

Il quanto di luce e la fisica quantistica

Giuseppina Rinaudo

Dipartimento di Fisica – Università di Torino
giuseppina.rinaudo@unito.it

Corso di aggiornamento in fisica – AIF Sezione di Pavia – 6 Novembre 2013

Il quanto di luce e la fisica quantistica

- motivazioni della scelta
- ripensare all'*energia* in fisica classica: aspetti "corpuscolari" e "ondulatori"
- dal "quanto di azione" di Planck al "quanto di luce" di Einstein
- il metodo della "somma sui molti cammini"

Riferimenti

R.Feynman, "QED, la strana teoria della luce" ADELPHI 1985

E.F.Taylor, *Computers in Physics* 12 (1998) 190

E.Fabri, "Come introdurre la fisica moderna nella scuola secondaria superiore" LFNS 29, Suppl.n.1, p.63-80 (1996)

L.Borello et al., "Il metodo della somma sui molti cammini di Feynman per l'introduzione della Meccanica Quantistica" LFNS 35, Suppl.n.2, p.119-124 (2002)

M.Romita, "Il paradigma onto-semiotico nella didattica per la Meccanica Quantistica: una proposta di formazione per i docenti di scuola superiore" LFNS 46, Suppl.n.1, p.147-153 (2013)

Sito web <http://www.iapht.unito.it/qm/>

Motivazioni della scelta

La proposta nasce nel 2000 (avvio corsi SIS e progetto SECIF-Guidoni)

Scopo: introdurre la fisica dei quanti con un percorso che

- *richieda prerequisiti ragionevoli di conoscenze matematiche (NO all'uso di numeri complessi e di equazioni differenziali)*
- *richieda prerequisiti ragionevoli di conoscenze fisiche (concetti di energia, spazio, tempo, massa, velocità, quantità di moto, frequenza)*
- *eviti di porre in contrapposizione fisica "classica" e fisica "quantistica", anzi rinforzi i concetti fondamentali della fisica classica*
- *permetta una "visualizzazione" ragionevole dei concetti fondamentali della meccanica quantistica (dibattito Schrödinger-Heisenberg)*
- *eviti il "dualismo onda-particella"*
- *fornisca una chiave di interpretazione degli esperimenti*

tutto è ricondotto sostanzialmente alla sola relazione di Planck

$$E = h f$$

Che cosa c'è da capire nella relazione di Planck

$$E = h f \quad : \quad E = \text{energia}, h = \text{quanto di azione}, f = \text{frequenza}$$

- lega l'energia E alla frequenza f ,
- con un coefficiente di proporzionalità, h , che è una "costante naturale"

In fisica classica, energia e frequenza sono concetti che appartengono a fenomeni diversi, perché

- *l'energia è una proprietà che, nella fisica classica, associamo abitualmente a un corpo materiale, ben localizzato nello spazio-tempo, al quale però è difficile associare una "frequenza"*
- *la frequenza è caratteristica di un fenomeno periodico, al quale però è difficile associare una "energia" ben localizzata nello spazio-tempo*



È quindi essenziale ripensare al ruolo che il concetto di energia ha nella fisica classica

Energia: la cenerentola della fisica classica

- in *fisica classica* l'*energia* ha spesso, rispetto ad altri concetti, un ruolo marginale nella descrizione e comprensione dei fenomeni
- in *meccanica quantistica* l'*energia* è invece la grandezza cruciale: l'equazione di Schrödinger è una relazione fra "l'operatore energia" e i suoi "autovalori"
- l'*energia* va quindi ricondotta, fin dalla fisica classica, al suo ruolo centrale di "*variabile di stato*" e, come tale, *descrittore fondamentale e unificante* dei fenomeni

anche il ruolo della *quantità di moto* è mal utilizzato in fisica classica:

- viene usato principalmente per risolvere in modo abbreviato problemi in cui interviene la legge di conservazione della quantità di moto
- e non come descrittore di una *proprietà caratteristica dell'oggetto in moto*, come avviene invece in MQ
- anche la *quantità di moto* va ricondotta, fin dalla fisica classica, al suo ruolo di descrittore di una caratteristica del corpo in moto e non solo della sua interazione con altri corpi

Energia e quantità di moto in meccanica

- *nella meccanica classica* l'approccio al moto è calato in un'ottica newtoniana che finisce con il condizionarlo
- l'*energia* viene introdotta attraverso la via forza \rightarrow lavoro \rightarrow energia
- in questo modo, il concetto di energia è ancillare a quello di lavoro, a sua volta ancillare a quello di forza
- rimane in secondo piano la proprietà dell'energia di essere una "variabile di stato", cioè qualcosa che il corpo (o il sistema) porta con sé e lo caratterizza,
- l'essere una variabile di stato è ciò che determina essenzialmente il ruolo importante che l'energia ha in meccanica quantistica
- anche la *quantità di moto* dovrebbe essere vista come la vera proprietà *dinamica* che descrive il corpo in moto
- è molto più importante della velocità, che descrive invece la caratteristica cinematica del moto del corpo e che, in meccanica quantistica, perde significato
- mentre la quantità di moto mantiene, anche in MQ, il suo ruolo importante (è l'operatore che descrive la variazione spaziale della funzione d'onda!)

L'energia in elettromagnetismo

- *in elettromagnetismo* il ruolo riservato all'energia nell'approccio tradizionale è ancora più confuso che in meccanica
- manca soprattutto il concetto di energia "immagazzinata" in un *campo elettrico* o in un *campo magnetico*
- **esperimenti cruciali:**
 - per caricare un condensatore occorre un'energia $E_{el} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 V$ che poi rimane immagazzinata come energia elettrostatica nel volume V del condensatore
 - nel campo magnetico di un solenoide c'è un'energia $E_{mg} = \frac{1}{2} \mu H^2 V$, immagazzinata nel volume V del solenoide
- sono concetti essenziali per capire che un'onda elettromagnetica trasporta energia in quantità proporzionale al quadrato dei campi **E** e **H**
- peraltro l'idea di "campo" e di energia associata al "campo" è ormai familiare anche a un ragazzino di scuola media!



Riassumendo, che cosa si dovrebbe aver chiaro dalla fisica classica nei riguardi dell'energia:

- che l'energia è una proprietà caratteristica del corpo in sé (o del sistema di corpi)
- che può essere *trasferita* da un corpo all'altro in modi diversi attraverso interazioni diverse
- che può essere *trasportata* anche mediante onde, in particolare onde elettromagnetiche, senza che vi sia trasporto di massa
- che *l'energia portata da un'onda non è localizzata* è distribuita in un volume di dimensioni finite, a differenza di quella portata da un corpo materiale che, idealmente, può avere dimensioni piccole a piacere
- che l'energia può essere trasferita da un'onda a un corpo dotato di massa attraverso interazioni opportune

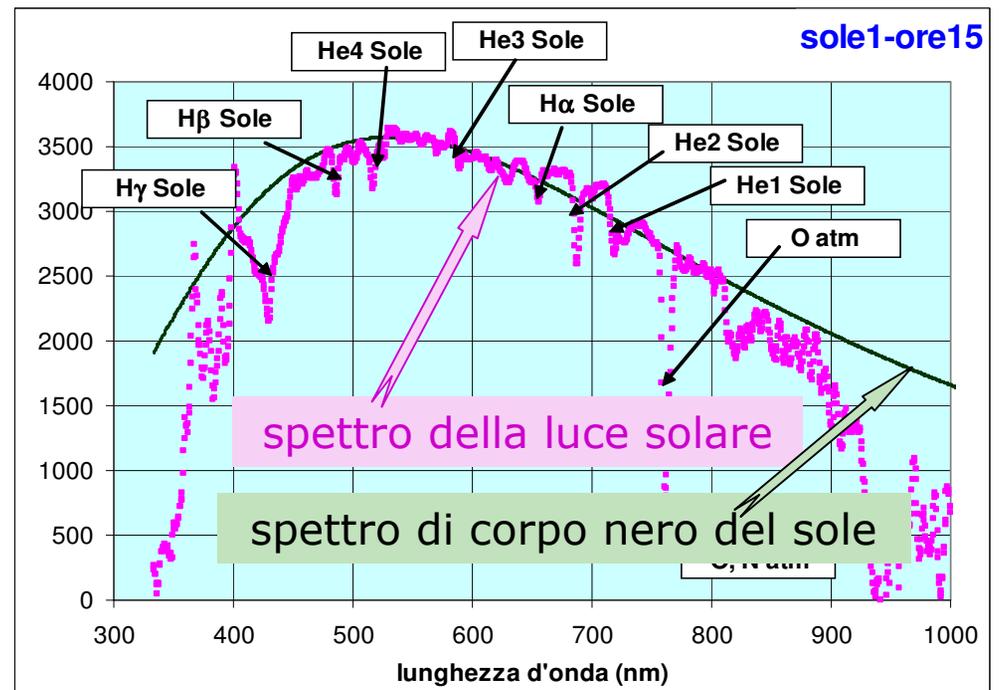
Tutto ciò vale per fenomeni macroscopici:
è ancora valido a dimensioni microscopiche?

L'inizio della storia: la relazione di Planck, $E = h f$

- formulata da Planck nel 1901 per interpretare una anomalia dello "spettro di corpo nero" non spiegata dal modello classico
- introdotta in modo confuso e spesso errato nei testi di fisica per seguire lo sviluppo storico

un po' di chiarezza fra i termini:

- "spettro": separazione della luce (radiazione elettromagnetica) nelle diverse lunghezze d'onda (colori). Si ottiene con un prisma o con un reticolo di diffrazione
- "spettro della luce solare": intensità luminosa (*energia*/tempo) in un intervallo di lunghezza d'onda. Si misura con un fotodiode che cattura l'energia solo in quel dato intervallo di lunghezza d'onda
- "spettro di corpo nero": è una curva teorica che si calcola ipotizzando un equilibrio fra la radiazione elettromagnetica emessa o assorbita da un corpo a temperatura T . L'andamento dello spettro solare è ben approssimato da uno spettro di corpo nero con una temperatura di circa 6500 K sulla superficie del Sole con sovrapposte le righe di assorbimento dell'atmosfera solare



Lo spettro di corpo nero

- l'andamento "a campana" dello spettro di corpo nero era già stato modellizzato nella seconda metà dell'Ottocento con ragionamenti classici di elettromagnetismo e di meccanica statistica

$$I(f) = Cf^3 e^{-Bf/k_B T}$$

$\xrightarrow{\text{termine di Boltzmann, con "energia" } E \text{ proporzionale alla frequenza } f}$
 $e^{-E/k_B T}$

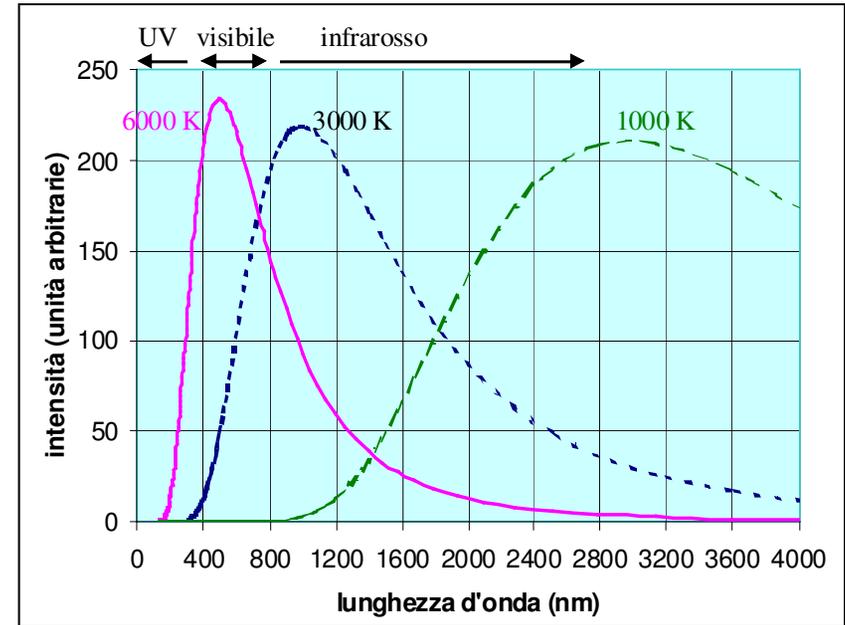
- idea base: la radiazione e.m. viene emessa di preferenza alla frequenza f a cui oscillano gli elettroni presenti nel corpo, che è legata alla temperatura assoluta T
- legge di Wien (1895): la frequenza a cui si verifica il picco di intensità è proporzionale alla temperatura assoluta T del corpo che ha emesso la radiazione, $f_{max} = 5AT$ ($A=3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$, costante di Wien). Dal valore di A si ottiene $B \approx 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \approx h!$
- "l'anomalia infrarossa": l'intensità a piccole frequenze del modello di Wien era troppo bassa Planck aggiunge sostanzialmente l'ipotesi che l'energia E della radiazione emessa da un singolo oscillatore sia un multiplo intero di una energia fondamentale $E_0 = hf$, $E = nE_0 = nhf$

- e ottiene l'espressione corretta dello spettro:

- con il termine "-1" aggiunto al denominatore della formula di Wien, che cura "l'anomalia infrarossa"

$$I(f) = \frac{2hf^3 c^{-3}}{e^{hf/k_B T} - 1}$$

- e il valore della costante C del modello di Wien, $C=2hc^{-3}$, che determina il valore assoluto della potenza emessa per unità di angolo solido: primo esempio di calcolo statistico quantizzato!



Il significato della relazione di Planck

$$I(f) = \frac{2hf^3c^{-3}}{e^{E/k_B T} - 1} = \frac{2hf^3c^{-3}}{e^{hf/k_B T} - 1} \longrightarrow E = hf$$

- Planck ipotizza sostanzialmente che materia e radiazione scambino energia in quantità elementari che sono pari al prodotto del "quanto di azione" h moltiplicato per la frequenza f

$$E = hf \quad E=\text{energia} \quad h=\text{quanto di "azione"} \quad f=\text{frequenza}$$

- la relazione di Planck è rivoluzionaria perché esprime un legame fra l'energia E ceduta da un corpuscolo "puntiforme" (l'elettrone) e la frequenza f di un campo e.m.:
 $E =$ proprietà tipica dei "corpuscoli materiali" $f =$ proprietà caratteristica di "un'onda"

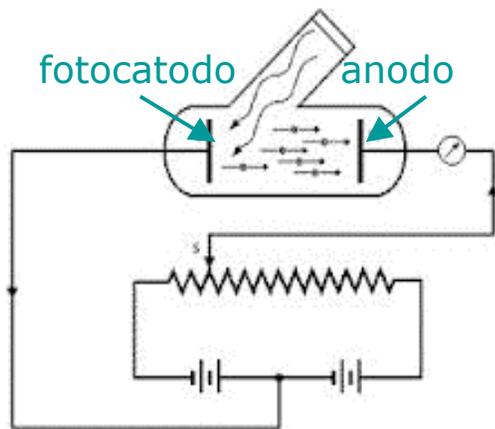
- domanda chiave:

l'energia del campo e.m. è "di per sé" quantizzata in multipli di hf ,
oppure si comporta come se fosse quantizzata solo quando viene scambiata
con oggetti materiali come gli elettroni?

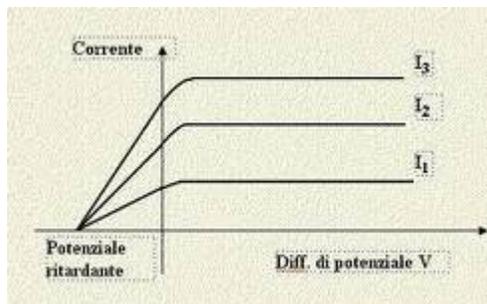
Da Planck a Einstein

L'interpretazione dell'effetto fotoelettrico

L'effetto fotoelettrico (Lénard, 1902)



- sul fotocatodo incide luce di frequenza f
- gli elettroni che escono sono attirati verso l'anodo dalla differenza di potenziale V
- la corrente va a zero per un valore del potenziale di arresto che dipende linearmente da f



$$eV = a + hf$$

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

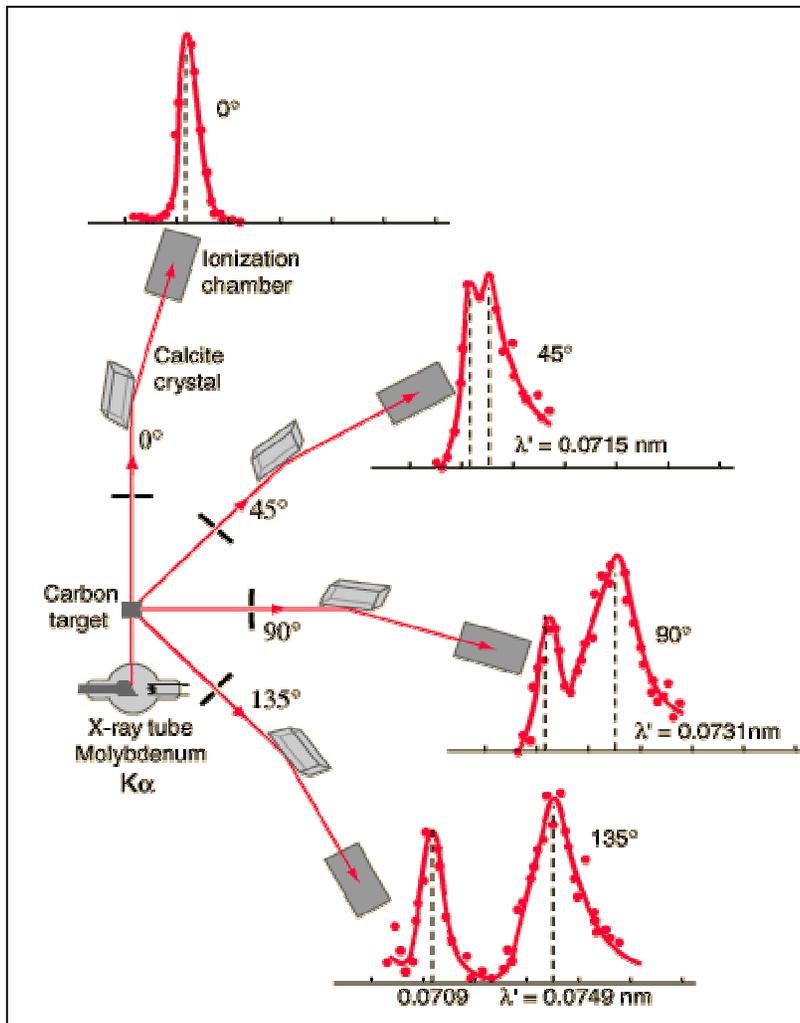
$h = \text{costante di Planck}$

l'interpretazione di Einstein (1905)

- l'energia di un campo elettromagnetico è "quantizzata"
- il valore del "quanto elementare" di energia di frequenza f è
$$E_f = hf$$
- h è la "costante di Planck"
$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$
- la quantizzazione dell'energia non avviene al momento dell'interazione con la materia, ma è il campo e.m. stesso che si comporta come una particella (il "fotone") che ha contemporaneamente aspetti corpuscolari (E) e ondulatori (f)

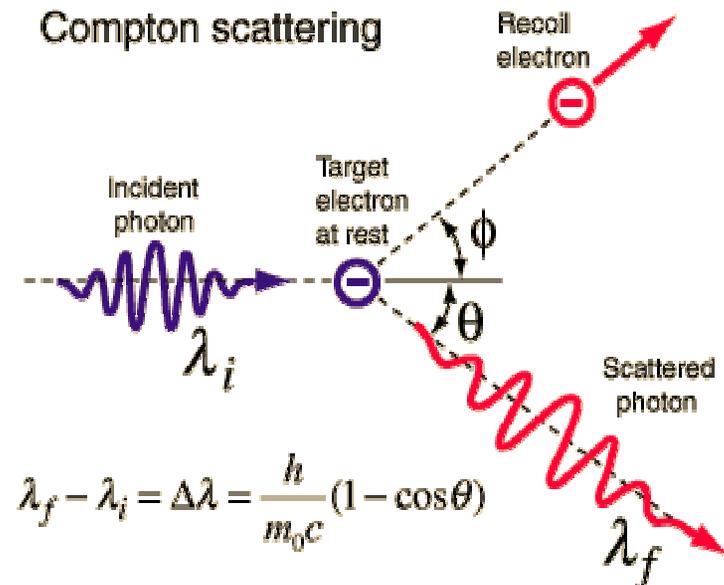
L'effetto Compton (1922)

- un fotone di energia $E=hf$ ha una quantità di moto $p = hf / c = E / c$
- *Il fotone si comporta come una particella di massa nulla dotata di energia e quantità di moto*



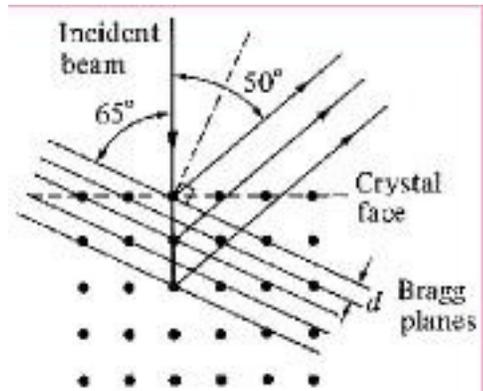
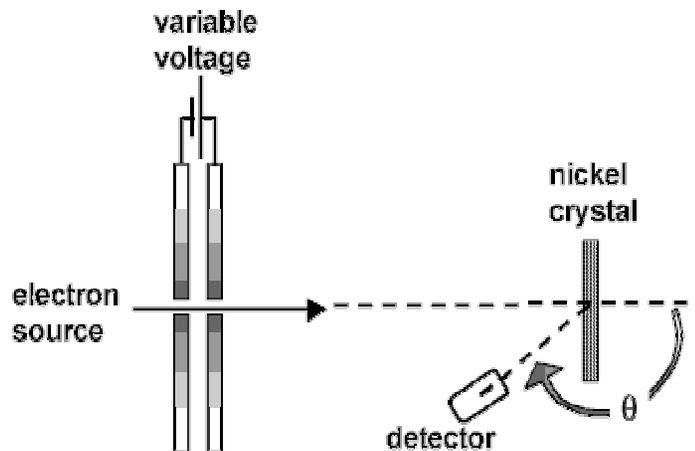
L'esperimento:

- Un fascio di raggi X di $\lambda=0,0709 \text{ nm}$ viene diffuso dagli elettroni di atomi di carbonio
- I fotoni che escono a un angolo θ hanno λ maggiori, compatibili con l'ipotesi che il fotone cede all'elettrone energia e quantità di moto compatibili con le leggi di conservazione



Bohr e l'interpretazione delle righe spettrali dell'atomo di idrogeno

- anche l'elettrone ha proprietà ondulatorie
- la sua lunghezza d'onda vale $\lambda = h / p$
- ipotesi confermata (1927) dagli esperimenti di Davidsson, Germer e, indipendentemente, da G.P.Thomson



Perché è difficile vedere effetti ondulatori in interazioni di elettroni

- Energia di un elettrone accelerato con una differenza di potenziale di 100 V:

$$E = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J} = 100 \text{ eV}$$

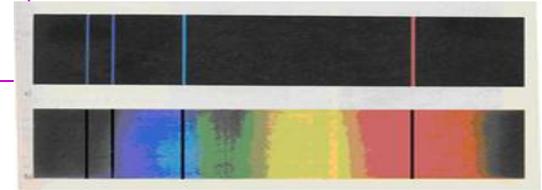
- Quantità di moto: $p = \sqrt{2mE} \approx 5,4 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/s}$
- Lunghezza d'onda:

$$\lambda = h / p \approx 1,2 \text{ nm}$$

λ è estremamente piccola anche per elettroni di bassa energia!

Negli esperimenti storici come quello di J.J.Thomson λ è così piccola che gli effetti ondulatori sono trascurabili: l'elettrone si comporta come una particella "classica"!

Bohr e l'interpretazione delle righe spettrali



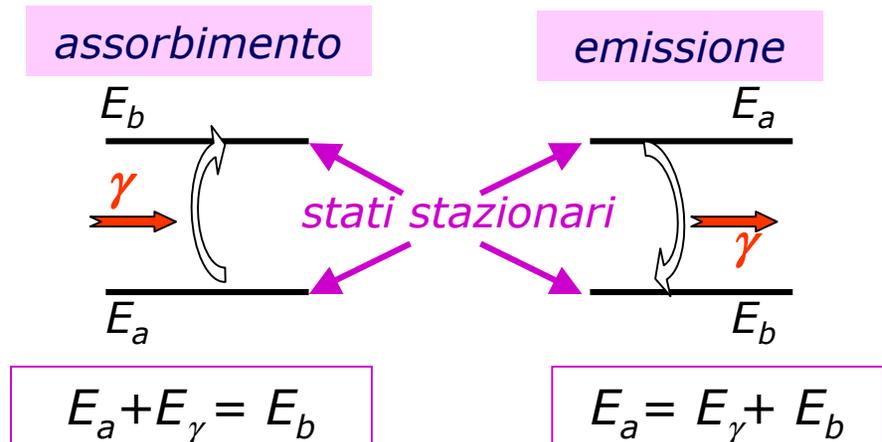
1859 leggi di Kirchoff sugli "spettri a righe" degli atomi

1885 serie di Balmer: $f \propto 1/n^2 - 1/m^2$ (f = frequenza della riga)

1913 ipotesi di Bohr sugli *stati stazionari* dell'elettrone nell'atomo di idrogeno e sulle *transizioni fra stati*: anche l'elettrone ha una "frequenza propria" calcolata dalla relazione di Planck in base all'energia cinetica

Modello di Bohr:

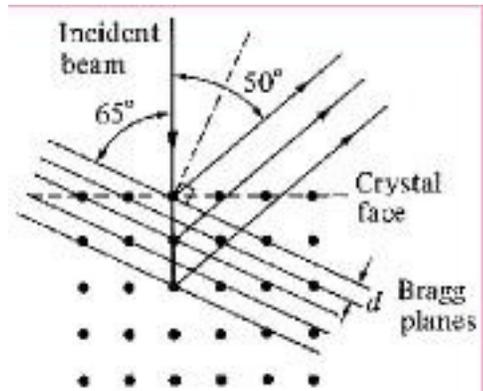
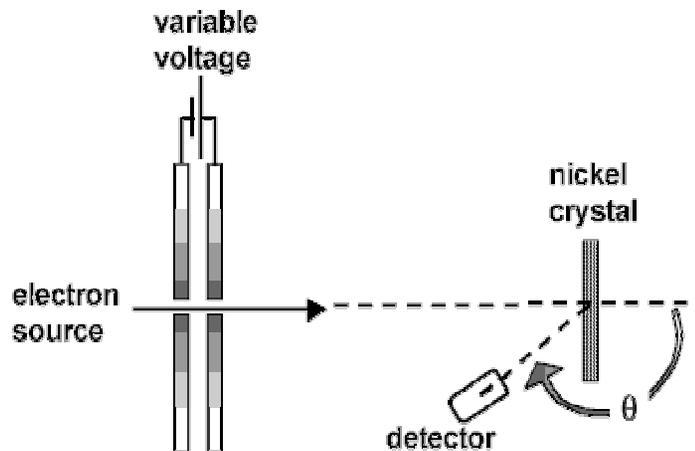
- l'elettrone percorre un'orbita circolare di raggio r calcolato secondo la meccanica classica
- l'energia cinetica e quella potenziale dipendono dalla distanza media r dal nucleo come pure il periodo T e la pulsazione $\omega = 2\pi/T$
- non tutte le orbite sono stabili, ma solo quelle per cui la frequenza di rotazione è pari alla frequenza "propria" dell'elettrone calcolata dalla relazione di Planck in base all'energia cinetica
- di qui segue che il momento angolare orbitale è multiplo intero di $h/2\pi$ e che i valori permessi dell'energia totale $E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$ sono discreti (quantizzati) e sono espressi dalla relazione $E_n = -R_H/n^2$
- per la proporzionalità tra frequenza ed energia della radiazione ($E_\gamma = h f_\gamma$), l'emissione o l'assorbimento della radiazione avviene a una frequenza "sintonizzata" non con la frequenza di rotazione dell'elettrone ma con la *differenza di energia fra stati stazionari*



la quantizzazione delle frequenze coincide con la conservazione dell'energia

De Broglie e la lunghezza d'onda dell'elettrone (1924)

- l'elettrone ha proprietà ondulatorie
- la sua lunghezza d'onda vale $\lambda = h / p$
- ipotesi confermata (1927) dagli esperimenti di Davidsson, Germer e, indipendentemente, da G.P.Thomson



Perché è difficile vedere effetti ondulatori in interazioni di elettroni

- Energia di un elettrone accelerato con una differenza di potenziale di 100 V:

$$E = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J} = 100 \text{ eV}$$

- Quantità di moto: $p = \sqrt{2mE} \approx 5,4 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/s}$
- Lunghezza d'onda:

$$\lambda = h / p \approx 1,2 \text{ nm}$$

λ è estremamente piccola anche per elettroni di bassa energia!

Negli esperimenti storici come quello di J.J.Thomson λ è così piccola che gli effetti ondulatori sono trascurabili: l'elettrone si comporta come una particella "classica"!

Il cambio di paradigma

Lo sviluppo storico della fisica classica ci ha abituati a pensare che

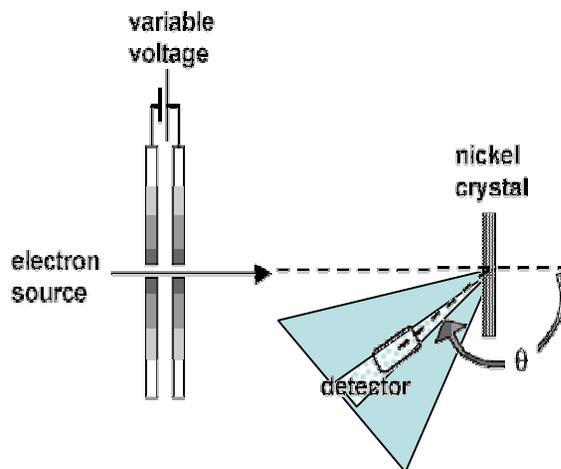
- un corpo dotato di una massa m , come l'elettrone, è una *particella* descrivibile come un "punto materiale" che segue le leggi della meccanica newtoniana: la descrizione del moto dei corpi dotati di massa come "punti materiali" risale infatti al XVII secolo e ha avuto innumerevoli verifiche sperimentali, mentre, per gli aspetti "ondulatori", bisogna arrivare al modello di Bohr (1913) e, per le prime evidenze sperimentali dirette, agli esperimenti di D.G.T (1927)
- la radiazione elettromagnetica è un'onda costituita da *campi* elettrici e magnetici che si propagano con un'ampiezza che varia secondo l'equazione dell'onda e che si *sovrappongono* nello spazio-tempo: la prima descrizione della luce come "onda" risale infatti al XVII secolo (Huygens), la prima verifica sperimentale è del 1801 (Young), mentre bisogna arrivare al 1902 per la prima evidenza sperimentale di aspetti "corpuscolari" e all'interpretazione di Einstein del 1905

Come dice Feynman fin dall'inizio del suo libro "*QED, la strana teoria della luce*", il linguaggio e le leggi della fisica classica sono inadeguate a descrivere il moto nelle condizioni estreme come quelle che si verificano nel mondo microscopico per cui non solo è *obbligatorio* ricorrere alle leggi della meccanica quantistica ma dobbiamo anche staccarci, nel *linguaggio*, dal modo di esprimersi proprio della meccanica classica, che è quello a noi più congeniale, dato che, in fondo, anche noi siamo degli oggetti "classici"

Perché è difficile descrivere un oggetto che si comporta in "modo quanto-meccanico"

le associazioni mentali, evocate dall'uso di certe parole come "onda" o "corpuscolo", sono fuorvianti

- quando si dice che un elettrone ha "comportamenti ondulatori" non significa che l'elettrone si comporta come "un'onda classica": un elettrone che viene rivelato da un dispositivo è rivelato "per intero", con tutta la sua energia, mentre per un'onda classica viene rivelata generalmente solo la *frazione di onda* che il dispositivo intercetta perché cade nell'angolo solido di copertura
- quando si dice che un fotone ha "comportamenti corpuscolari" non significa che si comporta come una particella "classica" perché ha una frequenza f e un'energia pari a hf , la sua posizione spaziale è definita solo all'interno di una "figura di diffrazione", ecc.



nell'esperimento di Davidson e Germer il rivelatore non rivela la frazione dell'onda "elettronica" che riesce a intercettare perché cade nel suo angolo solido, ma rivela sempre *l'intero elettrone* o non lo rivela per nulla

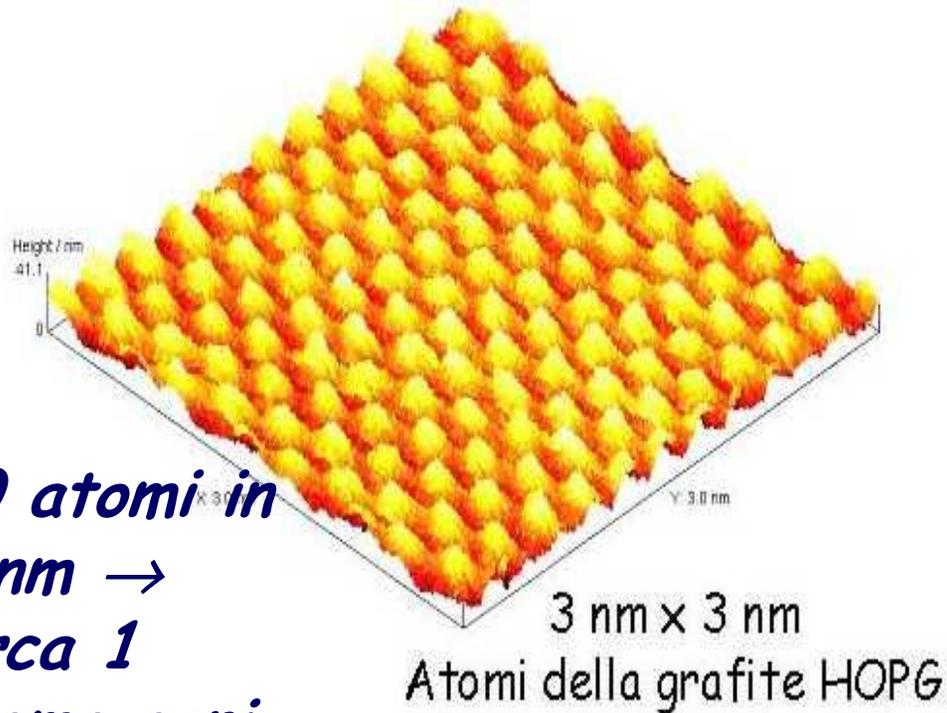
Dalla "fisica dei quanti" alla "meccanica quantistica"

- il modello ondulatorio di de Broglie: "l'onda di probabilità"
- l'equazione di Schrödinger (1926): la "funzione d'onda" e "l'ampiezza di probabilità"
- la meccanica delle matrici di Heisenberg (1925) e le relazioni di indeterminazione (1927)
- la scuola di Copenhagen e il dibattito sui fondamenti della meccanica quantistica

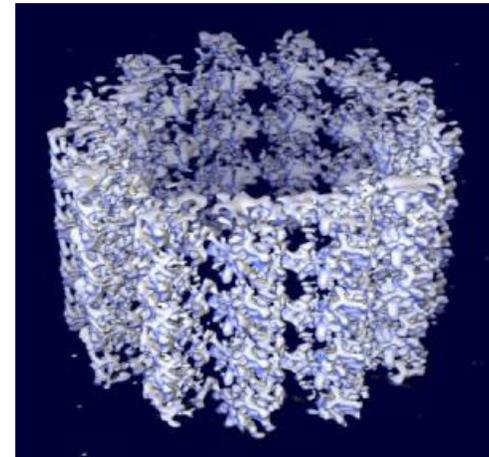


- è lecito tentare di "visualizzare" in qualche modo il comportamento di un corpo nelle condizioni in cui è richiesta la descrizione quantistica?
- il modello di Feynman va appunto in questa direzione: fu sviluppato (1985) per far capire agli "amici non fisici", in modo semplificato ma ragionevolmente rigoroso, le peculiarità di un oggetto che si comporta in un "modo quanto-meccanico"
- oggi molte riserve sul linguaggio sono superate perché lo sviluppo del Microscopio a Forza Atomica (AFM) e altri strumenti simili ha permesso di ottenere immagini di oggetti a livello atomico

Immagini all'AFM: grafite e nanotubi di carbonio



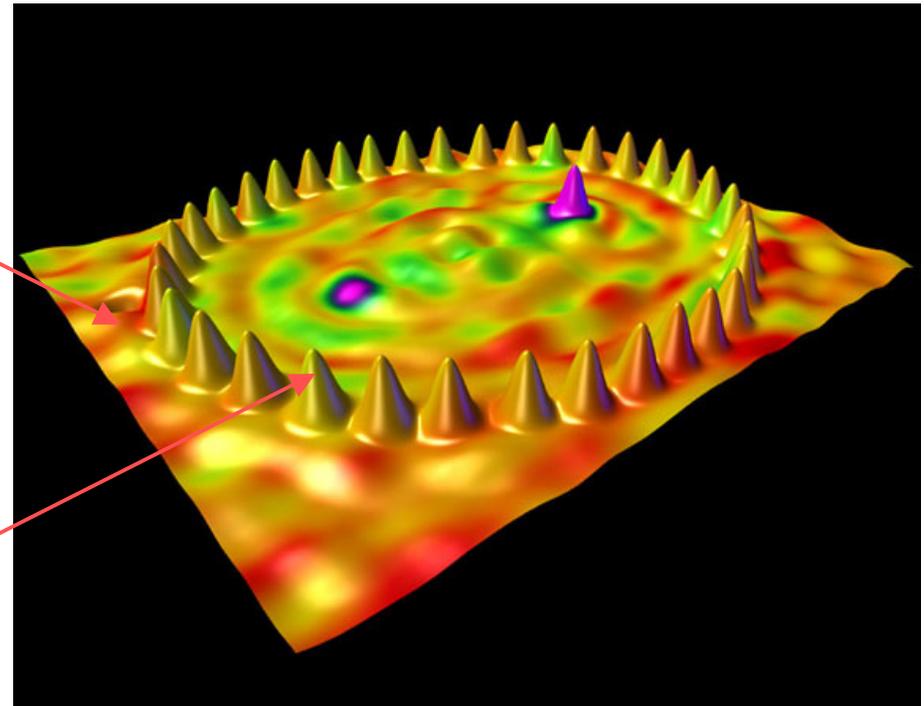
*10 atomi in
3 nm →
circa 1
atomo ogni
3 Å*



Richard Errett Smalley
(premio nobel per la
chimica - 1996)

Un "miraggio" quantistico

"This STM image shows the direct observation of standing-wave patterns in the local density of states of the **Cu(111) surface**. These spatial oscillations are quantum-mechanical interference patterns caused by scattering of the two-dimensional electron gas off the **Fe atoms** and point defects."

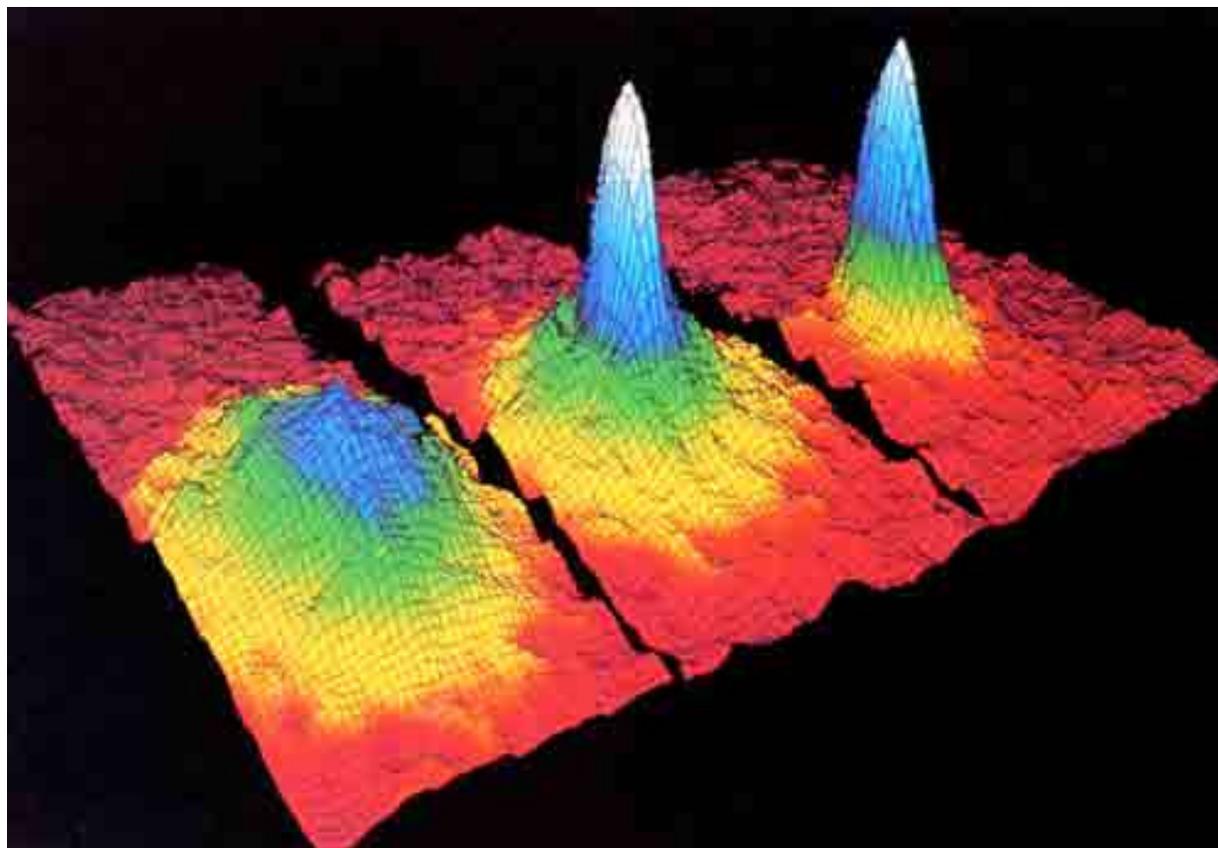


<http://www.almaden.ibm.com/almaden/media/mirage5.html>

La condensazione di Bose-Einstein

Un "superatomo"
formato da circa
2000 atomi di
rubidio raffreddati a
temperature
inferiori a 1 mK

E.Cornell e C.Wieman
premio Nobel per la
fisica 2001



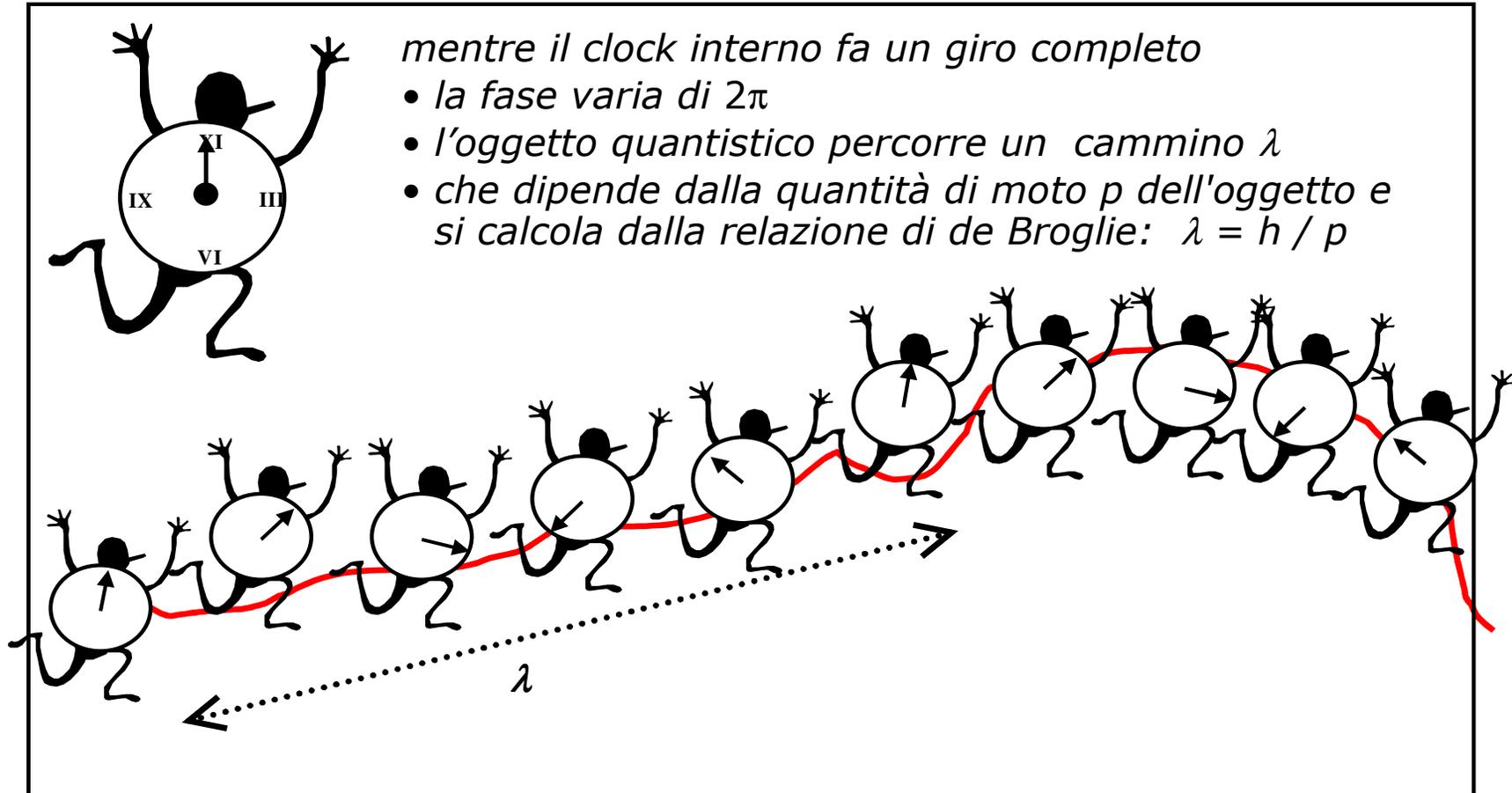
Visita all'INRIM 19/1/07

L'oggetto quantistico di Feynman: ipotesi e "regole"

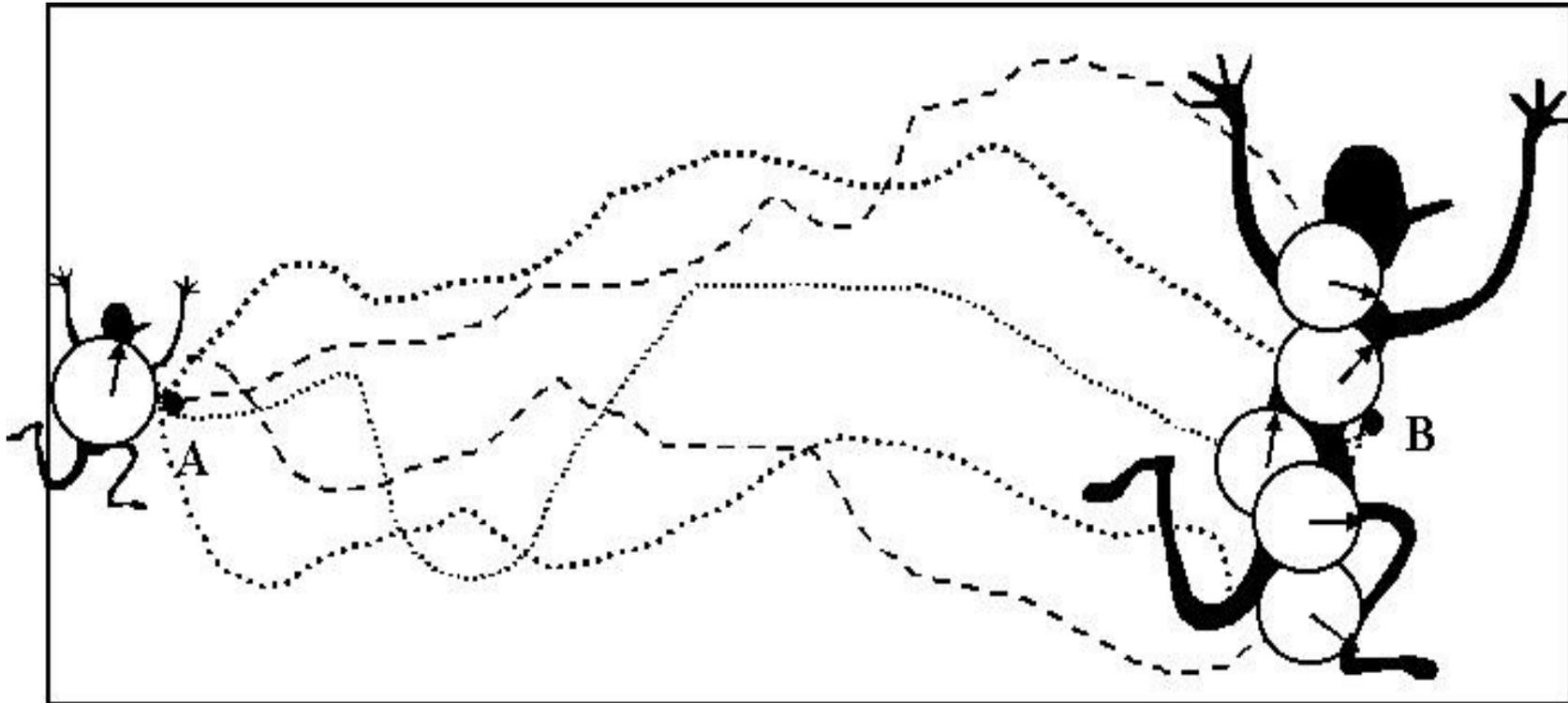
Dato che le associazioni mentali, evocate dall'uso di certe parole come "onda" o "corpuscolo", sono fuorvianti, chiamiamo per brevità *oggetto quantistico* l'oggetto che si comporta in un "modo quanto-meccanico"

- ipotesi di partenza: la relazione di Planck $E = hf$
- l'*oggetto quantistico* è caratterizzato dall'*energia* E e dalla *frequenza* f , legata a E attraverso il *quanto di azione* h ,
- ha quindi un suo *orologio interno* che gira con la frequenza f
- e una *fase* φ che varia periodicamente nel tempo con un periodo pari a $1/f$
- per andare da A a B, l'*oggetto quantistico* non percorre un dato cammino ma *una sovrapposizione di cammini possibili*,
- il risultato dell'osservazione in B dell'oggetto quantistico dipende dalla *sovrapposizione dei vettori di fase* in B
(principio di sovrapposizione)

Il linguaggio dei "molti cammini": frequenza, lunghezza d'onda, vettore di fase (fasore)



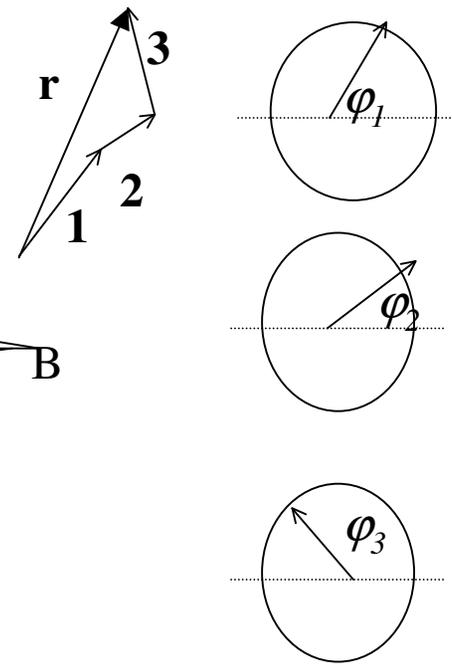
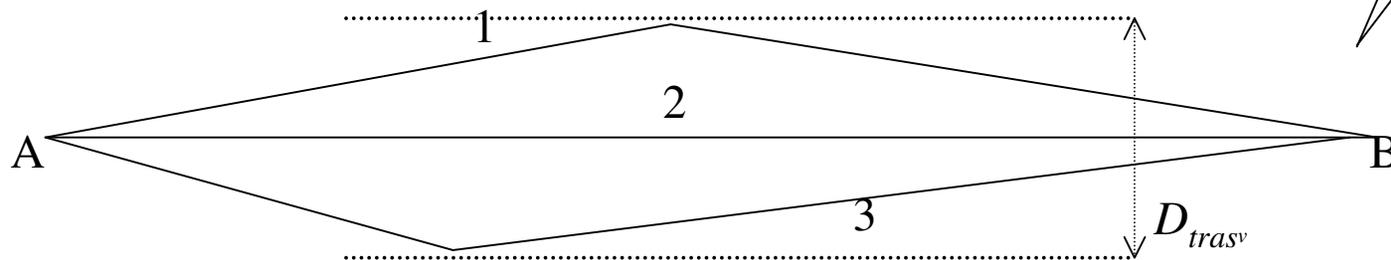
I diversi cammini



- per andare da A a B l'oggetto quantistico può percorrere cammini diversi, anzi percorre *tutti i possibili cammini*
- lungo ogni cammino il suo vettore di fase avanza per una fase proporzionale alla lunghezza del cammino
- è la *sovrapposizione dei vettori di fase* che determina la probabilità di rivelare l'oggetto in B (principio di sovrapposizione)

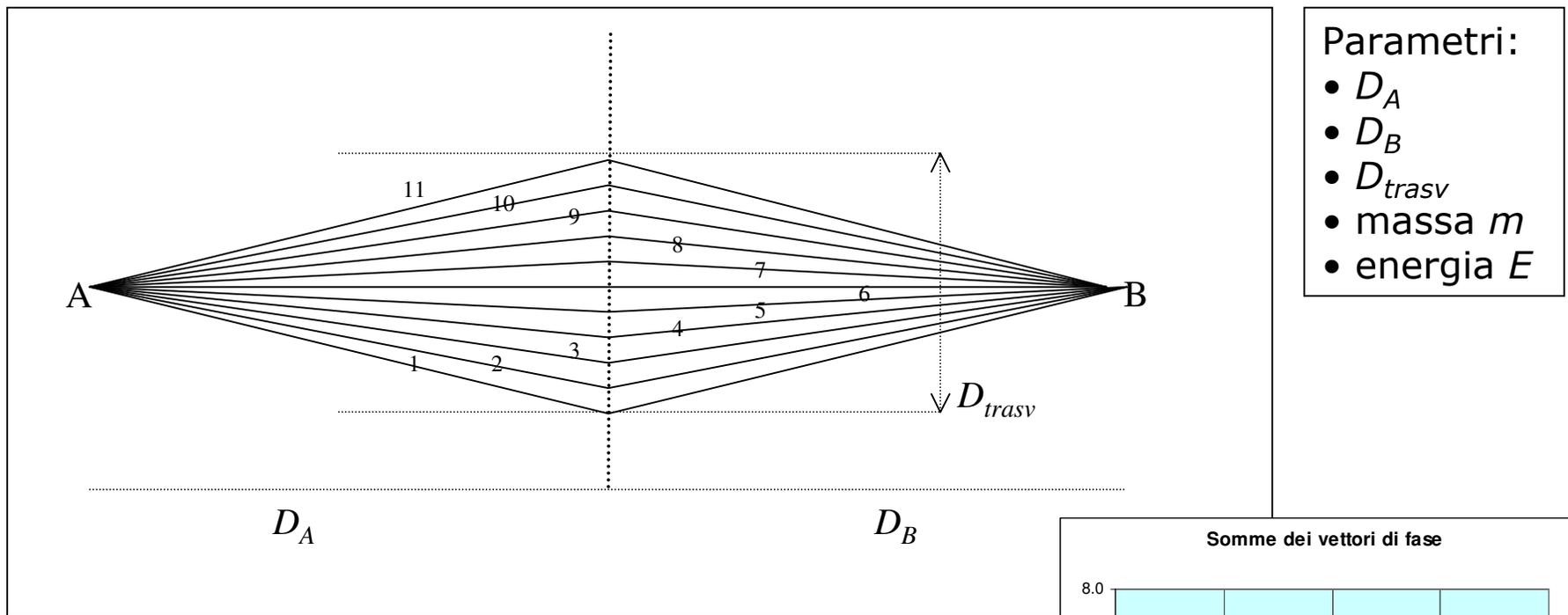
Un esempio: una fenditura che blocca tutti i percorsi al di fuori di una data finestra

- 3 cammini fra A e B che stanno in una finestra di larghezza D_{trasv}
- 3 vettori di fase e la loro risultante \mathbf{r}

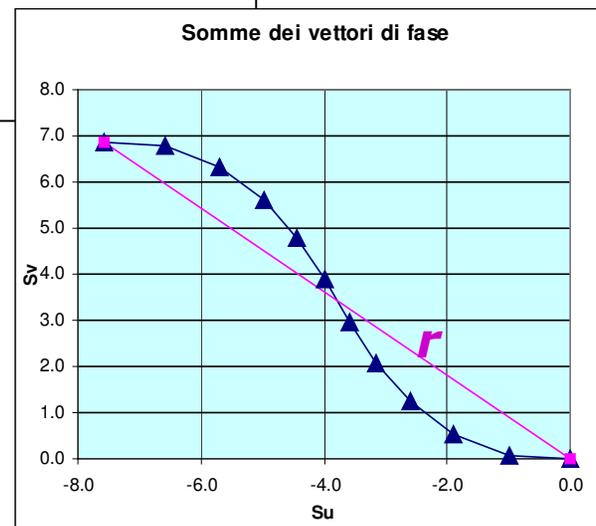


Attenzione: la risposta del rivelatore posto in B è sempre "sì" o "no",
ma la probabilità che sia "sì" è proporzionale a r^2
(principio di sovrapposizione)

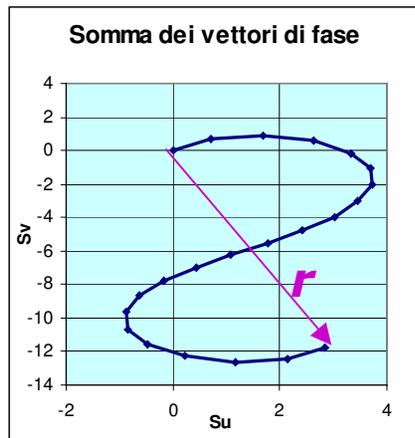
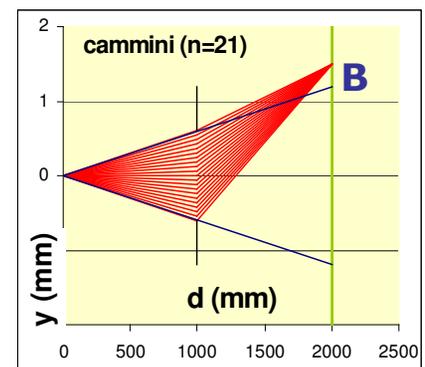
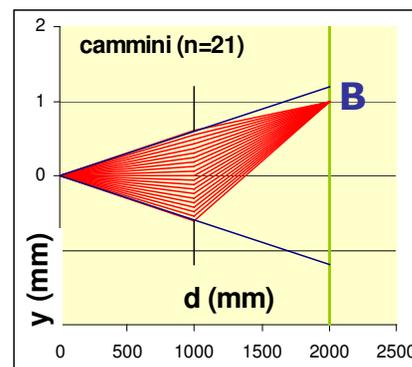
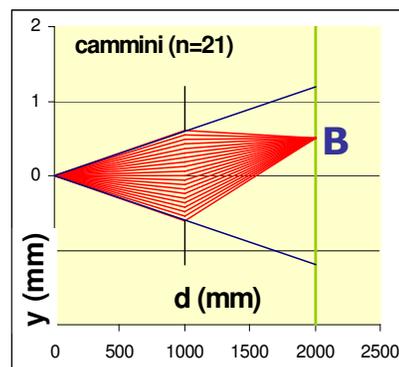
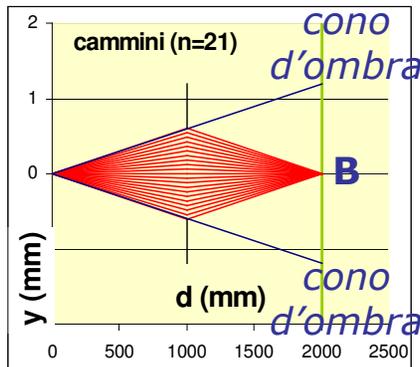
Un esempio di calcolo della somma sui molti cammini con un foglio "excel"



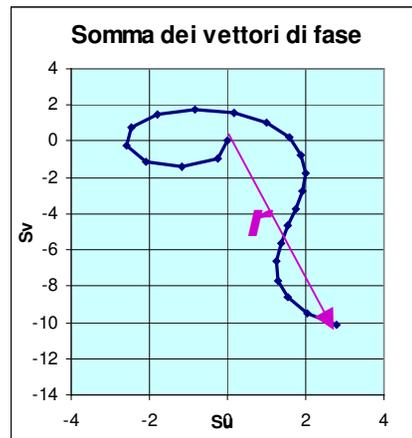
- 11 cammini fra A e B
- con valori equispaziati dell'intersezione al centro della fenditura
- la probabilità di rivelare l'oggetto quantistico in B è proporzionale a r^2 per il principio di sovrapposizione



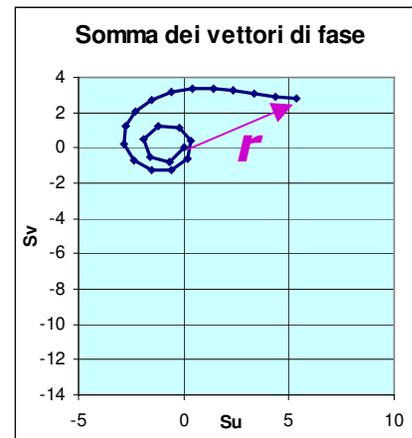
Il significato della sovrapposizione r



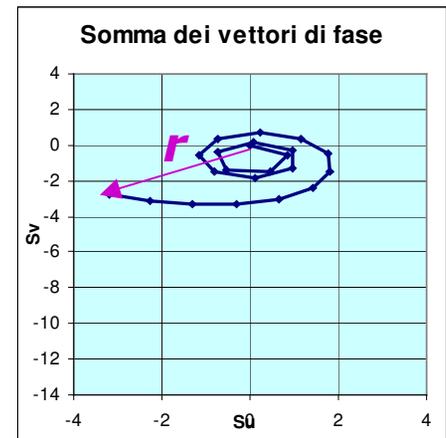
$$y_B=0 \quad r^2=145$$



$$y_B=0,5 \text{ mm} \quad r^2=111$$



$$y_B=1 \text{ mm} \quad r^2=37$$



$$y_B=1,5 \text{ mm} \quad r^2=18$$

- r^2 (e quindi la probabilità) diminuisce man mano che B si allontana dal centro della fenditura
- ma rimane >0 anche quando B entra nel cono d'ombra
- per un elettrone "classico" sarebbe stata $=0$ nel cono d'ombra e costante ($=1$) fuori

Indice del sito web

Panoramica

Motivazioni

L'oggetto quantistico

Ipotesi e regole

Impostazione del calcolo

- Tutorial →xls
- La probabilità quantistica →xls
- I cammini e gli ostacoli →xls
- Oscillazioni →xls
- Ombre →xls
- Diffrazione →xls
- Rifrazione →xls

Guida agli esperimenti

Lecture

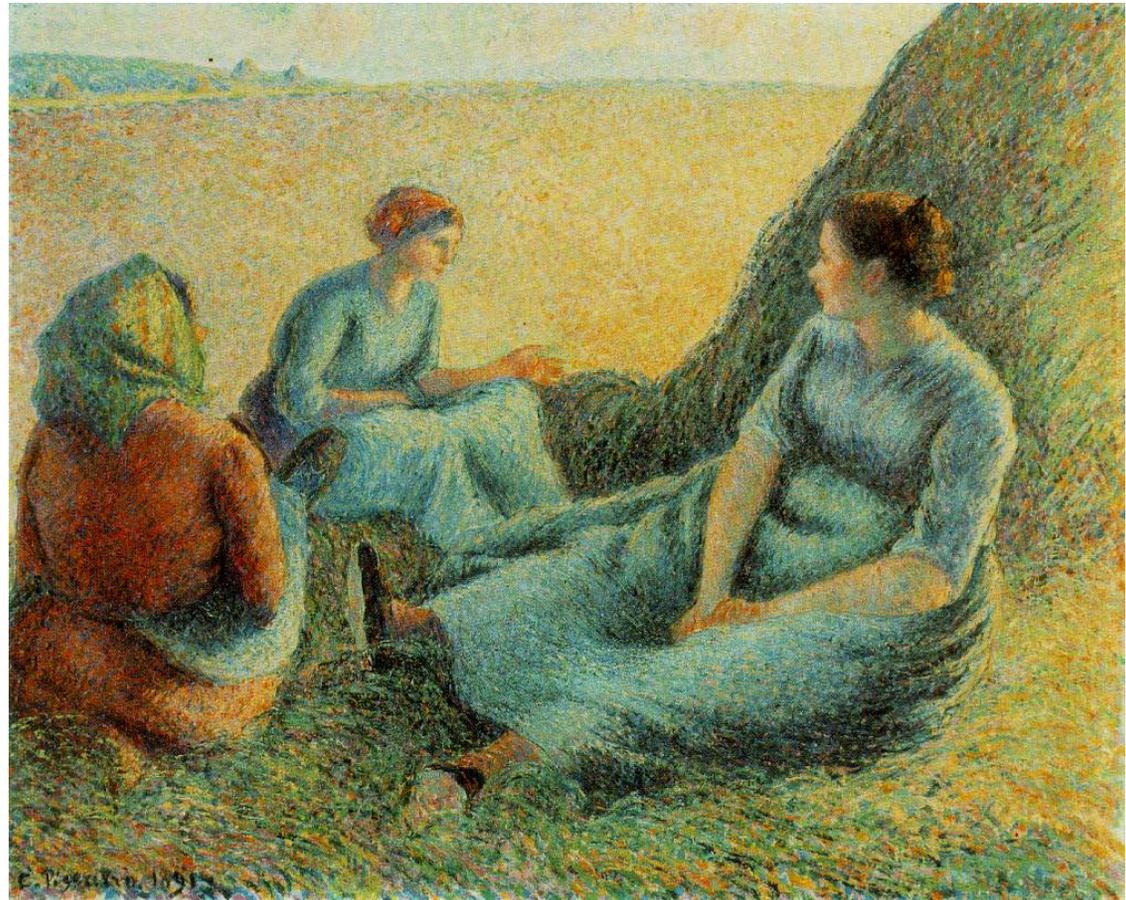
Sperimentazioni in classe

Download

Il sito web

<http://www.iapht.unito.it/qm/>

*... e per concludere
un'immagine "quantistica"*



*Pissarro
Haymakers rest*