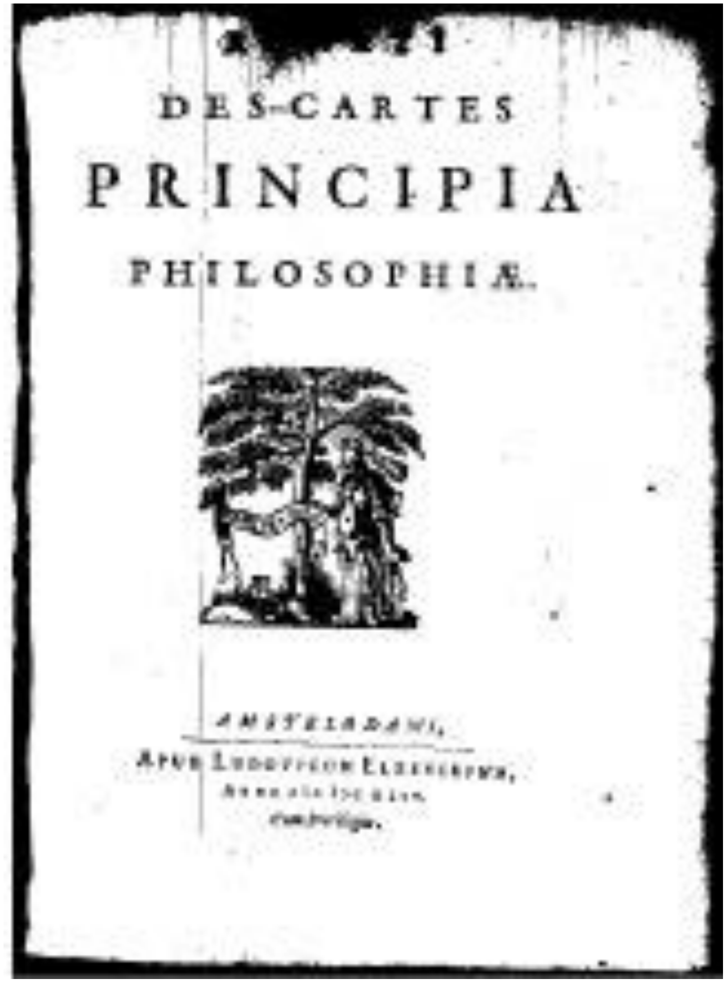
- Il carattere teorico della nozione di massa.
- Più in generale, la pervasiva e complessa collocazione della nozione di massa nell’intera rete concettuale di una teoria dinamica generale del moto dei corpi.
- Il ruolo centrale della gravitazione terrestre nella costruzione di una nozione di massa collegata alla nozione di forza (la massa rivelata dal peso dei corpi, con $m \div$ peso grazie agli esperimenti sui pendoli).
- L’importanza della dinamica del moto circolare centripeto nella costruzione della dinamica newtoniana e della teoria della gravitazione universale.

Dove inizia tutto questo?

Newton studia e critica il meccanicismo cartesiano durante gli "anni mirabili" della gioventù

- 1642: nascita (anno della morte di Galileo).
- Studi elementari tradizionali.
- 1655: alloggia presso il farmacista di Grantham, una soffitta piena di libri e la chimica lo indirizzano verso la filosofia naturale.
- 1661-63: studente a Cambridge, Trinity College, ove si segue un curriculum aristotelico tradizionale.
- 1664: borsa post laurea al Trinity College.
- 1662-64: **studio personale** di autori recenti (Galileo, Boyle, **Cartesio**) che lo porta presto alle frontiere della matematica, dell'ottica, della meccanica, della **nuova filosofia meccanicista**.
- 1665-66: "anni mirabili" in cui formula il calcolo integrale e differenziale, una nuova teoria della luce, **critica il meccanicismo cartesiano,** inizia a studiare quantitativamente la dinamica del moto circolare uniforme, abbozza la teoria della gravitazione universale.

Cartesio (1596-1650): nuovi principi della filosofia al posto di quelli aristotelici



Cartesio usa le opere di Aristotele come poggiapiedi (non si vede bene ma sul dorso del libro c'è scritto "Aristoteles")

1644

Gli obiettivi di Cartesio

- Cartesio vuole ricostruire **l'intera filosofia**.
- La **filosofia naturale** è solo un capitolo di questo programma molto più ambizioso.
- Cartesio costruisce una filosofia naturale di tipo **meccanicista** che spiega la realtà naturale sulla base di
  - materia,
  - movimento,
  - interazione per urto e contatto immediato tra corpuscoli materiali dotati di opportune forme geometriche.
- Questa filosofia naturale si pone come alternativa (intelligibile) alla filosofia naturale delle qualità aristoteliche (oscura e tautologica).
- Il passaggio è drammatico: la **meccanica** degli ingegneri come **paradigma generale per la spiegazione della natura**.

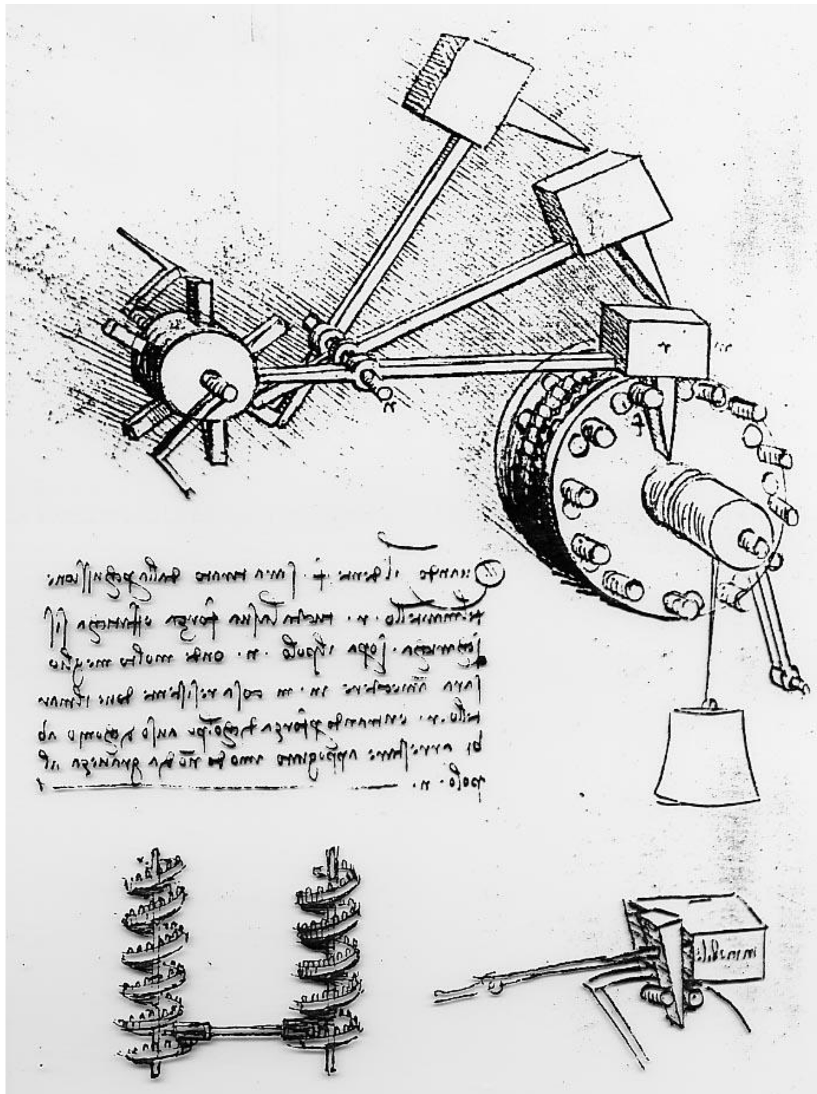
La filosofia naturale meccanicista di Cartesio

- Identificazione tra materia ed estensione matematico-geometrica.
- La materia è *res extensa* nel senso che si identifica integralmente con l'estensione.
- Posizione radicale: estensione come unica qualità della materia.
- Come l'estensione geometrica, la materia è divisibile all'infinito.
- Non esistono di conseguenza **atomi**.
- La fisica di Cartesio è quindi **corpuscolarista** (composta da particelle e corpuscoli divisibili) e **antiatomistica**.

La filosofia naturale meccanicista di Cartesio

- Per spiegare le interazioni e il mutamento nella natura, Cartesio ammette un’unica modalità: urto per contatto diretto tra porzioni figurate di materia.
- Le particelle materiali sono gli ingranaggi dell’universo e dei processi naturali: si urtano e si “incastrano” a vicenda in modo tale da produrre tutti i fenomeni che osserviamo.
- L’universo è una gigantesca MACCHINA.
- Il vantaggio principale di questa spiegazione è l’intellegibilità della Natura (se conosciamo gli ingranaggi e i movimenti di una macchina riusciamo a capire come e perché funziona).

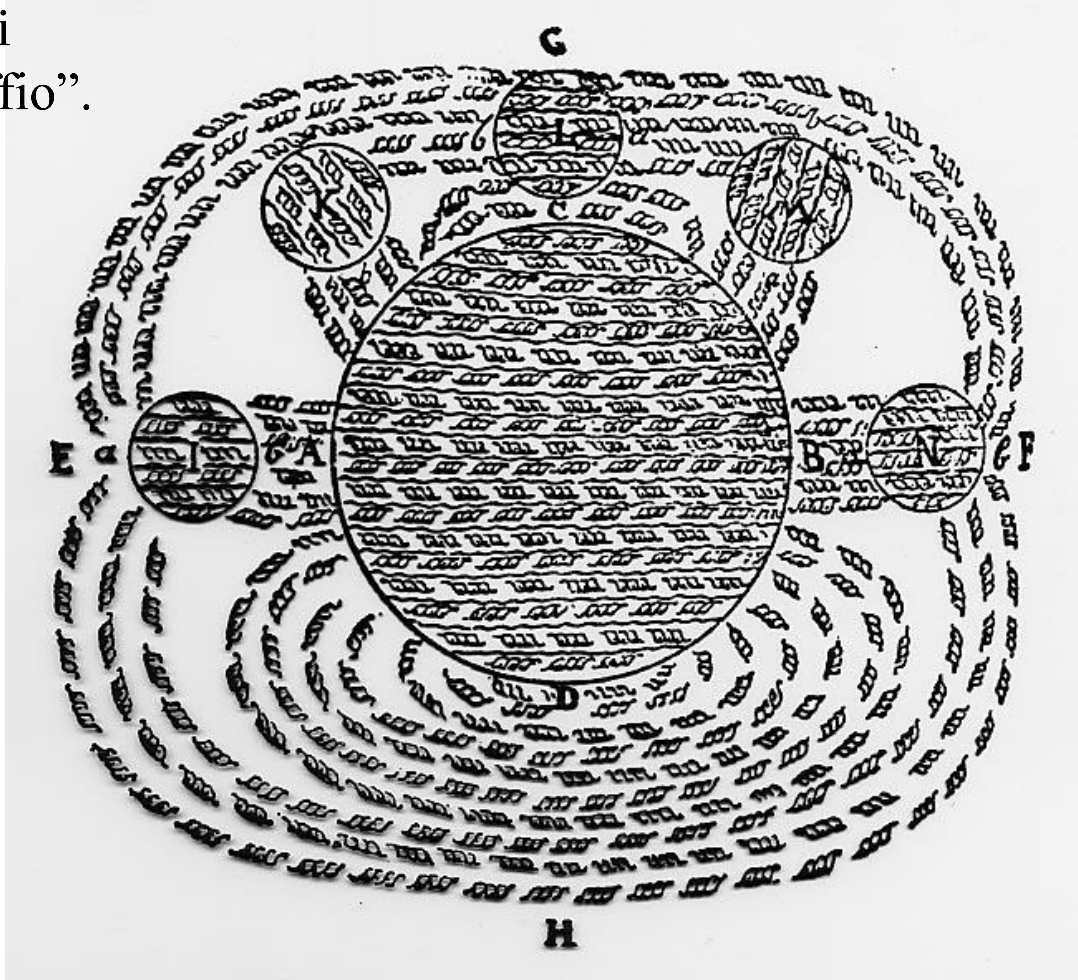
Gli antecedenti della fisica di Cartesio si ritrovano nella meccanica rinascimentale



Leonardo

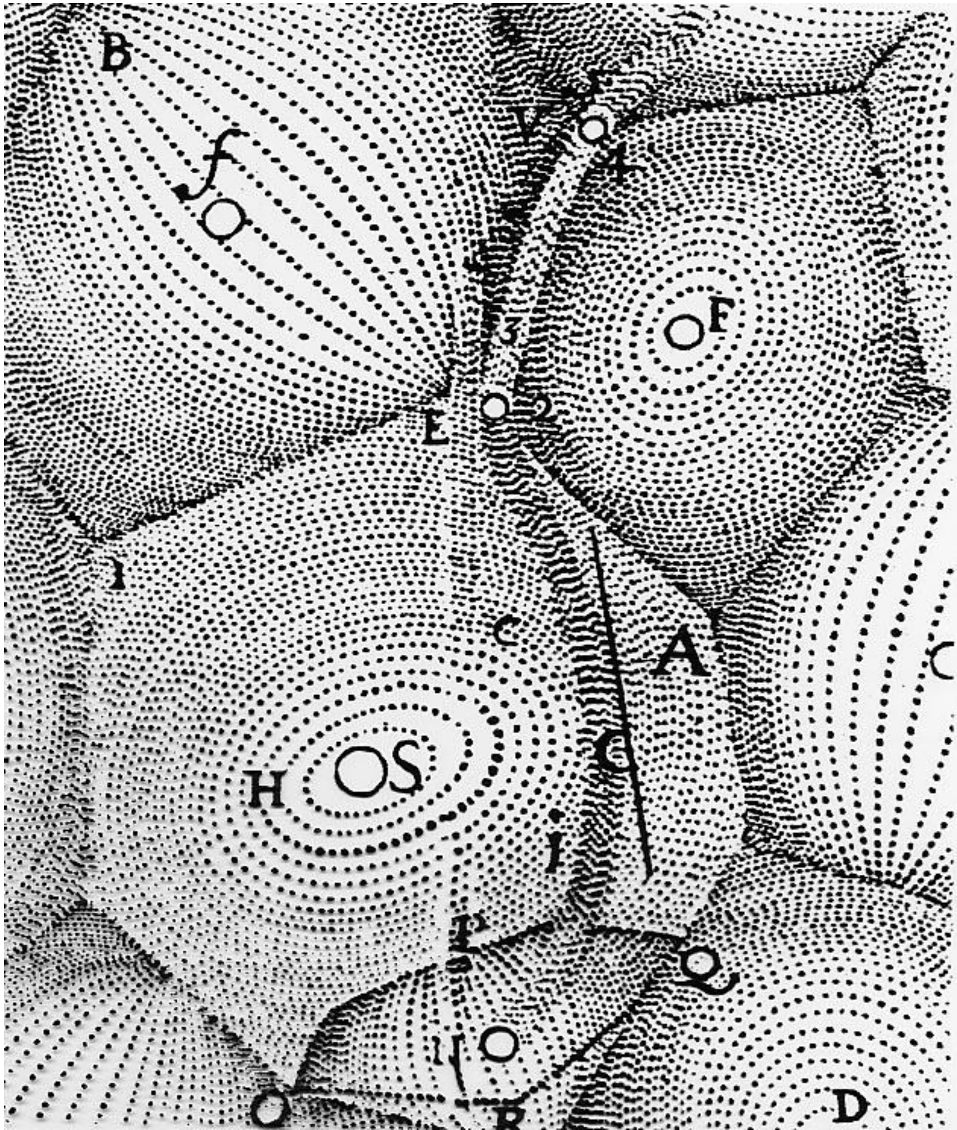
Il magnetismo meccanicista di Cartesio

Un magnete sferico centrale emette
un vortice di piccolissime particelle a
forma di vite. I magneti sferici minori
si orientano per effetto di questo “soffio”.
La forma a vite serve per spiegare
RAZIONALMENTE il
carattere selettivo del magnetismo
(interazione solo col ferro o un altro
magnete).
I corpi come il ferro hanno pori
a vite con lo stesso passo:
i corpuscoli possono circolare
all’interno producendo attrazione
e orientamento.
I corpi non magnetici non hanno
pori oppure li hanno ma privi della
sede a vite con il passo giusto per
permettere il passaggio.



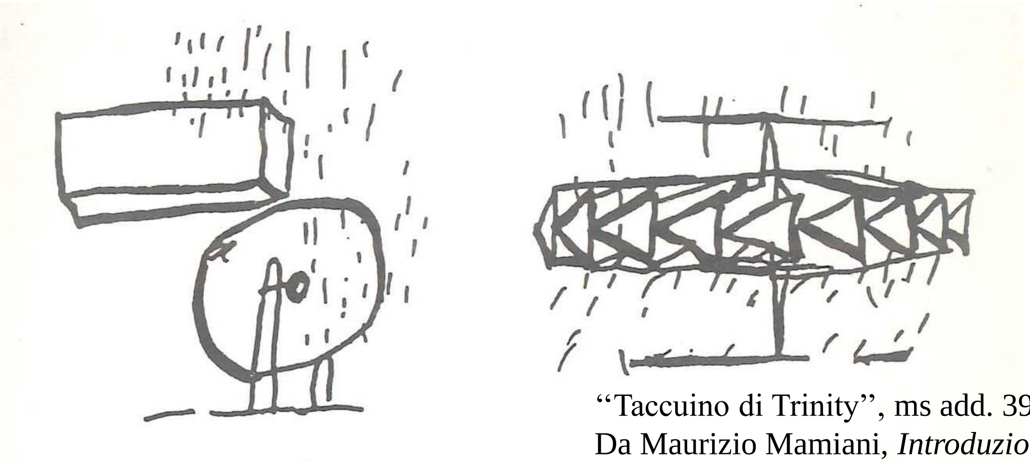
La cosmologia meccanicista di Cartesio

Pluralità di sistemi planetari.
I pianeti del nostro sistema solare sono trascinati intorno al sole S da un enorme vortice di materia densa (il vuoto non ammesso) e suddivisa in corpuscoli estremamente piccoli.
Il vortice non è percettibile ai sensi ma ha l’enorme vantaggio di dare una spiegazione INTELLIGIBILE del moto dei pianeti.



Newton studente (19 e 23 anni): obiezioni alla gravitazione cartesiana

- Nella teoria meccanicista cartesiana della gravità terrestre il peso dei corpi deriva dall'urto meccanico di un etere materiale che scende verso il basso.
- Newton si chiede: "Provare se i raggi della gravità possono essere fermati riflettendoli o rifrangendoli. Se così fosse, un moto perpetuo può essere prodotto in uno di questi due modi".



"Taccuino di Trinity", ms add. 3996, ed. McGuire, Tamny, 1983.
Da Maurizio Mamiani, *Introduzione a Newton*, Laterza 1999.

Newton studente (19 e 23 anni): obiezioni alla gravitazione cartesiana

- Nella teoria meccanicista cartesiana della gravità terrestre il peso dei corpi deriva dall'urto meccanico di un etere materiale che scende verso il basso.
- Altra domanda: "provare se sia più pesante un pezzo di piombo o la sua polvere sparsa qua e là, se lo sia più una lamina disposta di piatto o di costa".

Newton studente (19 e 23 anni): obiezioni alla gravitazione cartesiana

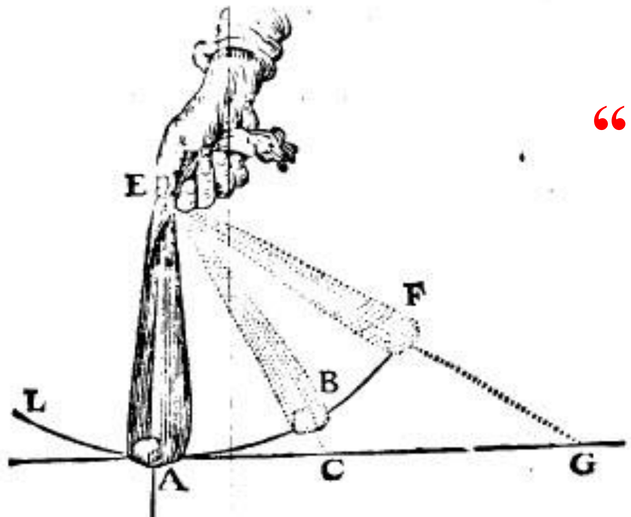
- In queste straordinarie speculazioni possiamo individuare la strada verso la nozione della massa gravitazionale m_g.
- La forza motrice che genera il peso non dipende dalla superficie del corpo ma solo dalla sua quantità di materia, intera, polverizzata o comunque configurata.
- Il corpo oppone una resistenza interna d'inerzia. dipendente dalla sua quantità di materia ($\div m$ in Def. III).
- Il fatto che tutti i corpi cadano allo stesso modo (isocronismo del pendolo al variare del peso attaccato) porta naturalmente alle idee di proporzionalità $m \div$ peso e massa "passiva" ÷ massa "attiva".

Newton studente (19 e 23 anni): dinamica del moto circolare [centripeto] e premesse della gravitazione universale

- Nel 1664 Newton elabora una propria trattazione dinamica del moto circolare uniforme che lo porta a calcolare la “forza centrifuga” $\mathbf{F_c \div [m]\, V^2/R}$ (V = velocità, R = raggio) con cui il corpo tende verso la traiettoria rettilinea tangenziale che la sua inerzia tenderebbe a fargli percorrere se non fosse costretto a compiere il moto circolare.

Newton calcola (1664) lo “sforzo centrifugo” di un corpo in moto circolare uniforme (1)

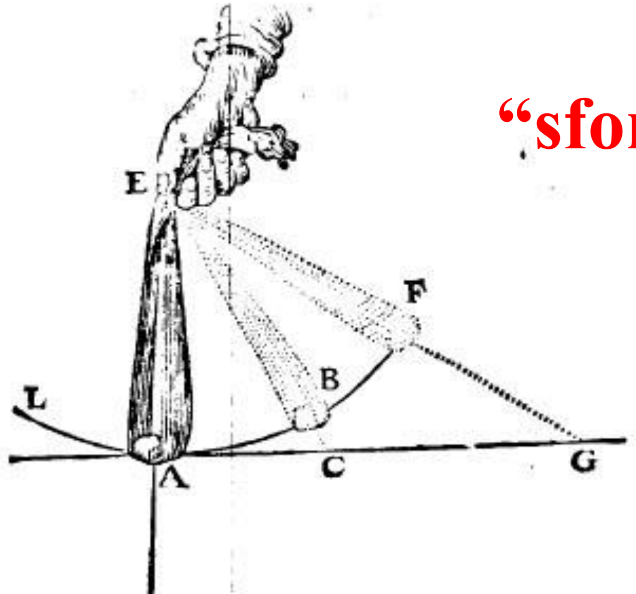
- Il corpo si muove di moto circolare uniforme.
- Se non ci fosse la corda, partendo da A il corpo si muoverebbe di moto rettilineo uniforme lungo la tangente (inerzia cartesiana).
- Newton assume l’esistenza di una “**sforzo centrifugo**” esercitato dal corpo sulla corda nel tentativo di “recedere” verso la traiettoria inerziale rettilinea che il corpo descriverebbe se non ci fosse la corda.
- Newton identifica lo sforzo centrifugo con la tensione esercitata dal corpo sulla corda (la corda si tende e al limite si rompe aumentando la velocità).



“sforzo centrifugo” ÷ [m] V^2/R,

Newton calcola (1664) lo “sforzo centrifugo” di un corpo in moto circolare uniforme (2)

- Il calcolo di sforzo centrifugo ÷ [m] V^2/R rappresenta un grande risultato.
- Non tutti gli aspetti del calcolo di Newton sono però chiari.
- Solo nel 1673 Huygens pubblicherà questa proporzionalità quantitativa (ma senza dimostrazione!).



“sforzo centrifugo” ÷ [m] V^2/R

Come fece il giovane Newton a calcolare la relazione: “sforzo centrifugo” ÷ V^2/R?

- Le slides che seguono contengono una proposta di interpretazione di questo argomento molto importante, ma spesso non approfondito anche nelle trattazioni monografiche dedicate a Newton.
- Useremo alcuni indizi che troviamo nei *Principia*.
- Individueremo le basi cartesiane su cui Newton costruisce:

  -azione tra corpi mediante urto diretto,

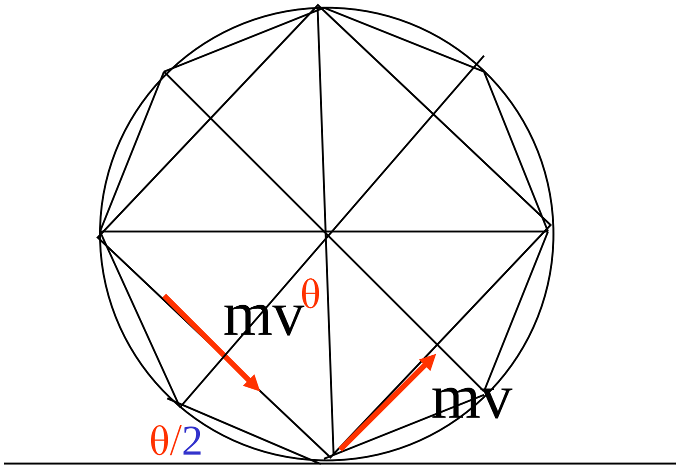
  -centralità della quantità di moto mv,

  -urto e quantità di moto.
- E le difficoltà del suo passaggio al nuovo concetto di forza definita come variazione della quantità di moto nell’unità di tempo: Forza ÷ $\Delta mv / \Delta t$.

Il giovane Newton calcola lo “sforzo centrifugo” di un corpo in moto circolare uniforme

- Newton immagina che un corpo di massa m si muova su un poligono circoscritto a una circonferenza e che urti la circonferenza negli spigoli rimbalzando con velocità immutata.
- Newton si chiede qual è la “forza” che il corpo esercita sulla circonferenza a ogni urto.
- Con “forza” Newton intende in pratica la **quantità di moto** **mv** del corpo e assume che essa sia pari alla “forza centrifuga” esercitata sulla circonferenza nell’urtarla.
- Notare come Newton si muova in un contesto cartesiano in cui la grandezza presa come “**forza**” o “**sforzo**” è la **quantità di moto** **mv**.

Una schematizzazione della situazione considerata dal giovane Newton



Newton stabilisce che per ottenere il moto circolare uniforme serve una "Forza" totale

"F" = 2π mv

“forza” = mv anche nei *Principia*, ove forza è pure definita come $F = \Delta mv/\Delta t$ …

- Nello “scolio” alla prop. 4 del 1° libro dei *Principia*, Newton dà una dimostrazione qualitativa dell’espressione della forza centrifuga nel moto circolare uniforme (assumendo poi che nel moto dei pianeti sia forza centrifuga = forza gravitazionale centripeta). La sua dimostrazione giovanile era stata sostanzialmente la stessa:
- “… and if a body, moved with a given velocity along the sides of the polygon is reflected from the circle at the several angular points, the force, with which at every reflection it strikes the circle, will be as the velocity [sottinteso il prodotto con la massa]: and therefore the sum of the forces, in a given time, will be as the product of that velocity and the number of reflections …” Dover edition , p, 47.

La “forza” totale “F” di Newton

- Nei *Principia* Newton calcola quindi una sorta di forza centrifuga totale esercitata dal corpo sulla circonferenza come somma di tutte le quantità di moto con cui il corpo colpisce la circonferenza.
- È una quantità di moto, non una forza nel senso nostro (lo si vede anche dimensionalmente che è un prodotto mv):

$$\text{“F”} = 2\pi\, mv$$

- Il giovane Newton adotta questo valore e poi potrebbe aver ragionato come segue.

Dalla "forza" totale alla "forza" in un dato tempo (dai *Principia*)

- È plausibile che il giovane Newton abbia fatto un ragionamento simile per ottenere SFORZO ÷ V^2/R
- Newton considera in pratica la frazione Δ"F" della "forza" totale "F" che corrisponde a un piccolo tratto Δl della traiettoria circolare percorso in un dato tempo Δt.
- Indica la seguente proporzione nello spazio, non nel tempo (può usare Δl al posto di Δt perché il moto è uniforme):
- "F" : Δ"F" = 2πr : Δl, da cui ("F" = 2πmv):

$$\Delta\text{“F”} = (\text{“F”}\Delta l)/(2\pi r) = mv\Delta l/r$$

La conclusione di Newton

- Il tempo Δt è fissato e quindi il tratto Δl è proporzionale alla velocità v:
- $\Delta l \div v$ ($\Delta l = v\Delta t$, con Δt fissato).
- Da Δ"F" = $mv\Delta l/r$, si ricava usando $\Delta l \div v$:

Δ"F" $\div$ (mv^2/r)

- Newton dice: "This is the **centrifugal force**, with which the body impels the circle; and to which the contrary force, wherewith the circle continually repels the body towards the centre, is equal."
- Noi avremmo sostituito $\Delta l = v\Delta t$:
- **Δ"F" $\div$ (mv^2/r) Δt** e definito la forza come:
- **Δ"F"/ Δt = (mv^2/r).**

Notare la difficoltà e l’ambiguità del concetto di forza

- Influenzato dalla tradizione precedente, Newton chiama “forza” quello che per noi è una quantità di moto o un impulso (mv).
- Emerge di nuovo la difficoltà di definire i nuovi concetti e il moto pendolare anche dei grandi scienziati tra vecchi e nuovi concetti.
- Di nuovo la difficoltà delle storiografie rivoluzionarie che presuppongono una transizione netta dal vecchio al nuovo.

Il percorso del giovane Newton verso l'idea della gravitazione universale proporzionale all'inverso del quadrato della distanza: $F \div 1/R^2$

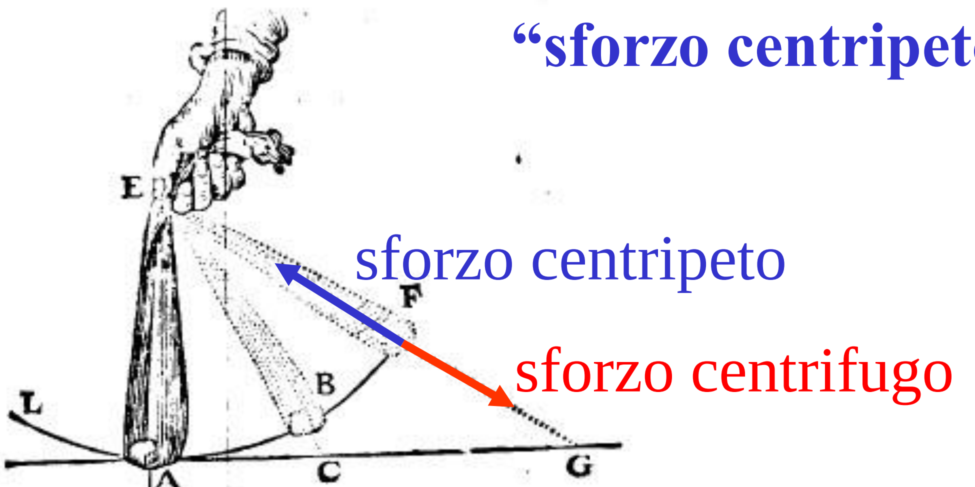
- Applicazione ai moti planetari:

  Newton combina la relazione che ha trovato per la "forza centrifuga" $\mathbf{F_c \div [m]\, V^2/R}$ con la terza legge di Keplero ($\mathbf{R^3/T^2}$ = costante, con R e T che indicano la distanza media dal sole e il periodo di rivoluzione dei vari pianeti) e conclude a favore di una tendenza "centripeta" $\mathbf{F \div [m]/R^2}$ per il moto di tutti i pianeti.

Sfruttando il calcolo della “forza” centrifuga Newton inizia a concepire l’idea della gravitazione universale:

- Stabilito che il corpo esercita uno “**sforzo centrifugo**” sulla corda, Newton assume che la corda eserciti uno “**sforzo centripeto**” uguale e contrario, così da mantenere il corpo sulla traiettoria circolare (se la corda non ci fosse, il corpo partirebbe lungo la tangente seguendo il moto inerziale rettilineo).
- Il moto circolare uniforme viene così associato a una condizione di equilibrio tra “sforzo centrifugo” e “sforzo centripeto” uguali e contrari.

“sforzo centripeto” = “sforzo centrifugo”



Combinando lo “sforzo centrifugo” con la 3° legge di Keplero, Newton ricava lo “sforzo centripeto” per i moti planetari

- Essendo “**sforzo centripeto**” = “**sforzo centrifugo**” ÷ **[m] V^2/R**, si ha:

“**sforzo centripeto**” ÷ **[m] V^2/R**,

- per il moto circolare uniforme, è:

$$V^2 = (2\pi R/T)^2 \div R^2/T^2,$$

- e sostituendo V^2 nella precedente:

“**sforzo centripeto**” ÷ **[m] R/ T^2**.

- Dalla 3° legge di Keplero R^3/T^2 = costante, si ricava $1/T^2 \div 1/R^3$, che sostituita nella precedente dà:

“**sforzo centripeto**” ÷ **[m]/R^2**.

Il percorso del giovane Newton verso l’idea della gravitazione universale proporzionale all’inverso del quadrato della distanza: $F \div 1/R^2$

- Il terzo passo:
- Non sappiamo bene se prima o dopo il calcolo appena visto per lo sforzo “centripeto” dei pianeti, Newton esegue anche un confronto tra la caduta verticale di un corpo in prossimità della superficie terrestre e la caduta “centripeta” che la luna compie rispetto alla traiettoria rettilinea tangenziale che la sua inerzia tenderebbe a farle percorrere.
- Si tratta del famoso confronto tra la caduta della mela e la caduta della luna.
- Da questo confronto Newton ottiene che l’accelerazione di caduta della Luna diminuisce rispetto all’accelerazione di caduta seguendo all’incirca la stessa legge $\mathbf{1/R^2}$ trovata per i pianeti.
- Questo passo è importante perché per la luna è più facile concepire che lo sforzo “centripeto” derivi da una gravità attenuata dalla distanza.
- Newton può quindi concepire che esista una gravità universale $\mathbf{F \div 1/R^2}$ che vale indistintamente per tutti i corpi del sistema planetario e per i corpi terrestri rispetto alla terra.

Calcolo dell'accelerazione caduta della luna verso la terra (Newton usa metodi geometrici)

- Raggio della terra = r
- Raggio dell'orbita lunare = R
- Newton assume R = 60r

Se la luna L seguisse il proprio moto inerziale a velocità V, in un tempo dt percorrerebbe il tratto BL = V dt.
Calcoliamo BD = BC – R.
Applicando il teorema di Pitagora, si ricava:

$$BC = \sqrt{R^2 + (V\,dt)^2} = R\sqrt{1 + \left(\frac{V\,dt}{R}\right)^2}$$

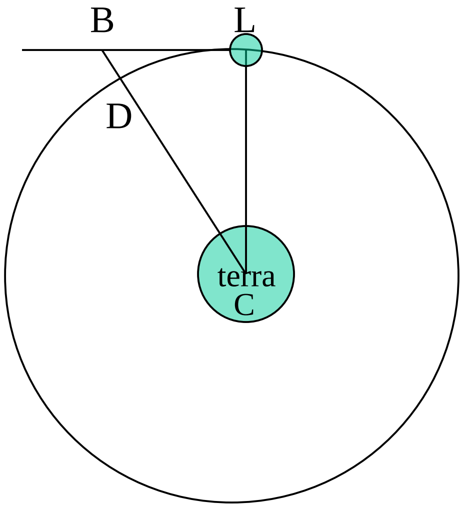
Con uno sviluppo di Taylor al primo ordine:

$$BC = R\left(1 + \frac{1}{2}\frac{V^2\,(dt)^2}{R^2}\right) = R - \frac{1}{2}\frac{V^2}{R}(dt)^2$$

Cioè:

$$BD = \frac{1}{2}\left[\frac{V^2}{R}\right](dt)^2$$

Notare che la relazione può essere considerata una caduta uniformemente accelerata BD nel tempo dt con accelerazione **$g_L = V^2/R$** e che V^2/R coincide con il valore calcolato da Newton per lo sforzo "centripeto" dei pianeti.



Il confronto tra g_L all'altezza della luna e g_T per un corpo sulla superficie della terra

- Raggio della terra = r
- Raggio dell'orbita lunare = R
- Newton assume R = 60r

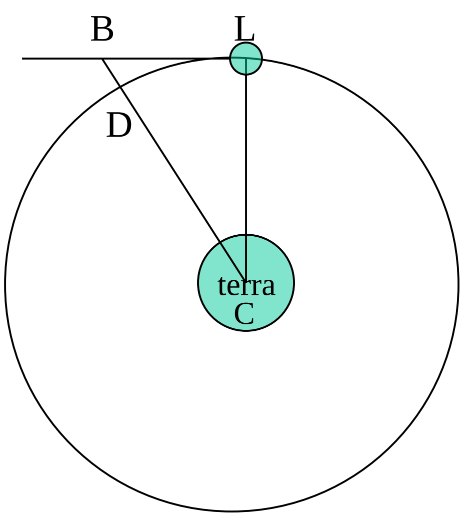
Newton esegue il rapporto tra g_L ottenuto in precedenza (calcolabile a partire da V e da R) e g_T (ricavabile dagli esperimenti di caduta sulla terra) e trova che:

$$\frac{g_L}{g_T} = \frac{r^2}{R^2} = \frac{r^2}{(60r)^2} = \frac{1}{3600}$$

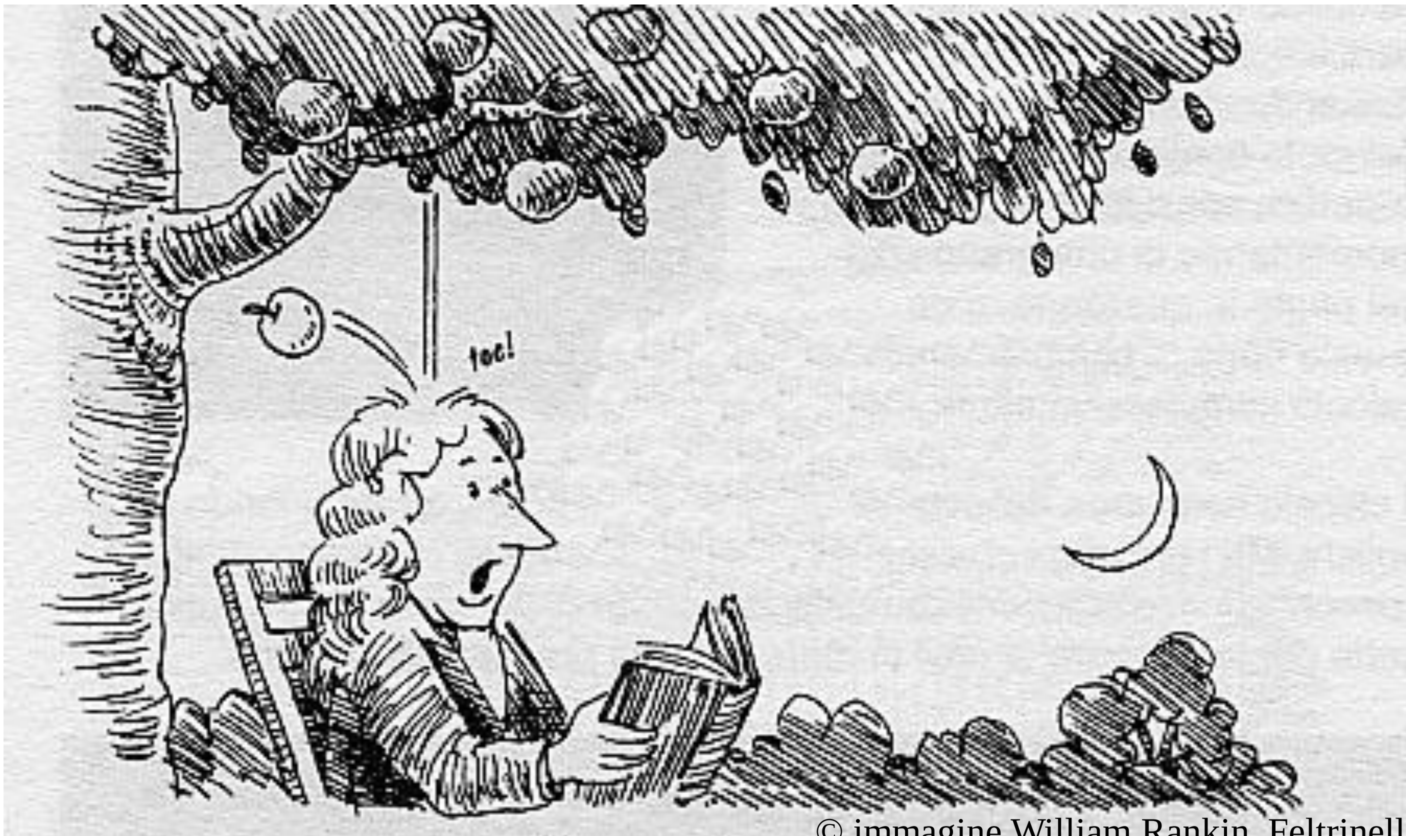
Verificando così che vale la legge dell'inverso del quadrato della distanza:

$$\mathbf{F \div 1/R^2}$$

Va precisato che Newton ha in realtà qualche problema perché i dati che possiede lo portano a in rapporto 1/4000 circa, anziché 1/3600.
Ha comunque concepito l'idea della legge dell'inverso del quadrato per la distanza. Per il momento mette da parte l'argomento per riprenderlo e precisarlo diversi anni dopo.



È un risultato straordinario che unifica i fenomeni terrestri e celesti, che la fisica aristotelica separava rigorosamente



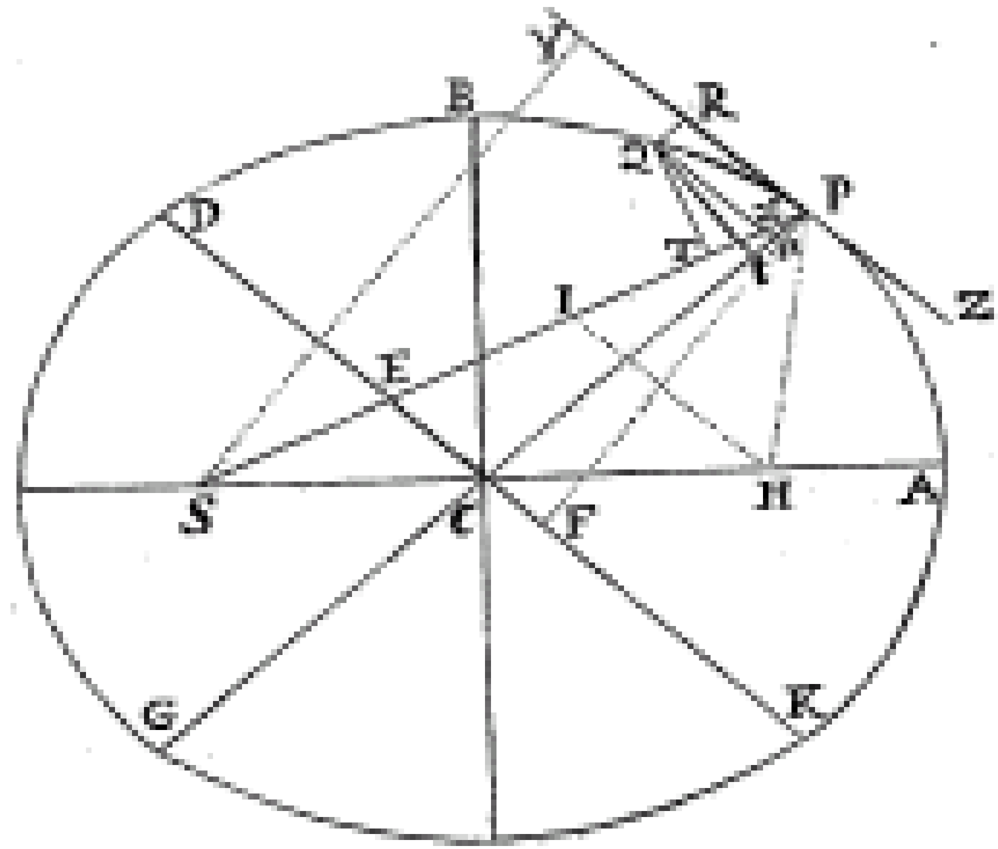
Il famoso aneddoto di Newton e la mela. Come la mela, anche la luna cade verso la terra per affetto della gravità terrestre (indebolita dalla distanza secondo la legge $F \div 1/R^2$. Episodio riferito dallo stesso Newton al suo biografo William Stukeley come punto di origine della sua nuova idea della gravitazione universale (circa 1666).

Il punto di arrivo

- La dinamica esposta nei *Principia*, basata sulle 8 DEFINIZIONI e le 3 LEGGI DEL MOTO.
- Nozioni di massa inerziale m_i e di una concomitante capacità gravitazionale attiva che la massa esercita in misura proporzionale alla sua quantità (m_g).
- Trattazione unificata dei fenomeni gravitazionale terrestri e celesti (gravitazione universale).
- moti di corpi in mezzi resistenti con leggi di forza $f = f(v)$ dipendenti dalla velocità (resistenza dei gravi e pendoli in aria e resistenza opposta ai pianeti da un eventuale sottile mezzo etereo).
- Velocità del suono, rifrazione corpuscolare, pochi altri fenomeni.

Il nuovo cosmo (orbite spiegate dalle leggi del moto insieme alla gravitazione universale)

Apparentemente vuoto
ma Newton specula sulla
possibile esistenza di un
sottile etere, mediatore
della gravitazione (e altro).



Il carattere paradossale della gravitazione newtoniana

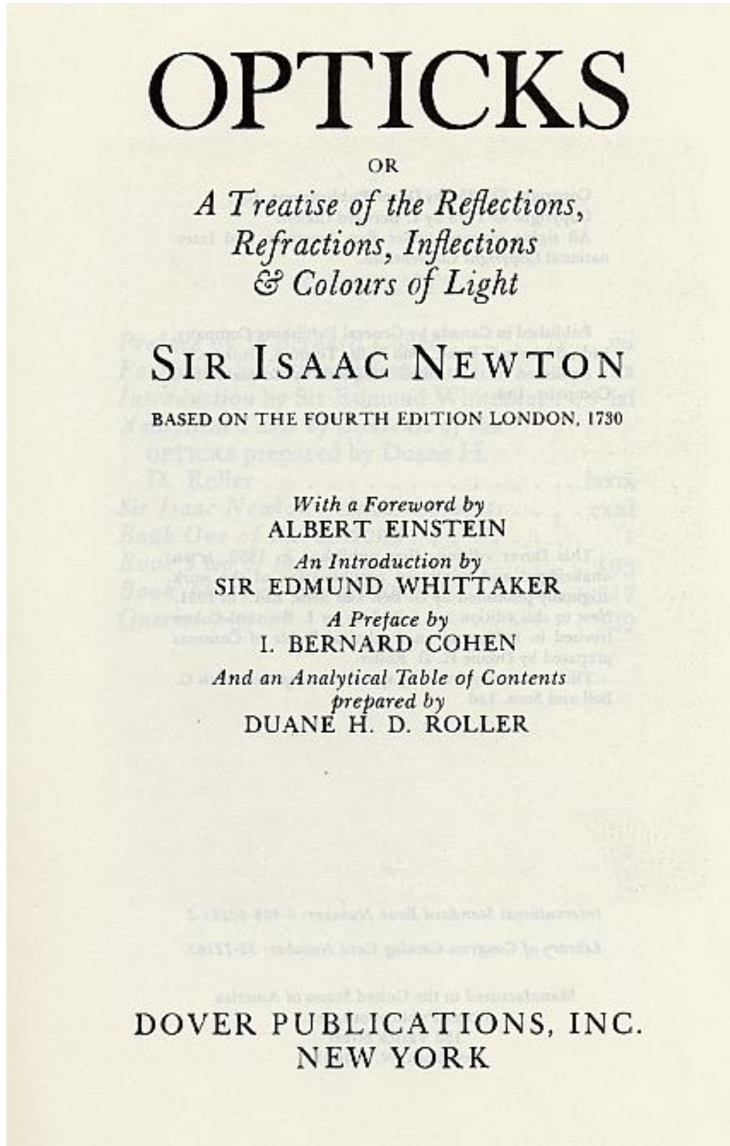
- Newton ricava la gravitazione universale macroscopica $F = G\frac{M_1 M_2}{R^2}$ e dimostra che vale una legge “microscopica” $f = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$.
- È un risultato molto paradossale: un’azione penetrantissima senza alcuna attenuazione.
- Contrario all’esperienza comune che ci mostra la rapida “schermatura” delle azioni.
- A livello didattico non si rimarca questo punto.

Come può Newton concepire una immagine così astratta della natura?

- Un possibile ruolo giocato dalle concezioni sulla materia che si forma in base ai propri studi di ottica ma anche degli studi di altri sulle proprietà della materia.
- I fenomeni che si incontrano in questi ambiti (ad esempio la porosità e la trasparenza) e la loro interpretazione lo conducono a un’immagine fortemente “dematerializzata” della materia.
- Newton fa emergere questi temi nell’altro suo grande capolavoro fisico, l’*Opticks*.

L'*Opticks* di Newton

(1704, 1706, 1717/18, 1721, 1730)



OPTICKS

OR

A Treatise of the Reflections,
Refractions, Inflections
& Colours of Light

SIR ISAAC NEWTON

BASED ON THE FOURTH EDITION LONDON, 1730

With a Foreword by
ALBERT EINSTEIN
An Introduction by
SIR EDMUND WHITTAKER
A Preface by
I. BERNARD COHEN
And an Analytical Table of Contents
prepared by
DUANE H. D. ROLLER

DOVER PUBLICATIONS, INC.
NEW YORK

Il fertile intreccio delle ricerche di Newton e l’importanza dell’ottica

- Newton adotta la teoria corpuscolare della luce (in realtà ha una teoria “complementare” con corpuscoli “guidati” da un sottile etere vibrante).
- Il problema è quello di spiegare la trasparenza ottica (Lib. II, Parte III, Prop. VIII).
- Newton presenta un particolare modello di materia in cui il rapporto tra vuoto e pieno può essere reso grande a piacere introducendo particelle di vari ordini disposte in ordine gerarchico.
- Mondo materiale quasi completamente vuoto!

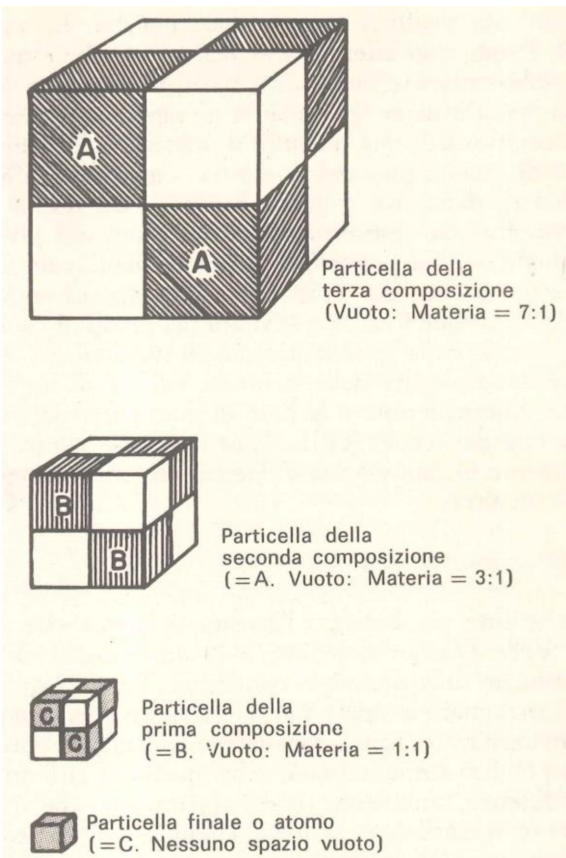
Modelli trasversali della materia e ipotesi della materia “in un guscio di noce”

- “The gravitating power of the Sun is transmitted through the vast Bodies of the Planets without any diminution …”.
- È significativo l’accostamento alla gravitazione e, passando poi alla trasparenza ottica, afferma:
- “Now if we conceive these particles of Bodies to be so disposed among themselves, that the Intervals or empty Spaces between them may be equal in magnitude to them all; and that these Particles may be composed of other Particles much smaller which have as much empty Space between them as equals all the Magnitudes of these smaller Particles are composed of others much smaller …”.

Modelli trasversali della materia e ipotesi della materia “in un guscio di noce”

- “And if in any gross Body there be, for instance, three such degrees of Particles, the least of which are solid, this body will have seven times more Pores than solid Parts. But if there be four such degrees of particles … the Body will have fifteen times more pores than solid Parts. If there be five degrees, the Body will have one and thirty times more Pores than solid Parts. If six degrees … sixty and three times more Pores than solid Parts. Ans so on perpetually”.

Modelli trasversali della materia e ipotesi della materia "in un guscio di noce"



La particella di ordine inferiore va ad occupare il volume scuro nella particella di ordine superiore.

Presa la particella solida 'fondamentale' di lato l_0, il volume totale all'ordine *n* è:

$$V_{tot} = (2^n)^3 \cdot l_0^3.$$

Il volume pieno è:

$$V_p = (2^{2n}) \cdot l_0^3.$$

$$\frac{Vuoto\ parziale}{Pieno} = \frac{(2^n)^3 \cdot l_0^3 - (2^{2n}) \cdot l_0^3}{(2^{2n}) \cdot l_0^3} =$$

$$\frac{Vuoto\ parziale}{Pieno} = 2^n - 1 \rightarrow \infty$$

La materia "in un guscio di noce"