

LE TRE RELATIVITA'

2 – QUELLA, RISTRETTA,
DI EINSTEIN

AIF – 1° OTT. 2014

A. PIAZZOLI

Einstein als Student und Beamter des Patentamtes in Bern



Dort hatte ich vorzügliche Lehrer (^{z.B.} Hurwitz, Minkowski), so dass
ich eigentlich eine tief mathematische Ausbildung hätte erlangen
können. Ich aber verbrachte die meiste Zeit eine physikalischen
Laboratorium, fasziniert durch die direkte Berührung mit
der Erfahrung. Die übrige Zeit benutzte ich hauptsächlich, um
die Werke von Kronecker, Helmholtz, ^{die zuhause} Heitj ^{zu studieren}. Dass
ich die Mathematik bis zu einem gewissen Grade vernachlässigte,
hatte nicht nur den Grund, dass das naturwissenschaftliche
Interesse stärker war als das mathematische, sondern das folgende
eigentliche Erlebnis. Ich sah, dass die Mathematik in viele
Spezialgebiete gespalten war, deren jedes diese kurze nur vergnügte
Lebenszeit wegnehmen konnte. Ich sah ich mich in der Lage
nur Baurians ^{der sich} ~~ein~~ ^{ein} ~~ein~~ nicht für ein besonders
Bündel Plan entschließen konnte. Dies lag offenbar daran,
dass meine Intuition auf mathematischen Gebiete nicht
stark genug war, um das Fundament - Wichtige, Grundlegende

LA RELATIVITA' SPECIALE

1. MAXWELL
2. EINSTEIN
3. CONSEGUENZE DELLE TR. DI LORENTZ
4. PROVE SPERIMENTALI
5. INVARIANTI
6. $E = mc^2$
7. PARADOSSO DEI GEMELLI E DELLO SCIATORE
8. CURIOSITA'

1 – MAXWELL (~ 1865):

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

ONDE ELM... TUTTO OK!

MA... c **COSTANTE UNIVERSALE?**

HP **“ETERE LUMINIFERO”**

MA... MICHELSON E MORLEY (1887): **NO!**

TENTATIVO LORENTZ

IL “VENTO D’ETERE” CONTRAE IL BRACCIO DELL’ INTERFEROMETRO
E PROPONE LE **TRASF. DI LORENTZ** CHE RISULTERANNO POI
CORRETTE, MA CON TUTT’ALTRO SIGNIFICATO

VEDI DOPO

And God said:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

-and there was light

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0$$

NOTE

- OLTRE A $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ C'E' UN ALTRO...GUAIO: $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$
- UN'IDEA DI "ETERE" L'AVEVANO GIA' AVUTA: ARISTOTELE ("QUINTAESSENZA") – G. BRUNO – NEWTON ("VORTICI, NO AZIONI A DISTANZA) – **J.S. GILL** (RITARDI NEI PASSAGGI DELLA COMETA DI ENKE: 2.5 h/3.3 y)
- EINSTEIN: "L'ETERE E' **UBERFLUSSIG**"
- DUE OPERE FONDAMENTALI:
 - "TREATISE OF ELECTRICITY AND MAGNETISM"
MAXWELL – 1873
 - "TRAITE' DE LA LUMIERE"
HUYGENS - 1690



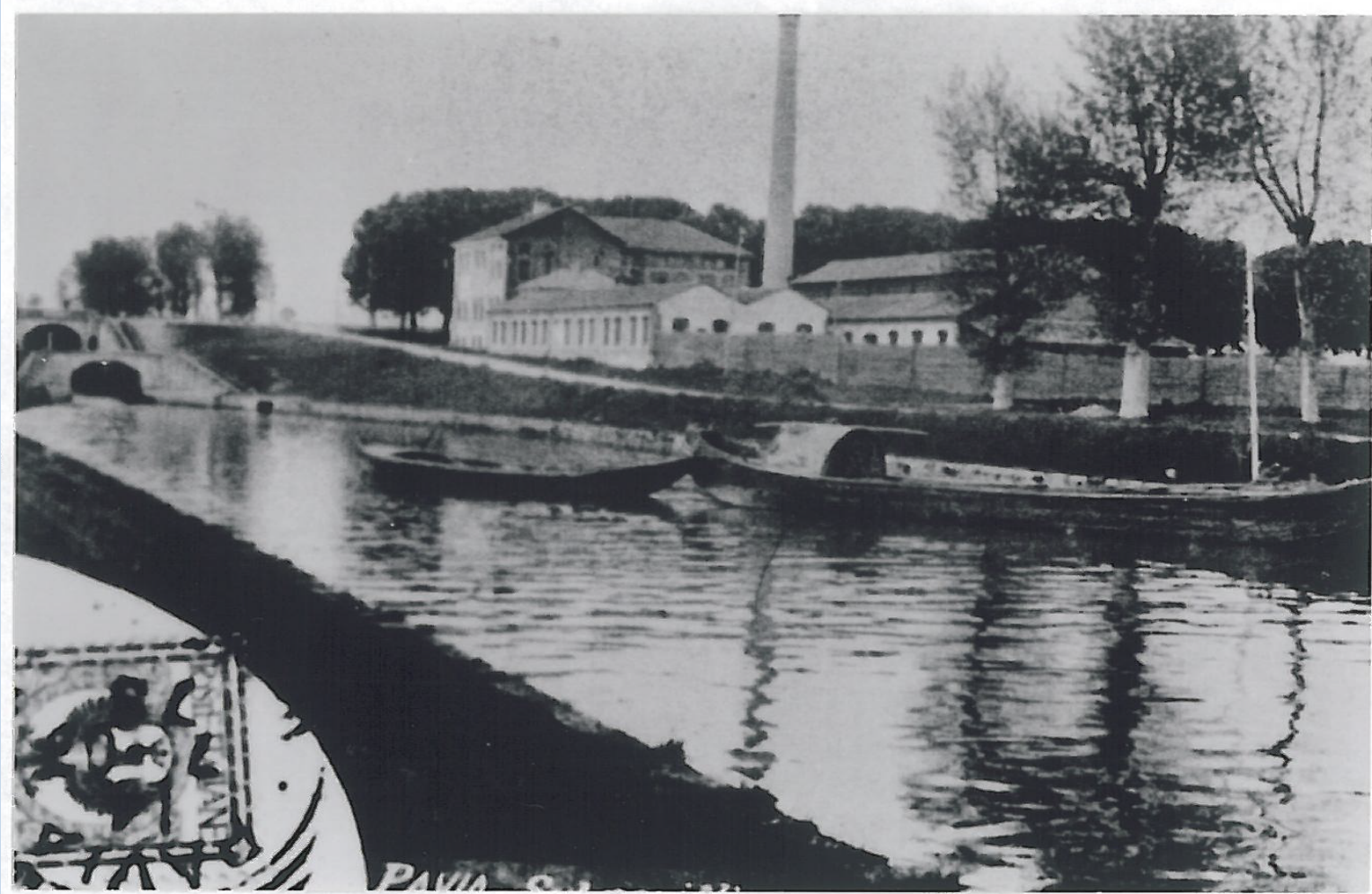
DA "ANZEIGER FUR DIE STADT BERN"

5 FEB. 1902

L'INSEGNANTE DIPLOMATO ALBERT EINSTEIN OFFRE
"ACCURATE LEZIONI PRIVATE" DI MATEMATICA E FISICA



Einstein mit seiner ersten Frau, Mileva Maritsch, 1911



LA FABBRICA EINSTEIN-GARRONE VERSO IL 1895
INCROCIO VIALE PARTIGIANI/VIA VENEZIA PAVIA



A1

Dinamo e Motori a corrente continua

PREZZO CORRENTE 1896

OFFICINE ELETTROTECNICHE NAZIONALI

IN PAVIA

Ing.^{ri} **EINSTEIN, GARRONE & C.^{IA}**

MILANO
Via A. Manzoni, 41
Rappresentanza Generale per l'Italia

PAVIA
Fuori Porta Garibaldi
SEDE ED OFFICINE

TORINO
Corso Duca di Genova, 8
Filiale

Costruzione
solidissima

Alto
rendimento

Costruzione di Dinamo elettriche
a correnti continue ed alternate

LAMPADE AD ARCO - STRUMENTI DI MISURA

IMPIANTI DI LUCE ELETTRICA

Trasporti di forza a distanza

RISCALDAMENTO ELETTRICO - RIPARAZIONI

2 – EINSTEIN (1905): L'ETERE NON C'E'

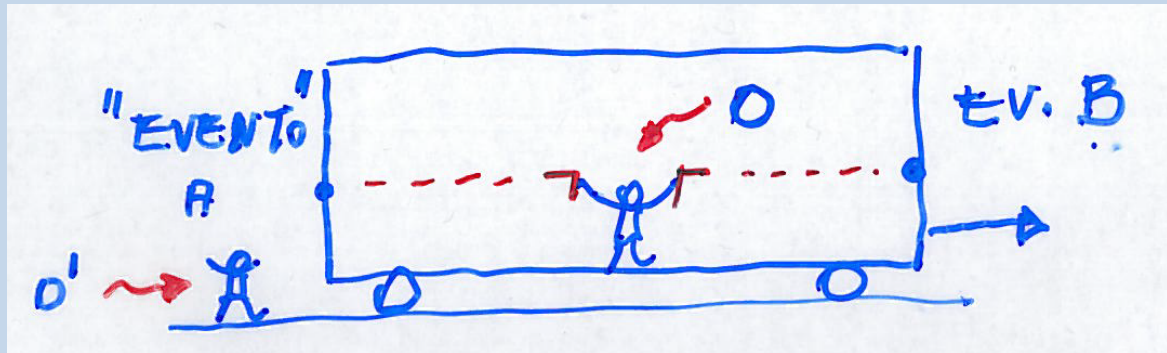
E ALLORA DUE POSTULATI:

- $c = \text{cost}$ PER TUTTI I SRI (R. "SPECIALE")
- TUTTI I SRI SONO EQUIVALENTI (COME PER GALILEO)

TUTTO QUI!

MA LE CONSEGUENZE SONO RIVOLUZIONARIE

- ESEMPIO DEL TRENO

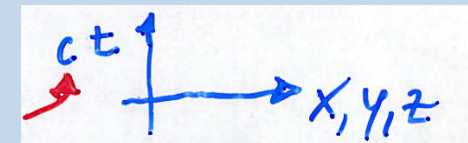


GLI EVENTI A e B SONO SIMULTANEI PER O, MA NON PER O':

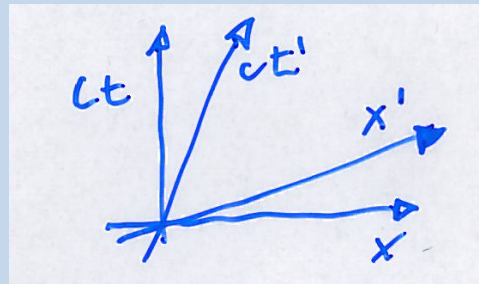
LA SIMULTANEITA' E' RELATIVA

E ALLORA **E' RELATIVO ANCHE IL TEMPO!**

ALLORA: SPAZIO-TEMPO \longrightarrow **SPAZIOTEMPO**



E' UN FATTO PURAMENTE TECNICO TROVARE LE NUOVE TRASFORMAZIONI



E SONO LE TR. CHE LORENTZ AVEVA GIA' PROPOSTO [VEDI 4]

3 – CONSEGUENZE DELLE TR. DI L.

- **DILATAZIONE DEI TEMPI:** $\Delta t' = \gamma \Delta t$ p.p.c.!
- **CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE:**
(SOLO LONGITUDINALI) $\Delta l' = \frac{\Delta l}{\gamma}$

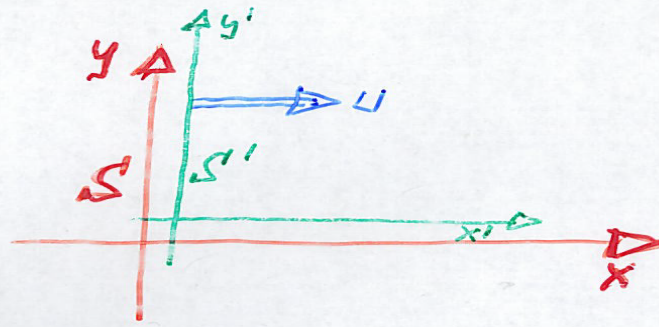
Vedi anche “OROLOGIO A SPECCHIO”

Nota: DILAT. E CONTR. SONO **SIMMETRICHE**

LE LUNGHEZZE **DELL'ALTRO** SONO SEMPRE PIU' CORTE E

I TEMPI **DELL'ALTRO** SONO SEMPRE PIU' LUNGI.

→ “TEMPO PROPRIO” E “LUNGHEZZA PROPRIA”



TR. DI GALILEO

$$x' = x - Ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

$$v_x' = v_x - U$$

DOVE :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{U^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = 1 \quad \text{---} \quad \infty$$

$$U = 0 \quad \text{---} \quad c$$

TR. DI LORENTZ

$$x' = \gamma [x - Ut]$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma \left[t - \frac{Ux}{c^2} \right]$$

$$v_x' = \frac{v_x - U}{1 - \frac{Uv_x}{c^2}}$$

PER $U > c \rightarrow \gamma$ IMM.!

3. *Zur Elektrodynamik bewegter Körper;*
von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhafteu scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Beispiele ähnlicher Art, sowie die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium“ zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität“ genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche

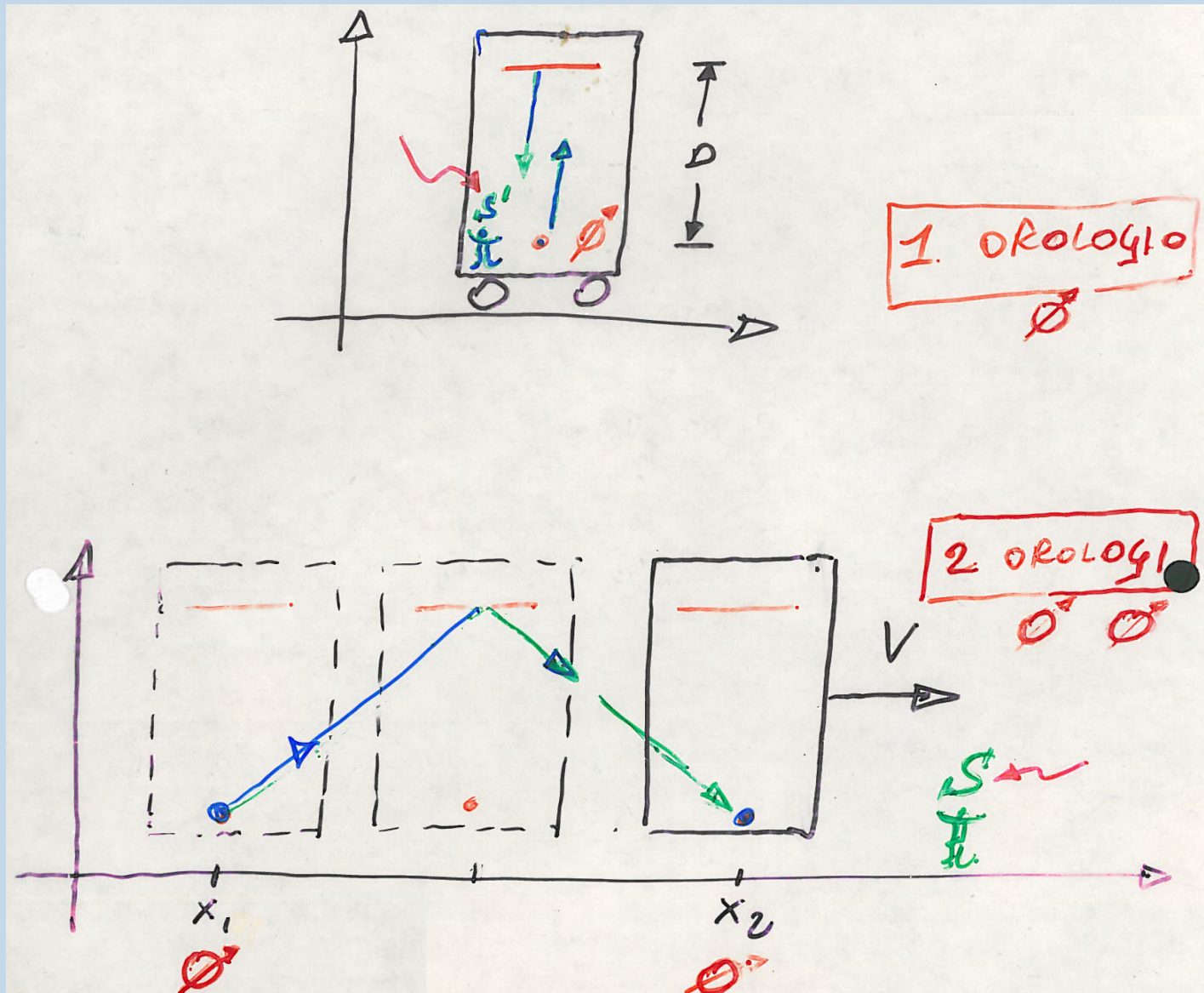
c è LA “VELOCITA’ LIMITE”

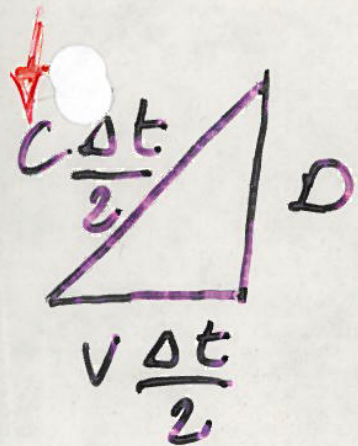
(NON E’ UN POSTULATO)

ACHTUNG

- “LIMITE” PER LA TRASMISSIONE DI QUALUNQUE MESSAGGIO [ENERGIA]
- APPARENTI CONTRADDIZIONI:
 - DUE FOTONI IN VERSI OPPOSTI
 - LAMPADA TASCABILE
 - FORBICI!
 - VELOCITA’ DI PRECESSIONE SUPERLUMINALI

L'OROLOGIO A SPECCHIO





$$\left(\frac{c \Delta t}{2} \right)^2 = D^2 + \left(\frac{v \Delta t}{2} \right)^2$$

$$\Delta t = \frac{2D}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2D}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2D}{c} \gamma$$

$$\frac{2D}{c} = \Delta t' \rightarrow \Delta t = \gamma \Delta t'$$

$$L = x_2 - x_1 = v \Delta t$$

$$L' = v \Delta t' = \frac{v \Delta t}{\gamma} = \frac{L}{\gamma} \rightarrow L' = \frac{L}{\gamma}$$

FERMO
IN S

4 – PROVE SPERIMENTALI

- DILATAZIONE: ROSSI E HALL (1940)
VITA MEDIA DEI μ COSMICI $\gamma=9$
- CONTRAZIONE: SAREBBE ELISSOIDICA LA FOTO DI UNA SFERA IN MOTO?
NO! ARGOMENTO DI TERREL (1959)

REF. | “INVISIBILITY OF THE LORENTZ CONTRACTION”

J. TERREL

PR Vol 116 n°4 Nov. '59

5 – INVARIANTI:

$$\Delta s^2 - c^2 \Delta t^2 = \Delta s'^2 - c^2 \Delta t'^2$$

p.p.c.

Altro che... TUTTO è RELATIVO

SONO MODULI DI **TETRAVETTORI**

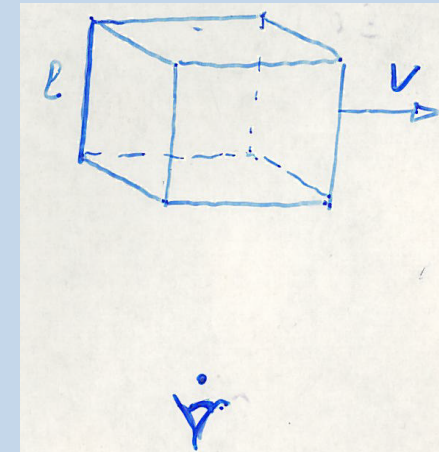
INVARIANTI PER TR. DI L.

(CI VUOLE PROPRIO IL MENO)

EXISTING FORMS OF FORWARD TIME TRAVEL

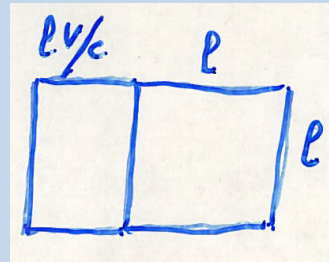
SYSTEM	SPECIFICATIONS	CUMULATIVE TIME LAG
Airline flight	920 km per hour for eight hours	10 nanoseconds (relative to inertial reference frame)
Nuclear submarine tour	300 meters' depth for six months	500 nanoseconds (relative to sea level)
Cosmic-ray neutron	10^{18} electron volts	Mean life stretched from 15 minutes to 30,000 years
Neutron star	Redshift 0.2	Time intervals expand 20 per- cent (relative to deep space)

INVISIBILITY OF THE LORENTZ CONTRACTION
 PR Vol. 116 n°4, 1041 (1959): TERREL
 AGOMENTO DI TERREL



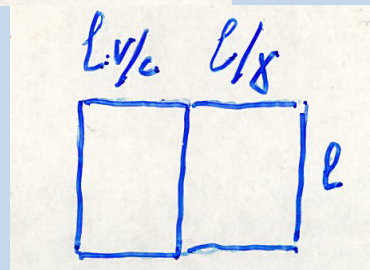
NELL'HP ANGOLO SOLIDO TRASC.

PREVISIONE CLASSICA:



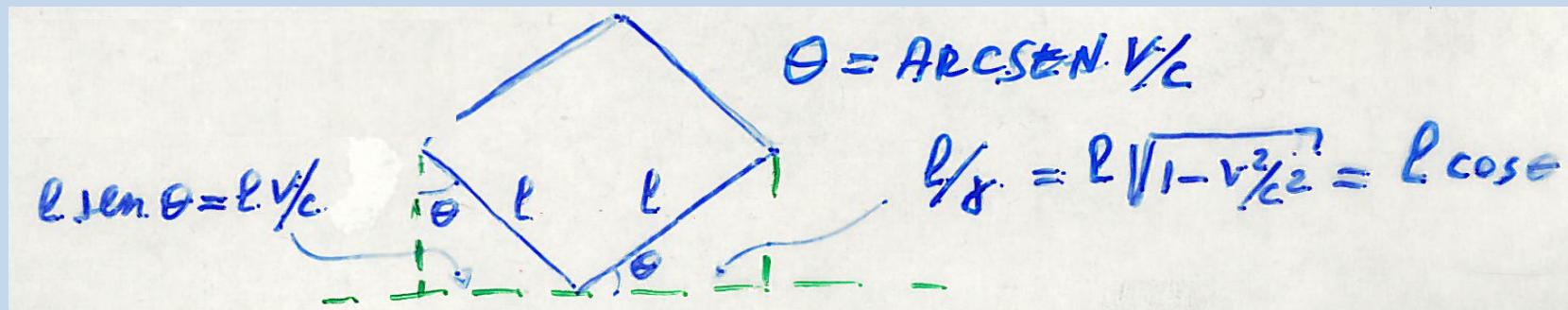
CUBO
DISTORTO

PREVISIONE RELATIVISTICA:



CUBO
RUOTATO

INFATTI



- Ci sono altri TETRAVETTORI, come:

il TETRAIMPULSO E, \vec{p}

la TETRACORRENTE q, \vec{J}

il TETRAPOTENZIALE V, \vec{A}

6 - $E=mc^2$

S.P.D. che l'unica grandezza conservata nei sistemi isolati e che si riduce a mV per $\gamma=1$ è $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$

Allora
$$\vec{F} = \frac{d}{dt} [\gamma m \vec{v}] = \begin{cases} \gamma^3 m \vec{a} \\ \gamma m \vec{a} \end{cases}$$

MASSA LONGITUDINALE
MASSA TRASVERSALE

$$E_C = \int_0^v \frac{dP}{dt} ds \quad (\text{in 1 dim.}) = \dots mc^2(\gamma - 1) = \gamma mc^2 - mc^2$$

$\rightarrow E_C = E_{TOT} - E_0$ dove $E_{TOT} = \gamma mc^2$ $E_0 = mc^2$ [ENERGIA A RIPOSO]

$$\left. \begin{array}{l} \vec{p} = \gamma m \vec{v} \\ E = \gamma m c^2 \end{array} \right\} \rightarrow E^2 = p^2 c^2 + (m c^2)^2$$

PER $c=1 \rightarrow$ $E^2 - p^2 = m^2$ TUTTO IN MeV

Curiosità: “LA SCATOLA DI POINCARE’ ”

- c è la VELOCITA’ LIMITE

(DALLE TR. DI L., **NON E’ UN POSTULATO**)

$$\frac{c}{2} + \frac{c}{2} = \frac{4}{5}c \quad ; \quad c + c = c$$

PER $c>1$: $\gamma \rightarrow$ IMM. , CAUSALITA’

7 - PARADOSSO DEI GEMELLI

HAFELE – KEATING - SCIENCE 14 LU '72

- PARADOSSO DELLO SCIATORE

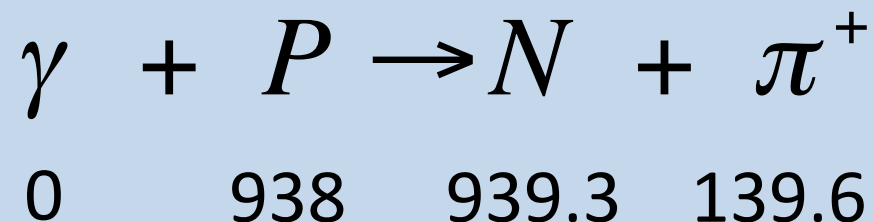
A. PIAZZOLI - FISICA NELLA SCUOLA

n° 3 - 1990

[L'EFFETTO SAGNAC]

Esercizio

CALCOLARE L'ENERGIA DI SOGLIA DELLA REAZIONE



$$E_\gamma^S = 939.3 + 139.6 - 938 = 140.9 \quad ? \quad \text{NO !}$$

$$\left[(E_\gamma^S + M_P)^2 - (P_\gamma + 0)^2 \right]_{L.S.} = \left[(M_N + M_\pi)^2 - 0 \right]_{CMS}$$

E_γ^S ↗

$$\longrightarrow E_\gamma^S = \frac{(M_N + M_\pi)^2 - M_P^2}{2 M_P} = 151.48$$

“ CIO’ CHE MI CONDUSSE PIU’ O MENO
DIRETTAMENTE ALLA TEORIA DELLA RELATIVITA’
SPECIALE, FU LA CONVINZIONE CHE LA FORZA
ELETTROMAGNETICA AGENTE SU UN CORPO IN
MOTO IN UN CAMPO MAGNETICO NON FOSSE
ALTRO CHE UNA FORZA ELETTRICA”

ALBERT EINSTEIN

EXTRAIT D'UNE VIEILLE ENCYCLOPÉDIE
TROUVÉE DANS DES ARCHIVES FAMILIALES

Contraction de Lorentz, du nom du savant qui, comme Dalton dans le cas du *daltonisme* (voir ce mot), a identifié et décrit le premier, sur lui-même, le mal dont il était atteint.

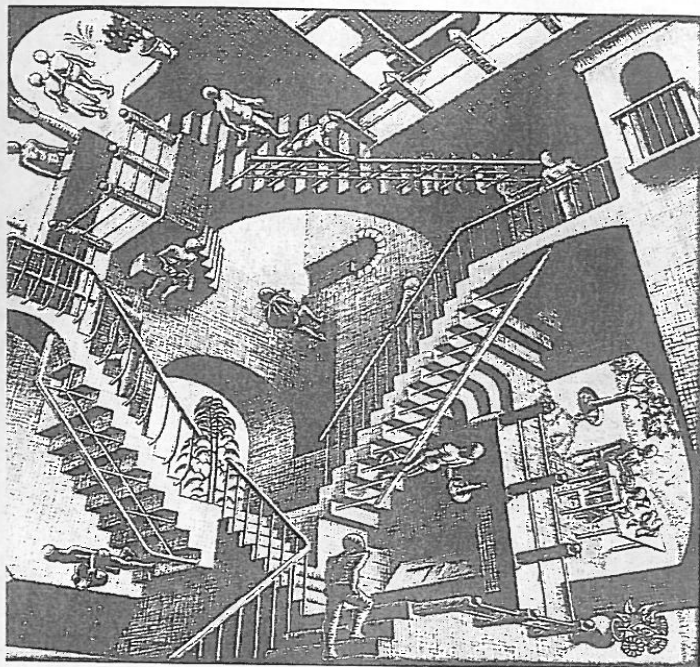
La contraction de Lorentz est un syndrome psychosomatique (voir *spasmophilie*, malgré de grandes différences) qui s'est, depuis lors, répandu chez les physiciens. Il se manifeste par une contraction due à une intolérance aux vitesses élevées. Son caractère somatique est avéré, sinon par l'expérimentation directe, du moins par ses conséquences observables, mais la contraction de Lorentz comporte aussi un aspect psychique particulier. Le sujet lui-même ne la ressent pas et il nie sa propre contraction, se prétendant "au repos", donc à l'abri du mal. En même temps, il croit apercevoir cette contraction chez l'observateur qui la lui a signalée et prétend que ce n'est pas lui mais l'observateur qui est en mouvement.

Le syndrome s'accompagne d'hallucinations temporelles. Dès que le sujet est en mouvement rapide, il accuse les autres d'avoir des montres qui retardent, voire même de vieillir moins vite que lui (voir *jumeaux*), alors que c'est le sujet lui-même qui, par une négligence due à son état, laisse retarder sa propre montre, ce dont tout observateur atteste facilement (voir *temps de vie des mésons*).

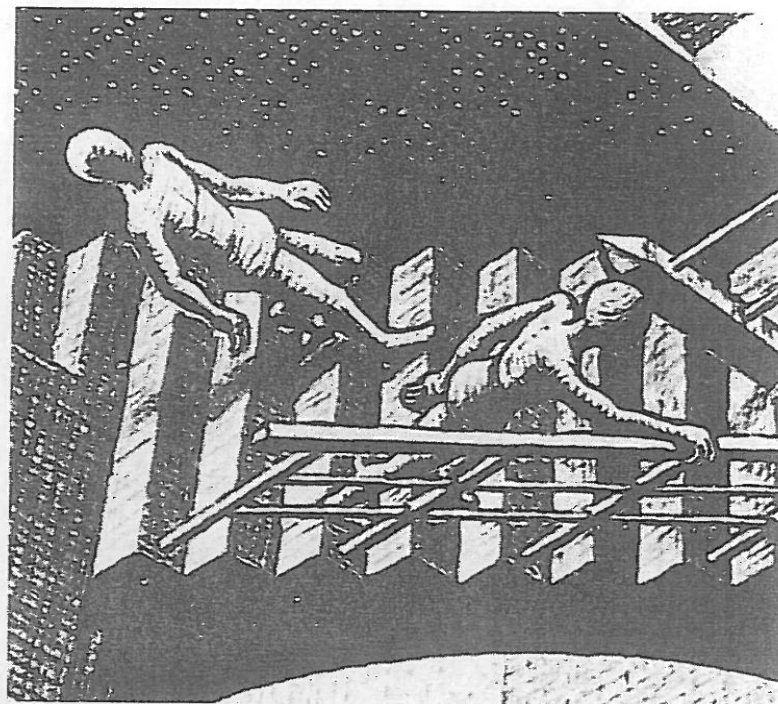
Le Dr Einstein, ingénieur bernois examinateur de brevets, inventeur d'un *réfrigérateur sans moteur* (voir ce mot), a proposé une explication sociopsychologique du syndrome de Lorentz. Selon lui, l'incompréhension entre l'observateur et le sujet serait la preuve qu'il existe entre eux une symétrie. Ils seraient interchangeable et ne pourraient, ni l'un ni l'autre, se prévaloir d'un état de repos ou de mouvement. L'hypothèse eut un certain succès, étant dans l'esprit du temps qui favorise les idées d'égalité et de liberté : on lui conserva le nom de *relativité* (voir ce mot) auquel l'auteur paraissait tenir.

Le Dr Einstein fut ainsi amené à prendre le contrepied d'un théologien et alchimiste anglais, que pourtant il admirait : le Dr Isaac. Contrairement à ce dernier, épris d'absolu et d'infini, non seulement le Dr Einstein admit la relativité du mouvement, mais il tira argument du syndrome de Lorentz pour édicter une loi de limitation de vitesse, choisissant pour limite la vitesse de la lumière. Le décret d'application de la loi n'ayant jamais paru, la seule sanction

de la faute reste le syndrome de Lorentz lui-même et ses conséquences pour qui s'approche de la vitesse de la lumière : notamment une augmentation de la masse qui, tout comme la contraction, n'est pas ressentie par le sujet, bien que l'observateur la voie à l'évidence. Finalement, le syndrome de Lorentz n'a pas disparu et l'on pense qu'il est même dû à la limitation de vitesse imposée par le Dr Einstein, car c'est en approchant de la vitesse limite que les effets apparaissent. Mais, comme le Dr Einstein eut la sagesse d'adopter une vitesse limite élevée, elle reste hors de portée de la plupart des usagers (voir toutefois l'article *tachyons*).



Relatività.



Relatività (particolare).

In quest'immagine operano tre forze di gravità perpendicolari tra loro. Alcuni uomini s'incrociano sul piano e sulle scale. Alcuni di loro, pur appartenendo a mondi diversi, si avvicinano molto, ma ignorano le loro reciproche esistenze; per esempio, al centro un tale con un sacco di carbone sulla schiena sale dallo scantinato. Ma quello stesso pavimento sul quale poggia il piede destro serve da muro all'uomo seduto alla sua sinistra; inoltre c'è un altro uomo alla sua destra, che sta scendendo e che vive in un altro mondo ancora. Altro esempio: sulla scala più alta (di cui vi faccio vedere un ingrandimento a destra), due persone si muovono affiancate, ambedue da sinistra a destra. Eppure, una sale e l'altra scende.

Su altre due rampe di scale vediamo gente che cammina da entrambi i lati.

LE TRE RELATIVITA'

2 – QUELLA, RISTRETTA, DI EINSTEIN

AIF – 1° OTT. 2014

A. PIAZZOLI

ERRATA CORRIGE e APPENDICI

Errata corrige pag 15

c'è LA "VELOCITA' LIMITE"

(NON E' UN POSTULATO)

ACHTUNG

- "LIMITE" PER LA TRASMISSIONE
DI QUALUNQUE MESSAGGIO

[ENERGIA]

- APPARENTI CONTRADDIZIONI:

- DUE FOTONI IN VERSI OPPOSTI

- LAMPADA TASCABILE

- FORBICI!

- VELOCITA' DI RECESSIONE

SUPERLUMINALI

Errata Corrige pag 23

Invece di

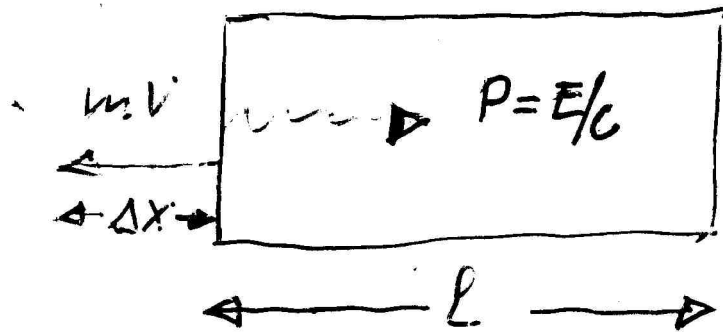
$$E^2 = p^2 c^2 + (mc^2)^4$$

leggasi

$$E^2 = p^2 c^2 + (mc^2)^2$$

LA MASSA IN RELATIVITÀ SPECIALE 1

1 - LA "SCATOLA DI POINCARÉ" [NON DI EINSTEIN]



HP $V \ll c$!

$$\left. \begin{aligned} mV &= E/c \rightarrow V = \frac{E}{mc} \\ \Delta t &= \frac{l}{c} \end{aligned} \right\} \Delta x = V \Delta t = \frac{E l}{mc^2}$$

$$MA: \quad m \Delta x + M l = 0 \rightarrow M = \frac{m \Delta x}{l} = \frac{E l m}{mc^2 l}$$

$$\rightarrow E = M c^2 \quad \text{SEMPRE}$$

OPTIONAL

3*

$$\frac{1}{1-\beta^2} = 1 + \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \quad \text{IDENTITÀ}$$

MOLTIPLICO PER $m_0^2 c^4$

$$\frac{m_0^2 c^4}{1-\beta^2} = m_0^2 c^4 + \frac{m_0^2 c^4 \beta^2}{1-\beta^2}$$

$$\text{E POICHÉ } \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = \gamma^2 \beta^2$$

$$\rightarrow \frac{m_0^2 c^4}{1-\beta^2} = m_0^2 c^4 + m_0^2 \gamma^2 \beta^2 c^4$$

$$\text{E POICHÉ } p = \gamma m_0 v = \gamma m_0 \beta c$$

$$\rightarrow \frac{m_0^2 c^4}{1-\beta^2} = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

$$\gamma^2 m_0^2 c^4 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

$$\boxed{E_T^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

4-

4

$$\vec{E} = \gamma m_0 c^2$$

$$\vec{P} = \gamma m_0 \vec{V}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{E} = \gamma m_0 c^2 \\ \vec{P} = \gamma m_0 \vec{V} \end{array} \right\} \vec{P} = \frac{\vec{E} \vec{V}}{c^2}$$

$$\text{SE } V = c \rightarrow P = \frac{E}{c}$$

E IN $c=1$:

$$P = E$$

"MeV/c"

MeV

PER UNA PARTICELLA "MASSLESS" [$m_0 = 0$]:

$$E^2 - P^2 = 0 \rightarrow E = P \rightarrow V = c$$

— 0 — 0 —

NESSUN PROBLEMA

NOTA

$$E_c = (m - m_0) c^2 \quad \overset{?}{\longleftrightarrow} \quad E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

REL.

≠ IS. CL.

$$m = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \xrightarrow{\text{S.S.}} m = m_0 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots\right]$$

$$m - m_0 = \frac{1}{2} m_0 \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} m_0 \frac{v^4}{c^4} + \dots$$

$$\rightarrow E_c = (m - m_0) c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{3}{8} m_0 \frac{v^4}{c^2} + \dots$$