

L'ottica geometrica può riservare sorprese?

Franco Bocci

Sezione di Brescia, Gruppo Olimpiadi

Pavia, 26/10/22



Prologo

L'ottica geometrica può riservare sorprese?

- ❖ È una teoria consolidata (Keplero)
- ❖ Le basi sono molto semplici
 - ❖ Lenti sferiche sottili, specchi sferici
 - ❖ Raggi parassiali
 - ❖ No dispersione
- ❖ La matematica è elementare

Struttura del seminario

Una trattazione unitaria per specchi e lenti

L'ottica geometrica e la visione

Prima parte

Specchi e lenti

Classificazione di specchi e lenti

Classificazione morfologica

Classificazione funzionale

	Classificazione morfologica	Classificazione funzionale
Specchi	<ul style="list-style-type: none">ConcaviConvessi	<ul style="list-style-type: none">ConvergentiDivergenti
Lenti	<ul style="list-style-type: none">BiconvessePiano-convesseMenisco-convergenti <ul style="list-style-type: none">BiconcavePiano-concaveMenisco-divergenti	<ul style="list-style-type: none">ConvergentiDivergenti

Possiamo tentare un approccio unitario

Terminologia



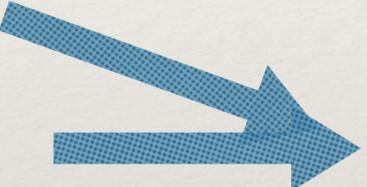
Tutta la prima parte della presentazione è centrata sulla relazione tra **dispositivi ottici** e **fasci**

- ❖ **Fasci** (insiemi di raggi)
- ❖ I fasci possono essere di tre tipi:



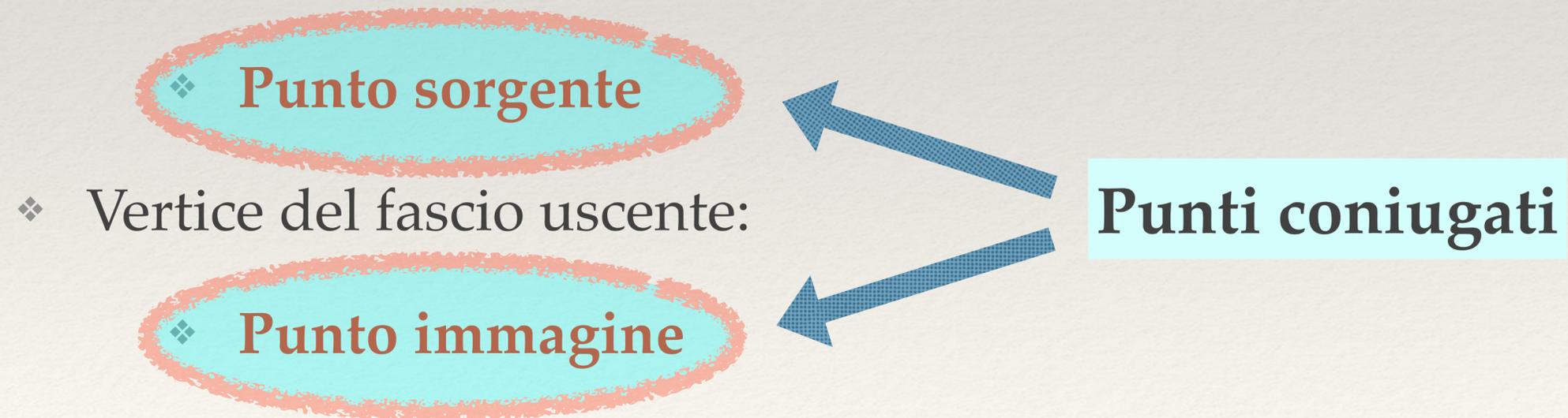
- ❖ Un **dispositivo ottico** è un oggetto che **trasforma un fascio in un altro fascio**

Terminologia

- ❖ Classificazione funzionale:
- ❖ Convergente / Divergente  Fasci
- ❖ **Concentratore / Divaricatore**  Dispositivi ottici

Terminologia

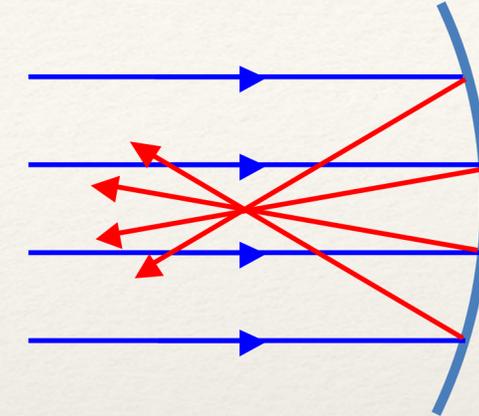
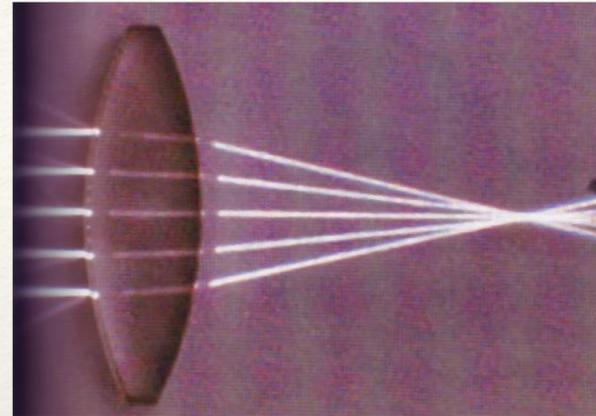
- ❖ Considero solo fasci conici
- ❖ Il vertice del cono può trovarsi:
 - ❖ Sul percorso effettivo dei raggi **Reale**
 - ❖ Sui loro prolungamenti (in avanti o all'indietro) **Virtuale**
- ❖ Vertice del fascio incidente:



Terminologia

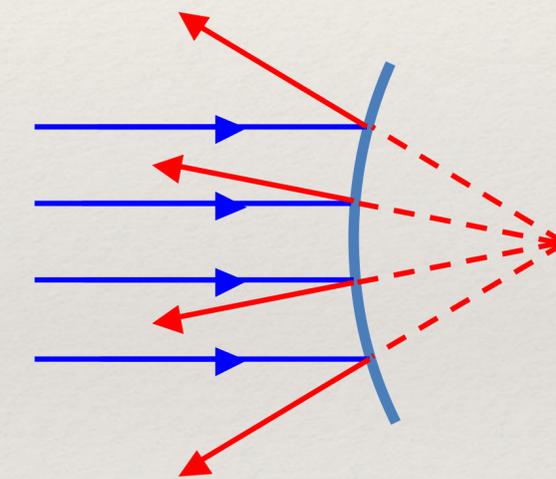
❖ Dispositivo concentratore:

❖ Trasforma un fascio collimato in un fascio convergente



❖ Dispositivo divaricatore:

❖ Trasforma un fascio collimato in un fascio divergente



❖ Dispositivo neutro: trasforma un fascio collimato in un fascio collimato

❖ Le sorgenti producono fasci divergenti o collimati; un fascio convergente può essere prodotto **solo** da un dispositivo concentratore

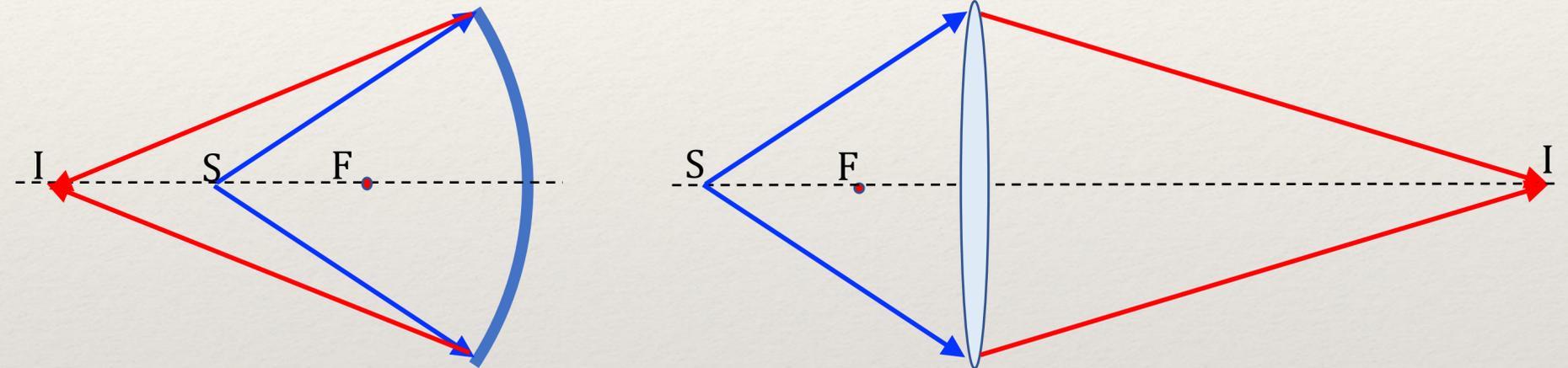
Fascio incidente non collimato

	Dispositivo concentratore	Dispositivo divaricatore
Fascio convergente	Aumenta la convergenza	?
Fascio divergente	?	Aumenta la divergenza

Fascio divergente su dispositivo concentratore

❖ Dipende da “quanto divergente” è il fascio e da “quanto potente” è il dispositivo

❖ Se il fascio è poco divergente (sorgente lontana) e/o il dispositivo è molto potente, il dispositivo riesce a trasformare il fascio incidente in un fascio convergente

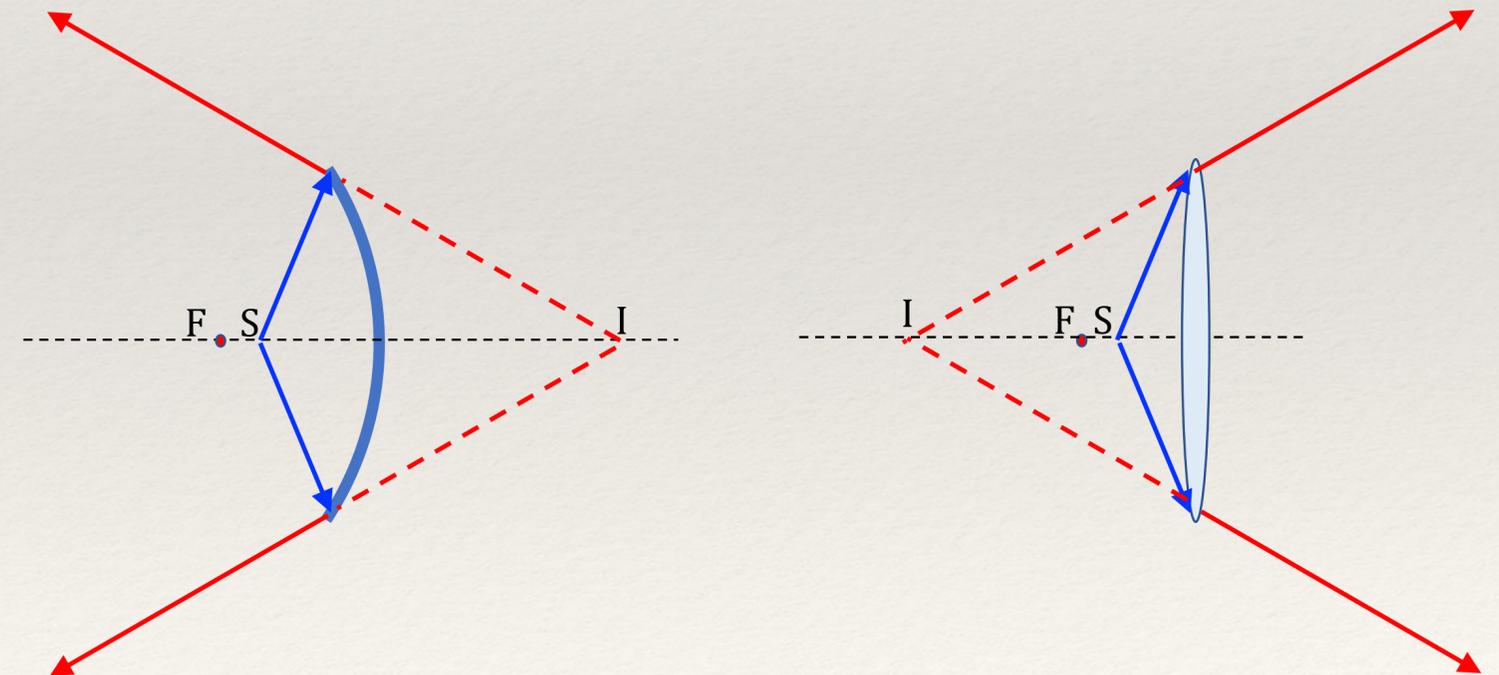
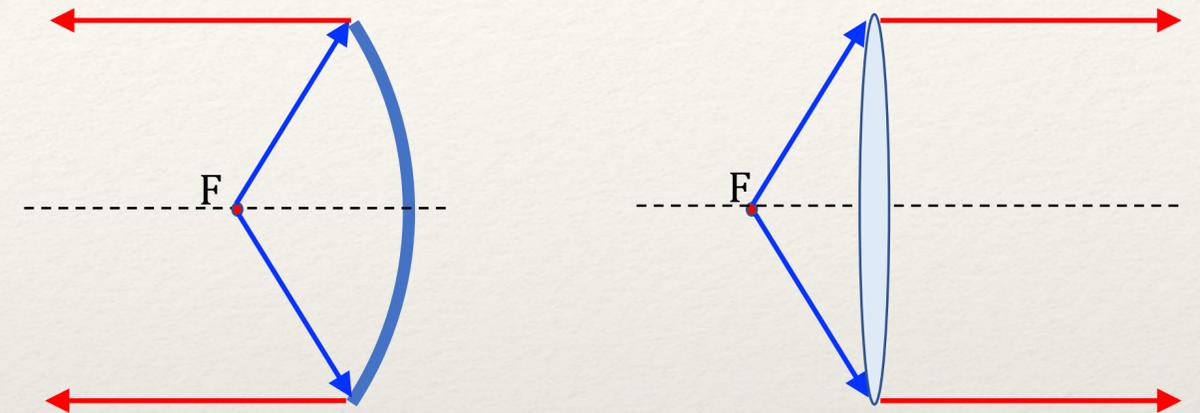


❖ Aumentando la divergenza del fascio incidente (—> avvicinando la sorgente) diminuisce la convergenza del fascio uscente (—> l'immagine si allontana)

❖ Il fascio incidente è divergente, quindi l'immagine si forma sempre oltre il fuoco

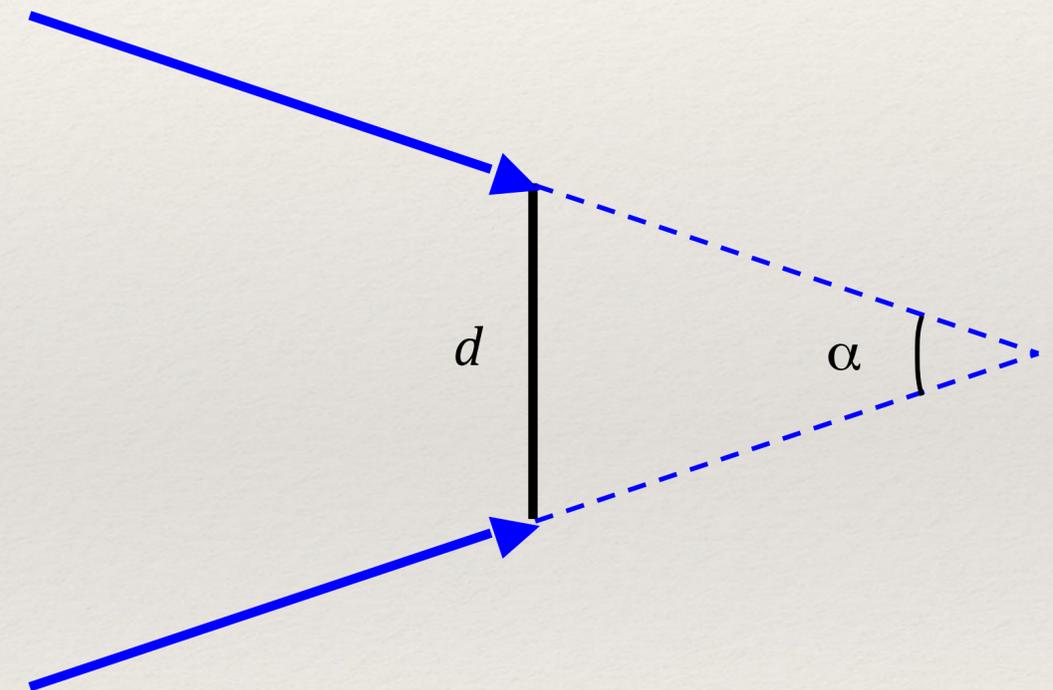
Fascio divergente su dispositivo concentratore

- ❖ Continuando ad aumentare la divergenza del fascio incidente (\rightarrow ad avvicinare la sorgente) a un certo punto il fascio uscente sarà **collimato** (quando la **sorgente** è **nel fuoco**)
- ❖ Aumentando ancora la divergenza del fascio incidente (sorgente più vicina del fuoco), il **fascio uscente** diventa **divergente**
- ❖ L'**immagine** passa dall'altra parte del dispositivo e diventa **virtuale**



Definire la convergenza

- ❖ Dobbiamo definire la **convergenza** / divergenza di un fascio **in un punto**
- ❖ La convergenza **C** di un fascio nel punto in cui incide su un dispositivo è sicuramente legata all'angolo **α** formato dai raggi che arrivano sul bordo.
- ❖ Però dipende anche dal diametro **d** del dispositivo



Definire la convergenza

- ❖ Una definizione indipendente dal dispositivo, che quindi esprime effettivamente una **proprietà intrinseca** del fascio **in un punto**, è:

$$C \equiv \frac{\alpha}{d}$$

- ❖ A rigore: $C \equiv \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\alpha}{d}$

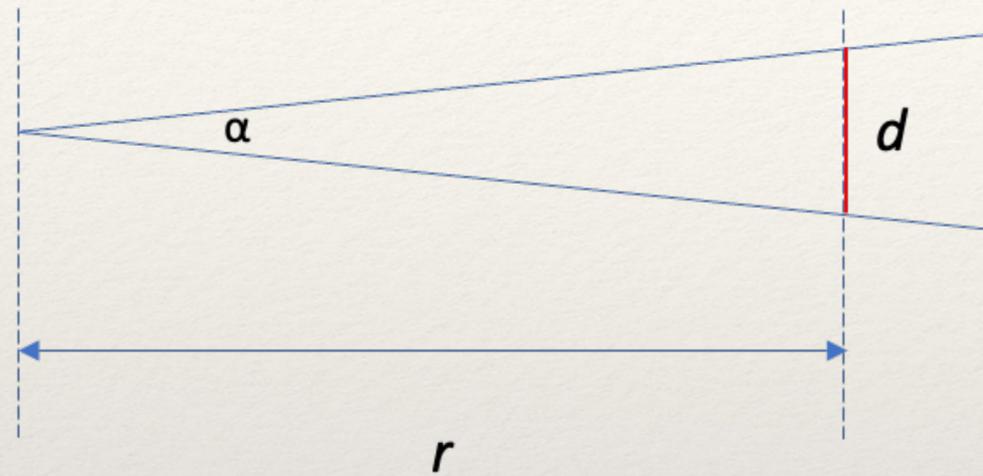
- ❖ Unità di misura: $\frac{\text{rad}}{\text{m}}$

- Assumeremo sempre piccoli angoli
- Misurati in radianti

- ❖ Convenzione: α **positivo** per fasci **convergenti**

- ❖ Valori **negativi** di C indicano **divergenza**: $D = -C$

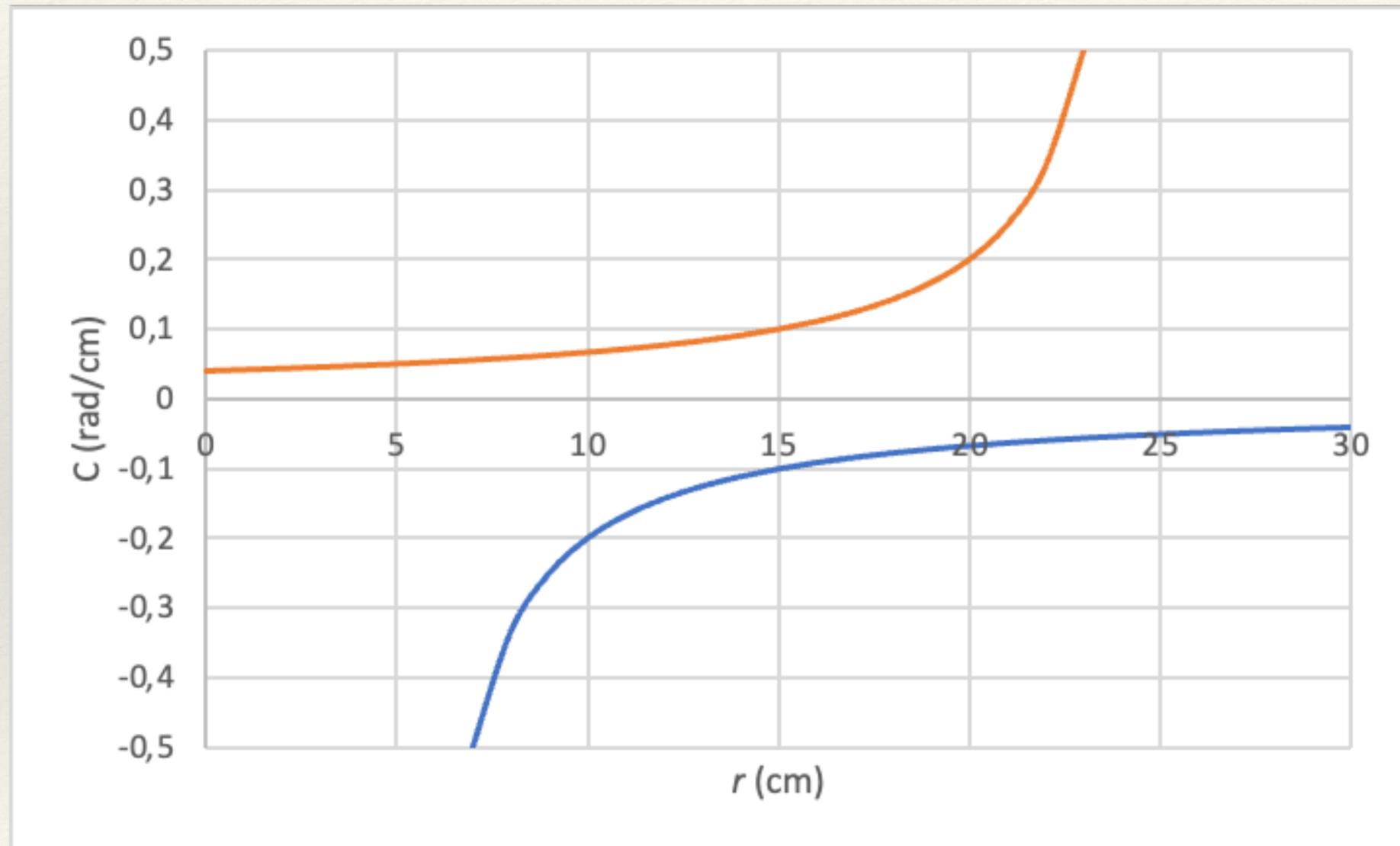
La convergenza di un fascio



$$C = \frac{\alpha}{d} = \pm \frac{1}{r}$$

- ❖ r è la distanza dal **vertice** del cono
 - ❖ dal punto **sorgente** per il fascio incidente
 - ❖ dal punto **immagine** per il fascio uscente

La convergenza di un fascio



- ❖ Fascio convergente
- ❖ Vertice del cono nella posizione 25 cm
- ❖ Fascio uscente, immagine reale
- ❖ Fascio divergente
- ❖ Vertice del cono nella posizione 5 cm
- ❖ Fascio incidente (sorgente)
- ❖ Fascio uscente (immagine virtuale)

Il funzionamento dei dispositivi ottici

❖ Consideriamo un **fascio collimato**

❖ Convergenza in ingresso: $C_i = 0$

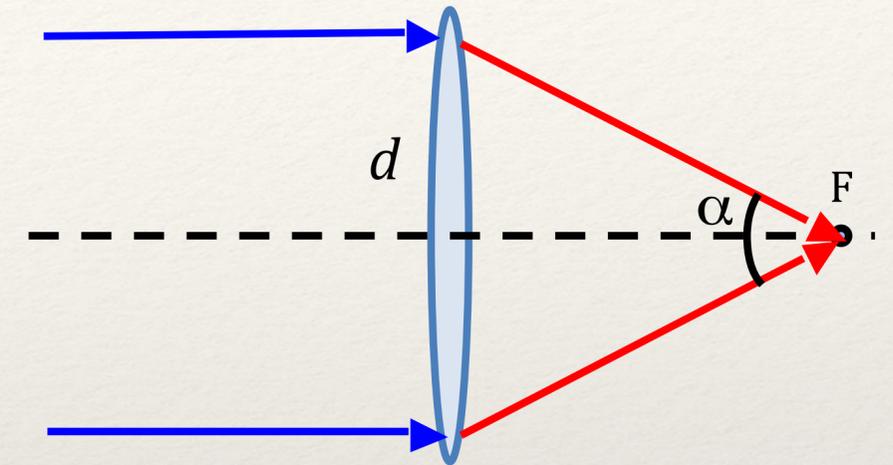
❖ Convergenza in uscita (subito dopo): $C_u = \frac{\alpha}{d} = \frac{1}{f}$

❖ Nell'attraversare il dispositivo la convergenza cambia da 0 a $1/f$

❖ Questo vale anche per dispositivi divaricatori

❖ Possiamo quindi scrivere: $C_u = C_i + \frac{1}{f}$

❖ Si dimostra che questa relazione **vale anche per fasci non collimati**



Il funzionamento dei dispositivi ottici

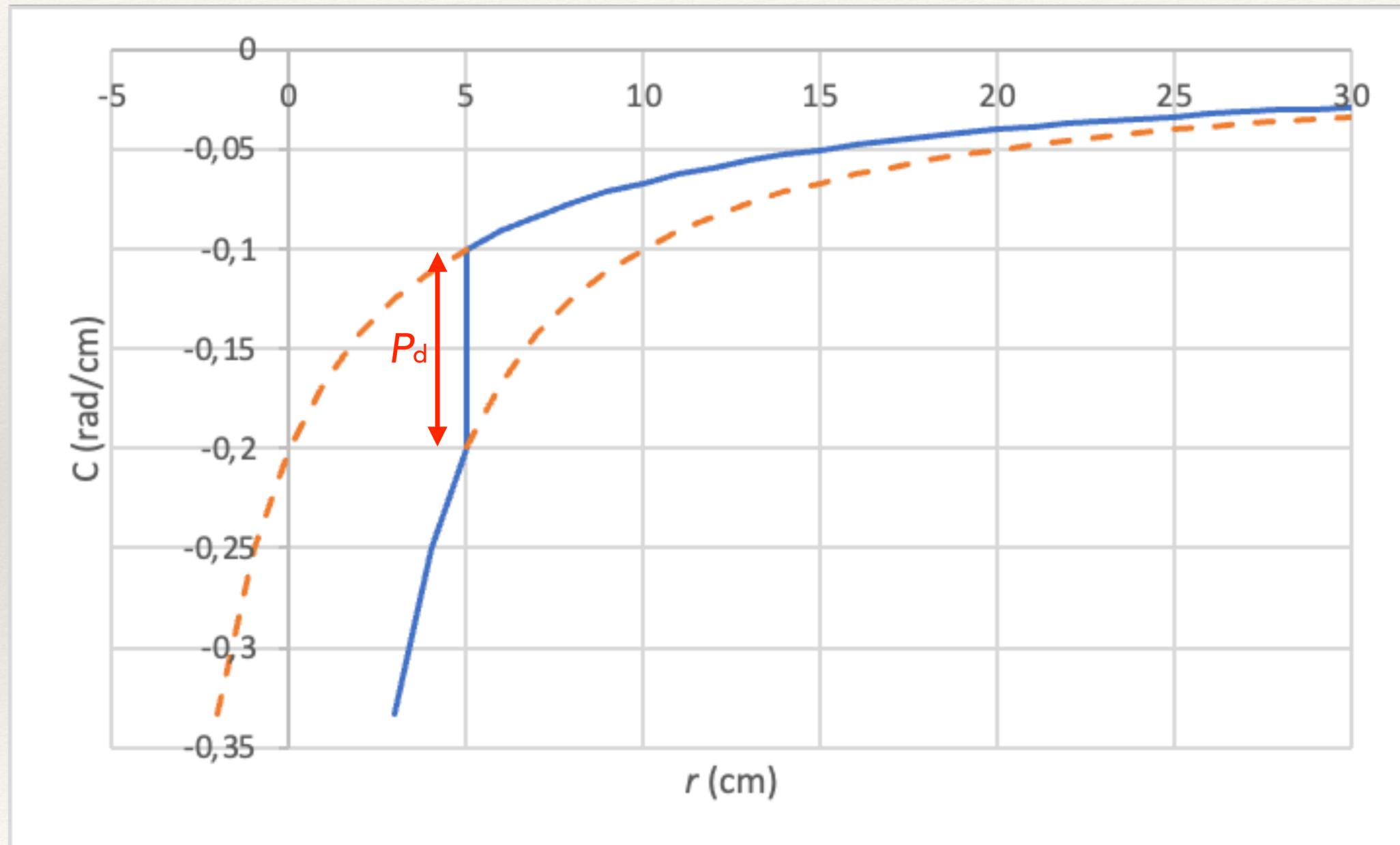
- ❖ Il termine $1/f$ rappresenta l'effetto che il dispositivo ottico ha sul fascio incidente
- ❖ La convergenza del fascio **cambia in modo discontinuo** di una quantità $1/f$ nell'attraversare il dispositivo
- ❖ Possiamo allora definire $1/f$ **potere concentratore** o anche **potere diottrico** del dispositivo:
- ❖ Unità di misura: $\frac{1}{\text{m}}$ **Diottria**
- ❖ Le diottrie si possono usare anche per gli specchi
- ❖ Possiamo quindi scrivere:

$$C_u = C_i + \frac{1}{f}$$

$$P_c \equiv \frac{1}{f}$$

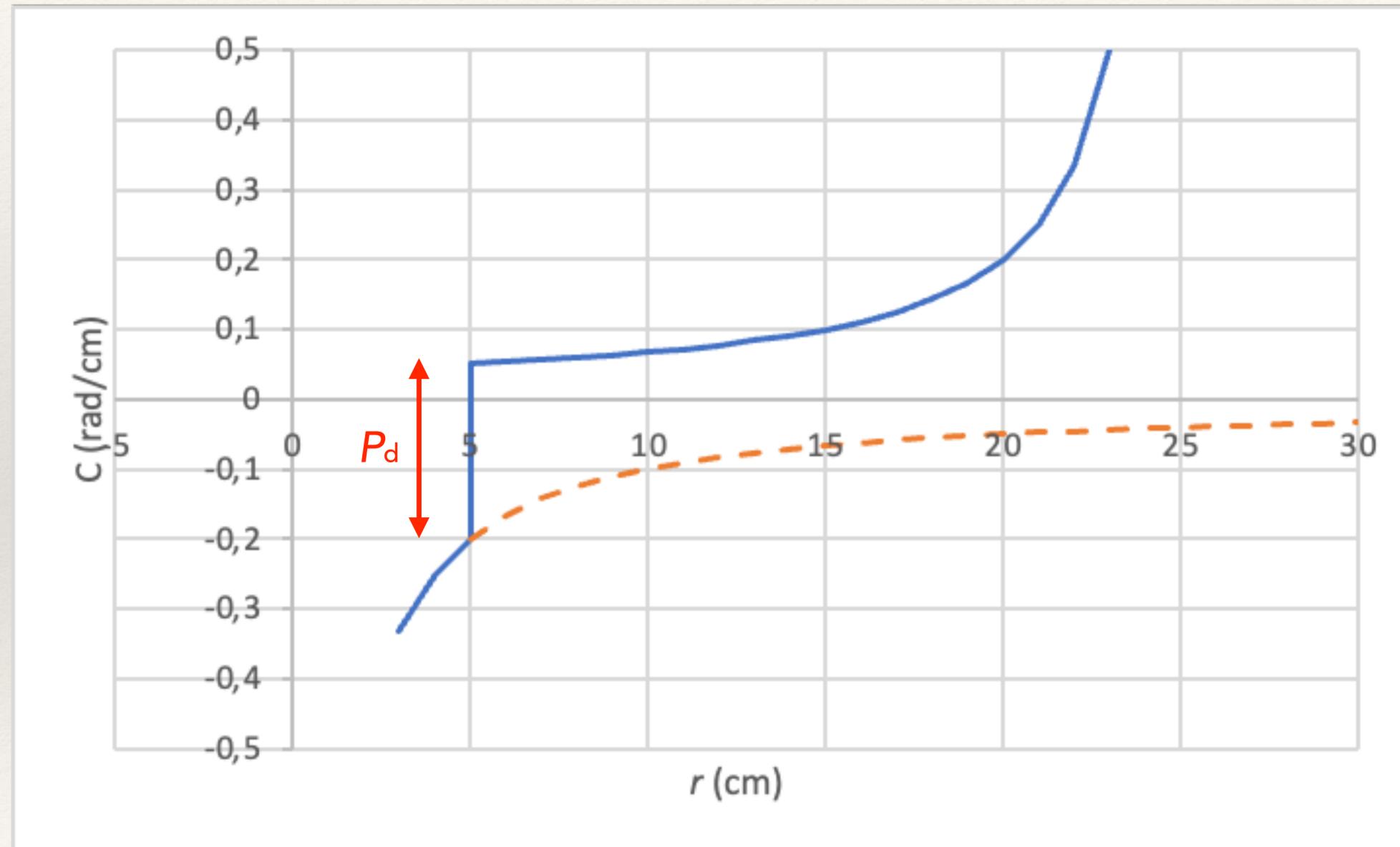
$$C_u = C_i + P_c$$

L'effetto di un dispositivo sulla convergenza di un fascio



- ❖ Sorgente nell'origine
- ❖ Lente convergente in $p = 5$ cm
- ❖ Potere diottrico: 0,1 rad/cm = 10 diottrie, $f = 10$ cm
- ❖ $q = -10$ cm
- ❖ Immagine virtuale in $p + q = -5$ cm

L'effetto di un dispositivo sulla convergenza di un fascio



- ❖ Sorgente nell'origine
- ❖ Lente convergente in $p = 5$ cm
- ❖ Potere diottrico: $0,25$ rad/cm = 25 diottrie, $f = 4$ cm
- ❖ $q = 20$ cm
- ❖ Immagine reale in $p + q = 25$ cm

Connessione con la trattazione tradizionale

$$\begin{array}{c} \boxed{C_u = C_i + P_c} \\ \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \\ \frac{1}{q} = -\frac{1}{p} + \frac{1}{f} \end{array}$$

È la legge dei punti coniugati!

Conclusioni prima parte

- ❖ Modello semplice e intuitivo che descrive il funzionamento dei dispositivi ottici
- ❖ Definizione di convergenza e di potere concentratore
- ❖ Interpretazione fisica della legge dei punti coniugati e dei termini che vi compaiono

Seconda parte

❖ L'ottica geometrica e la visione

Gli oggetti e le domande dell'ottica geometrica

OGGETTI

- ❖ Dispositivi
- ❖ Sorgenti (p)
- ❖ Immagini

DOMANDE

- ❖ Dove si forma l'immagine? (q)
- ❖ È reale o virtuale?
- ❖ È diritta o capovolta?
- ❖ È ingrandita o rimpicciolita?

Lo scopo dell'ottica geometrica

- ❖ L'ottica geometrica si propone di descrivere il comportamento della luce
- ❖ Non si preoccupa di descrivere la nostra percezione
- ❖ Però viene spontaneo e quasi inevitabile fare il **passaggio dalla realtà fisica alla nostra percezione**
- ❖ In questo passaggio si annidano molto spesso degli **errori**

Esempi di deduzioni indebite

- ❖ Vediamo solo immagini
- ❖ Se l'immagine è diritta, vediamo l'oggetto diritto; se è capovolta, lo vediamo capovolto
- ❖ Se l'immagine è ingrandita, vediamo l'oggetto ingrandito; se è rimpicciolita, lo vediamo rimpicciolito

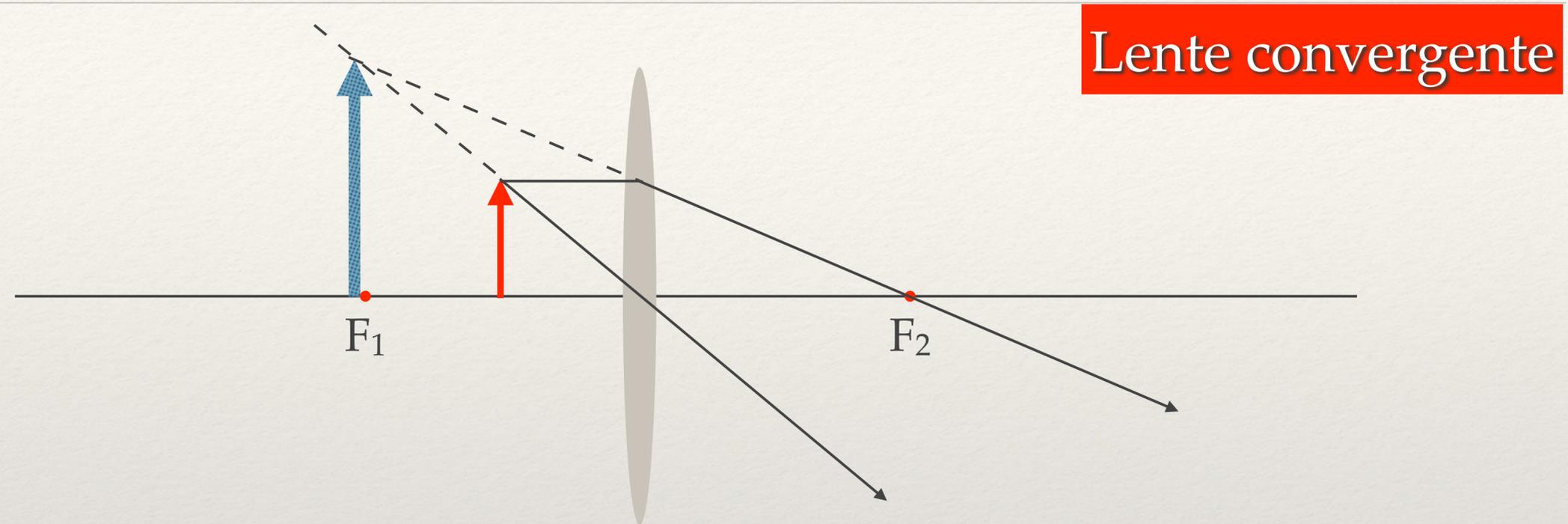
- ❖ Pensate che queste affermazioni siano corrette?

Siete scettici?

- ❖ Pensate che siano valide almeno come prima approssimazione?

- ❖ Dallo studio dell'ottica geometrica **ci sentiamo autorizzati** a trarre queste conclusioni, anche se non appartengono a quell'ambito

Un esempio: la lente d'ingrandimento



- ❖ L'immagine è diritta e ingrandita
- ❖ Per questo la vediamo diritta e ingrandita

- ❖ Nel telescopio l'immagine della Luna è più piccola della Luna



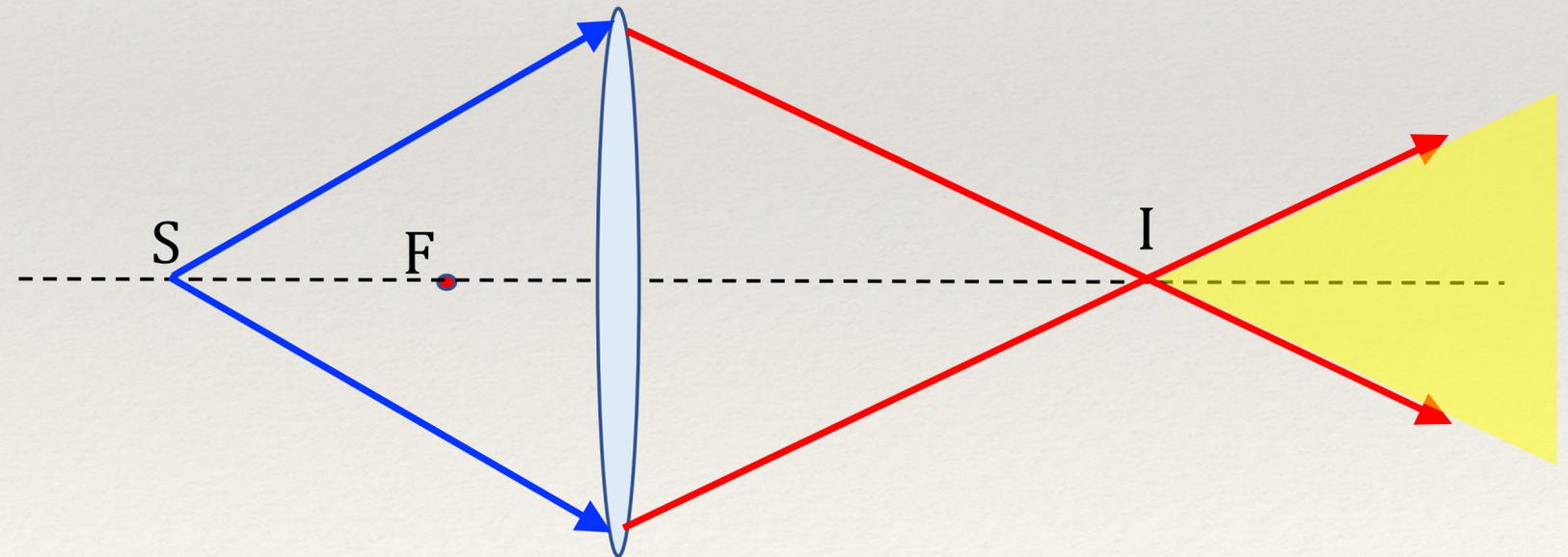
In quel caso conta l'ingrandimento angolare!

Un nuovo personaggio

- ❖ Per fare correttamente il passaggio dalla realtà fisica alla percezione occorre introdurre un **nuovo** personaggio:
- ❖ L'**occhio** (rivelatore)
- ❖ Quello che vediamo attraverso un dispositivo ottico dipende da **dove è collocato** l'occhio
- ❖ Una nuova variabile: la distanza tra l'occhio e il dispositivo: *d*

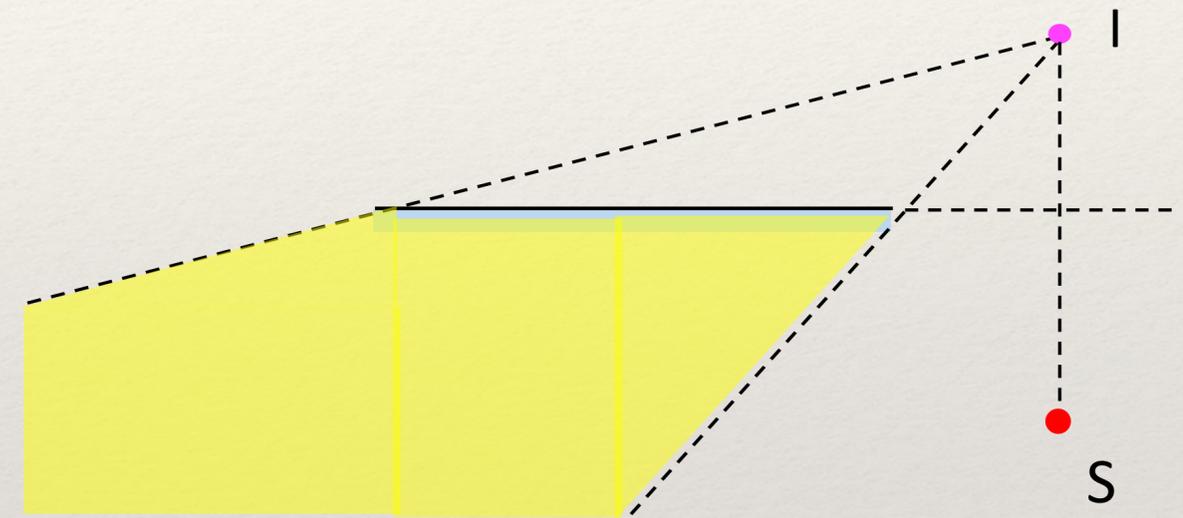
Dove dobbiamo metterci per vedere l'immagine?

- ❖ È una domanda che l'ottica geometrica non si fa
- ❖ Immagine (reale) **su uno schermo**:
 - ❖ In un qualunque punto del semispazio davanti allo schermo
 - ❖ Ogni punto dello schermo **diffonde in tutte le direzioni**
- ❖ Immagine **reale nell'aria**:
 - ❖ Stavolta i raggi uscenti dall'immagine sono confinati in un cono
 - ❖ Dobbiamo metterci in quel cono



Dove dobbiamo metterci per vedere l'immagine?

- ❖ Immagine **virtuale**:
- ❖ I raggi vengono riflessi dallo specchio come se provenissero dal punto immagine
- ❖ Dobbiamo metterci in una zona da cui possiamo **“vedere”** il punto immagine attraverso il dispositivo, come fosse una finestra



Il reperto

- ❖ Foto qualitativa
- ❖ Specchio concavo
- ❖ f circa 40 cm
- ❖ Distanza camera - specchio:
circa 10 cm



Teoria e percezione

- ❖ Con un dispositivo concentratore:
- ❖ Se la sorgente è tra il fuoco e il dispositivo l'immagine è virtuale e diritta

Macchina fotografica: ok!

- ❖ Se la sorgente è oltre il piano focale, l'immagine è reale e capovolta

Finestre:



- ❖ Se la sorgente è in prossimità del piano focale, l'immagine è enorme

Testa:



$$h_i = -h_o \frac{f}{p - f}$$

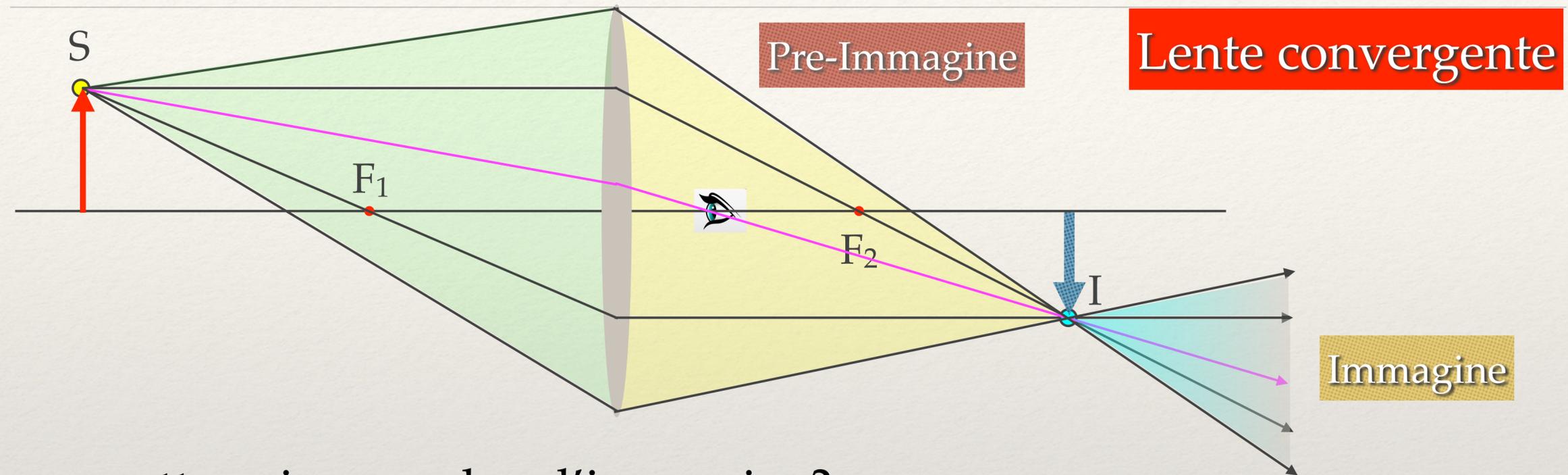
La parete sullo sfondo: immagine o ... ?

- ❖ Con un dispositivo concentratore l'immagine reale si forma **oltre il fuoco**
- ❖ Quindi **dietro la macchina fotografica** (a circa 44 cm dallo specchio)
- ❖ Quello che la macchina ha fotografato non è l'**immagine** della parete
- ❖ **Non è vero che vediamo soltanto immagini!**



- ❖ **Non esiste un termine** per descrivere quello che la macchina ha fotografato
- ❖ **Pre-immagine**

Perché diritta?



- ❖ Dove devo mettermi per vedere l'immagine?
- ❖ Devo considerare tutto il fascio incidente sulla lente
- ❖ Che cosa vedo se invece metto l'occhio qui?
- ❖ Tutti i raggi che attraversano la lente passano per I
- ❖ Se la sorgente è estesa la vedo **diritta** (la coda della freccia la vedo sull'asse)
- ❖ **Esiste una regione** in cui vedo la preimmagine

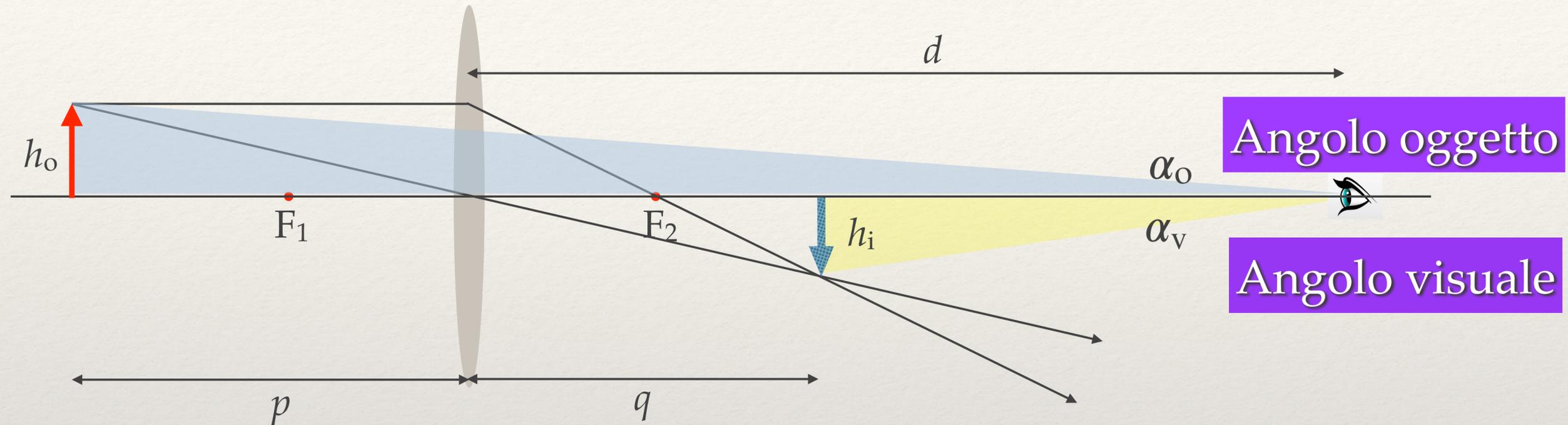
Pre-immagine

- ❖ Riguarda solo la percezione da parte dell'occhio (macchina fotografica): i raggi luminosi non formano nessuna pre-immagine
- ❖ Non ha una posizione
- ❖ Non ha dimensioni lineari, ma solo angolari (che dipendono dalla posizione dell'occhio)
- ❖ L'occhio *quasi* non distingue tra immagini e pre-immagini
- ❖ La pre-immagine è sempre **sfocata** e **diritta**

Ingrandita o rimpicciolita?

- ❖ Al variare di p cambia *la dimensione* dell'immagine ma **cambia anche la posizione!**
- ❖ Lo spostamento dell'immagine può compensare **in parte** o anche **sovra**compensare la variazione della dimensione
- ❖ È **l'angolo** α_v , non la dimensione h_i , che mi dice se io **vedo** grande o piccolo qualcosa
- ❖ È **l'ingrandimento angolare**, non quello trasversale, $-h_i/h_o$, che mi dice se **vedo** ingrandito o rimpicciolito qualcosa

Angoli

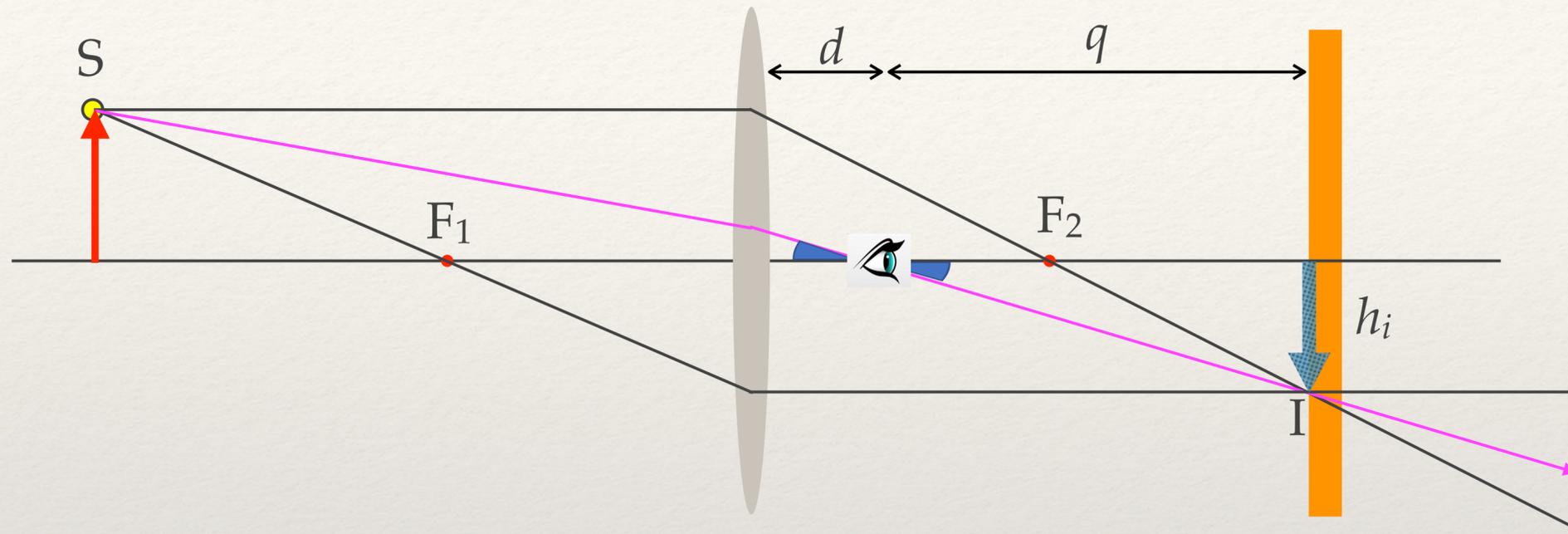


$$\tan \alpha_o = \frac{h_o}{p + d}$$

$$\tan \alpha_v = \frac{h_i}{d - q}$$

- ❖ Nelle formule che riguardano la percezione compare la nuova variabile: d
- ❖ Vale anche per le immagini virtuali

Angolo visuale nella preimmagine



- ❖ Se metto uno schermo dove si forma l'immagine reale ... e mi giro
- ❖ Vedo l'immagine con lo stesso angolo sotto cui vedevo la pre-immagine dall'altra parte
- ❖ Dunque: $\tan \alpha_v = \frac{h_i}{d - q}$ **La stessa formula che vale per le immagini!**

Angolo visuale

$$\tan \alpha_v = \frac{h_i}{d - q}$$

$$\begin{aligned} \diamond q &= q(p, f) & q &= \frac{pf}{p - f} \\ \diamond h_i &= h_i(p, h_o, f) & h_i &= -h_o \frac{q}{p} = -h_o \frac{f}{p - f} \end{aligned}$$

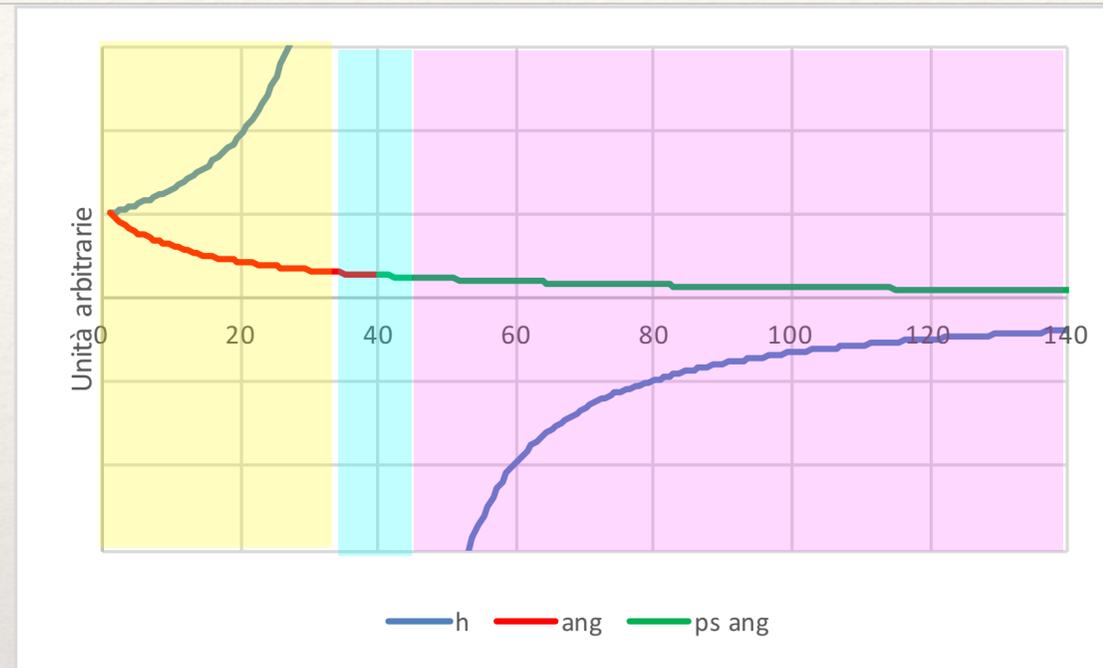
$$\tan \alpha_v = \frac{h_o f}{df + fp - dp}$$

- ❖ Se $d < f$ non diverge mai
- ❖ Se $d > f$ diverge per $p_{\text{crit}} = \frac{df}{d - f} > f$
- ❖ Ovvero quando $q = d$ (l'immagine è nella stessa posizione dell'occhio)

- ❖ Il segno di α_v ci dice se l'oggetto lo vediamo dritto o capovolto

Dimensione e angolo visuale: $d < f$

- ❖ Riportiamo in un grafico h_i e α_v in funzione di p
- ❖ Per $p < f$ l'immagine è virtuale e s'ingrandisce; noi la vediamo rimpicciolirsi



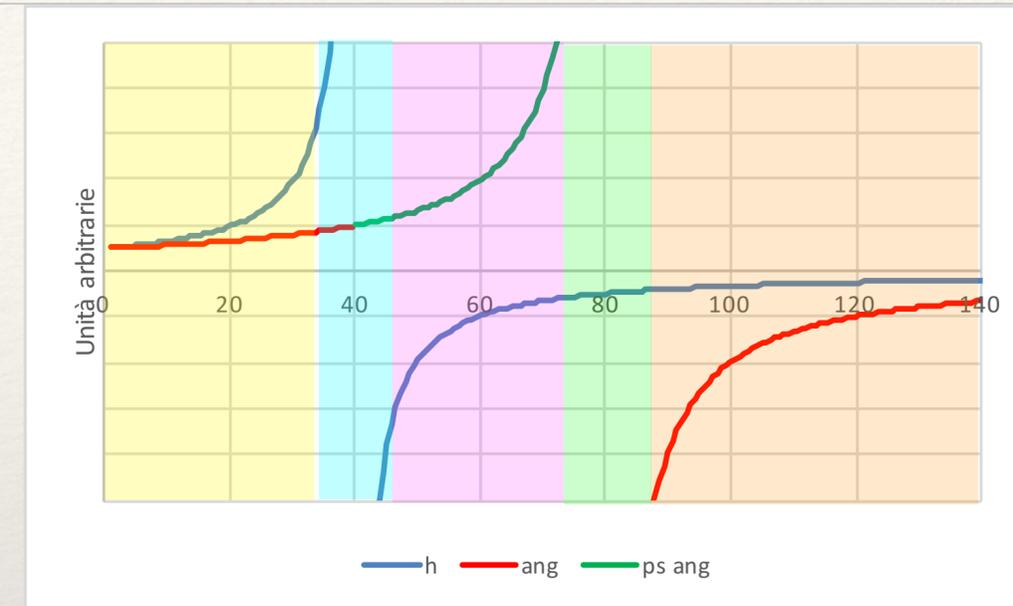
❖ $f = 40 \text{ cm}$ $d = 10 \text{ cm}$



- ❖ In $p = f$ l'immagine va incontro a una “catastrofe”: diverge e diventa reale e capovolta
- ❖ Non ne abbiamo nessuna percezione: immagine \rightarrow preimmagine; α_v **varia con continuità**
- ❖ **La formula** che dà α_v per le preimmagini e le immagini è la **stessa**
- ❖ Per $p > f$ l'immagine è **capovolta** e rimpicciolisce molto, noi vediamo la preimmagine **diritta** rimpicciolirsi appena

Dimensione e angolo visuale $d > f$

- ❖ $f = 40$ cm; $d = 80$ cm; $p_{\text{crit}} = 80$ cm
- ❖ Per $p < f$ l'immagine virtuale cresce molto, noi la vediamo ingrandirsi poco (lente / specchio d'ingrandimento)
- ❖ In $p = f$ “catastrofe” dell'immagine, che si capovolge e diventa reale; immagine \rightarrow preimmagine; nessuna conseguenza sulla nostra percezione
- ❖ Per $f < p < p_{\text{crit}}$ l'immagine è **capovolta** e rimpicciolisce; noi vediamo la preimmagine **diritta** ingrandirsi



- ❖ In $p = p_{\text{crit}}$ l'immagine varia con continuità; c'è una “catastrofe” della nostra percezione: preimmagine \rightarrow immagine
- ❖ Per $p > p_{\text{crit}}$ l'immagine varia di poco, noi vediamo l'immagine rimpicciolirsi molto

Conclusioni

- ❖ Il comportamento dell'immagine e quello della nostra percezione possono essere radicalmente diversi
- ❖ Bisogna fare molta attenzione nel passare dalla descrizione della realtà fisica a quella della percezione
- ❖ Non sempre attraverso un dispositivo ottico percepiamo immagini; a volte, se il nostro occhio è in una regione opportuna, percepiamo preimmagini
- ❖ La preimmagine è sempre dritta, anche quando l'immagine è capovolta
- ❖ Quello che determina se, attraverso il dispositivo, noi percepiamo l'oggetto ingrandito o rimpicciolito non è l'ingrandimento lineare ma quello angolare

Grazie
per l'attenzione!